Electric Drives
Laboratory
DII - UniPD

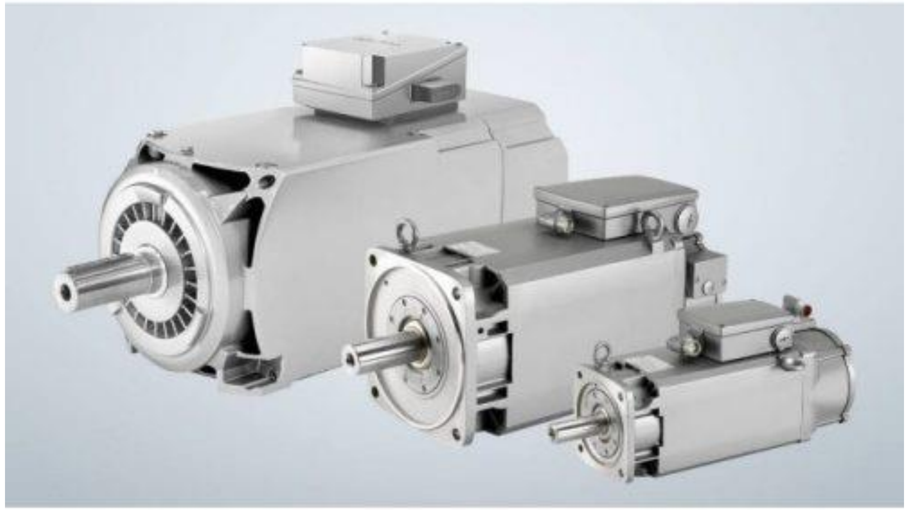
Azionamenti Elettrici

Lezioni a.a. 2022-2023

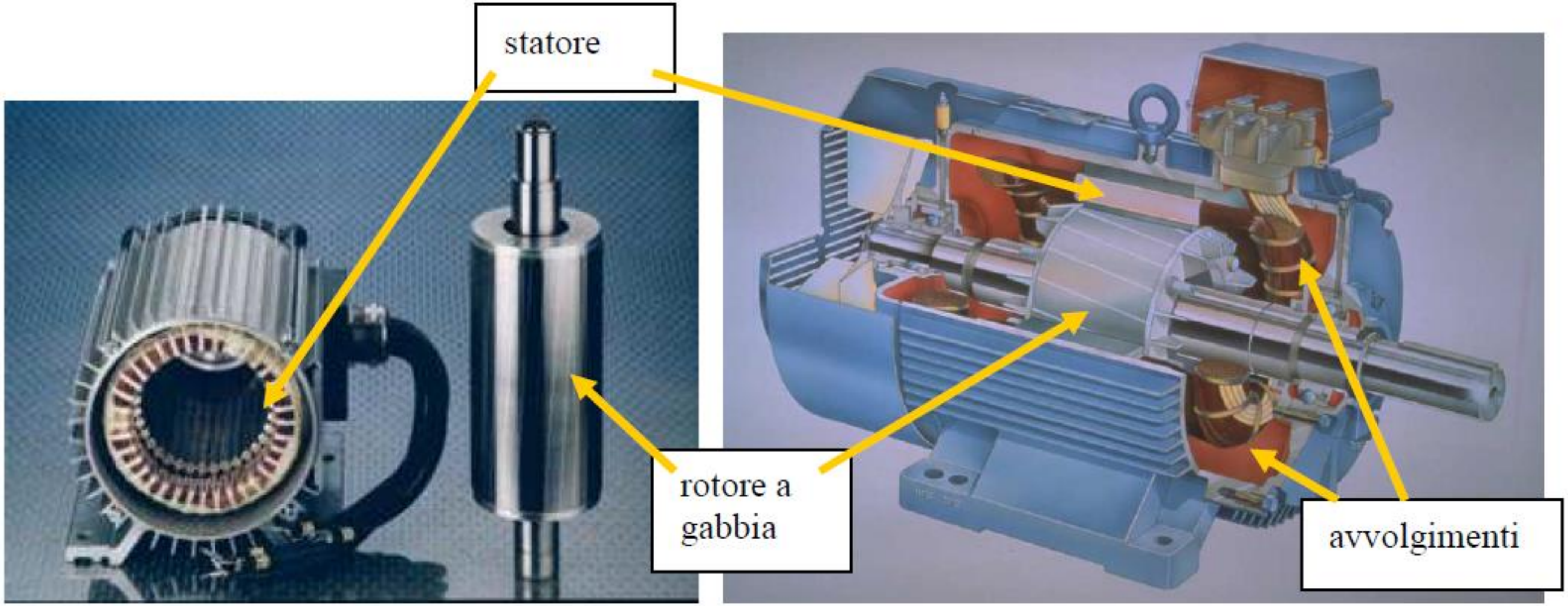
prof. Silverio Bolognani

PARTE IV

Macchina asincrona (Macchina a induzione)



Statore con avvolgimento distribuito trifase, rotore a gabbia, isotropo

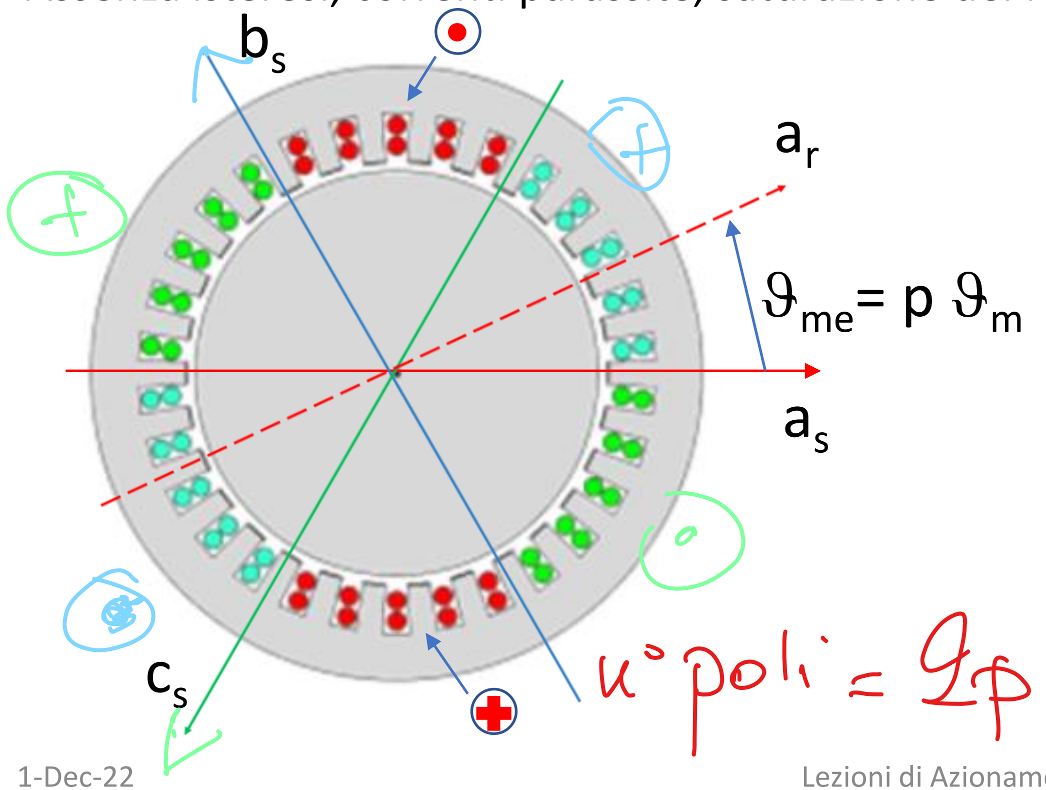


Equazioni elettriche dinamiche

(a) Rotore «equivalente» avvolto in corto circuito. Statore e rotore entrambi trifase.

(b) Collegamento a stella; neutro isolato. Distribuzione sinusoidale dei conduttori. Fasi identiche, sfasate di 120 gradi elettrici.

(c) Assenza isteresi, correnti parassite, saturazione del ferro.



Per lo statore

Dipendente da tutte le correnti di statore e rotore

$$u_{sa} = R_s\, i_{sa} + \frac{d\lambda_{sa}}{dt}$$

$$u_{sb} = R_s\, i_{sb} + \frac{d\lambda_{sb}}{dt}$$

$$u_{sc} = R_s\, i_{sc} + \frac{d\lambda_{sc}}{dt}$$

e per il rotore

Equazioni di validità generale!

Rotore in corto circuito

$$0 = R_r i_{ra} + \frac{d\lambda_{ra}}{dt}$$

$$0 = R_r i_{rb} + \frac{d\lambda_{rb}}{dt}$$

$$0 = R_r i_{rc} + \frac{d\lambda_{rc}}{dt}$$

Equazioni elettriche dinamiche

$$u_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + \frac{d\lambda_{s\alpha}}{dt}$$

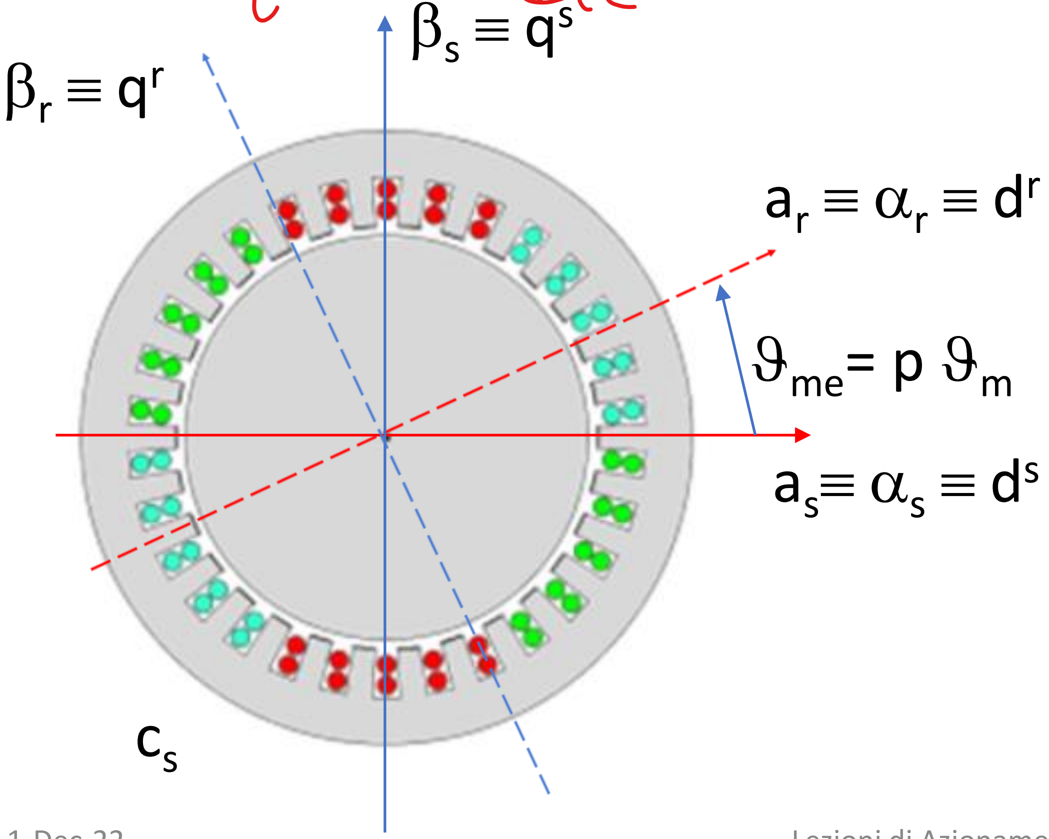
$$u_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + \frac{d\lambda_{s\beta}}{dt}$$

NB:
grassetto=vettori

Equazioni di statore in $d^s q^s$ $(\alpha_s\ \beta_s)$

$$\mathbf{u}_s^s = R_s\,\mathbf{i}_s^s + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_s^s}{dt}$$

$$\bar{u}_{s,\alpha\beta} = R_s \bar{i}_{s\alpha\beta} + \frac{d\lambda_{s\alpha\beta}}{dt}$$



Equazioni di rotore in $d^r q^r$ $(\alpha_r\ \beta_r)$

$$\mathbf{0} = R_r\,\mathbf{i}_r^r + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_r^r}{dt}$$

Rotore in corto circuito

Equazioni di validità generale!

Equazioni elettriche dinamiche

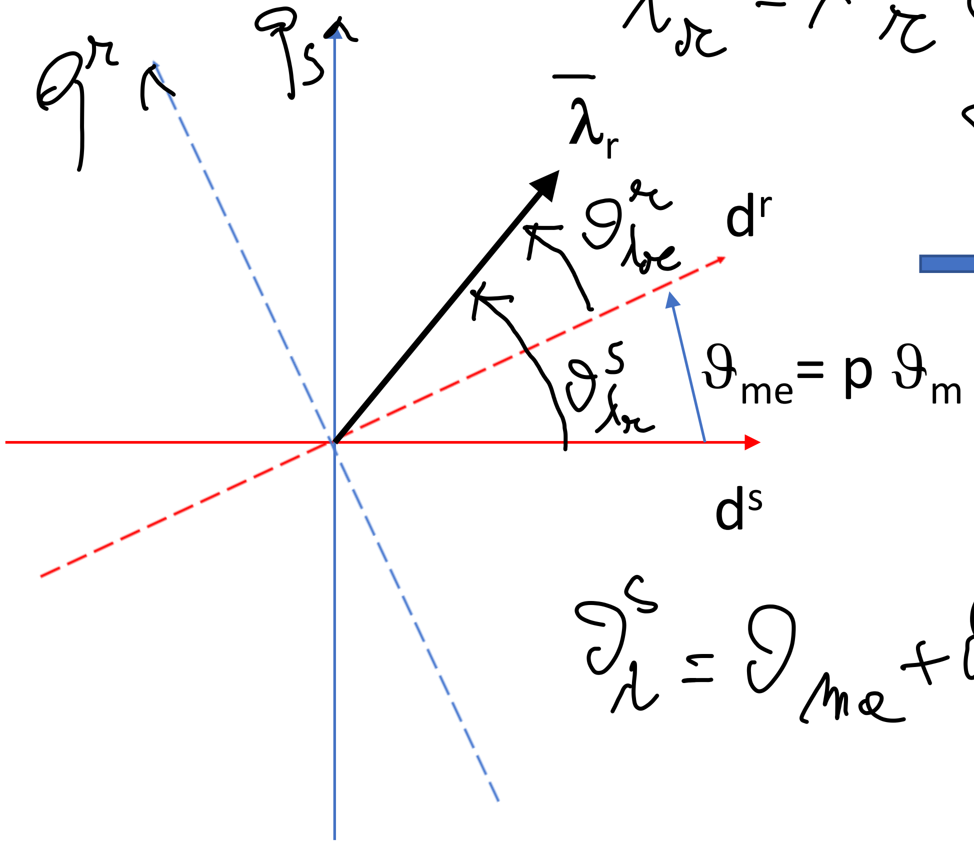
Equazioni di validità generale!

Equazioni di statore e di rotore in $d^s q^s$ (stazionario, $\alpha_s\ \beta_s$)

$$\bar{\lambda}_r^r = \bar{\lambda}_r^s e^{-j\vartheta_{me}}$$

$$\lambda_r e^{j\vartheta_\lambda^r}$$

$$\mathbf{u}_s^s = R_s \mathbf{i}_s^s + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_s^s}{dt}$$



$$\lambda_r e^{j\vartheta_\lambda^s} = \bar{\lambda}_r^s = \lambda_r^r e^{j\vartheta_{me}}$$ (lo stesso per la corrente)

$$0 = R_r(\mathbf{i}_r^s e^{-j\vartheta me}) + \frac{d(\boldsymbol{\lambda}_r^s e^{-j\vartheta me})}{dt}$$

$$\vartheta_\lambda^s = \vartheta_{me} + \vartheta_\lambda^r$$

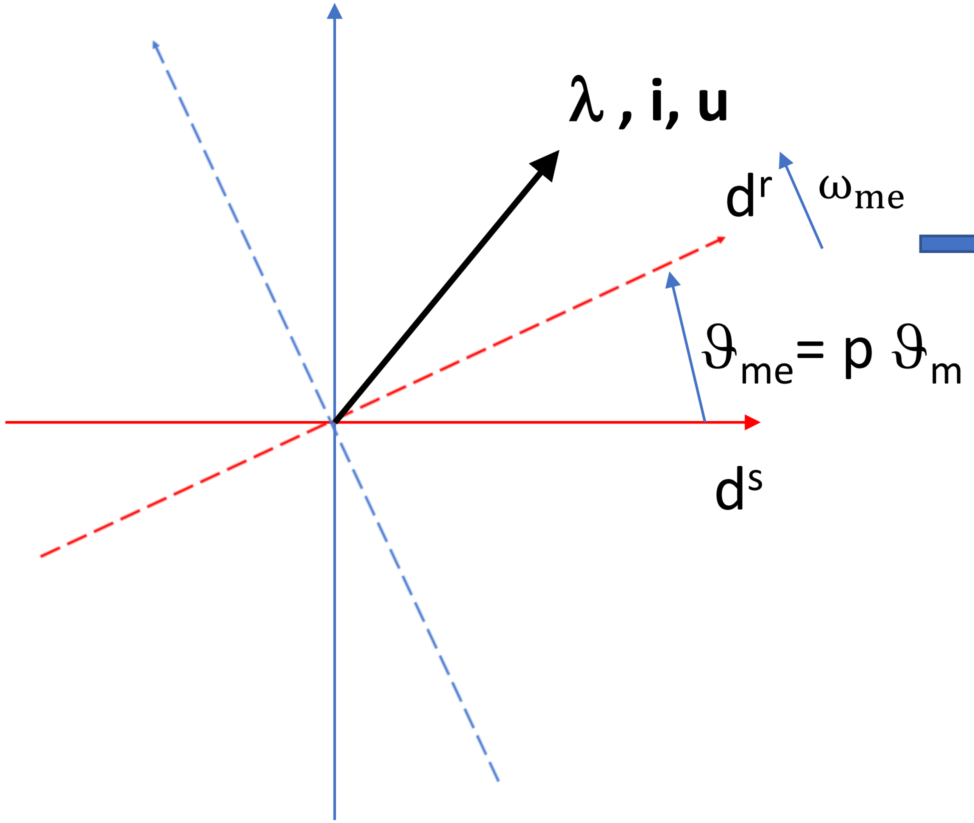
$$\mathbf{0} = R_r \mathbf{i}_r^s + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_r^s}{dt} - j\omega_{me}\boldsymbol{\lambda}_r^s$$

$$\omega_{me} = \frac{d\vartheta_{me}}{dt}$$

Equazioni elettriche dinamiche

Equazioni di
validità generale!

Equazioni di <u>statore</u> e di rotore in $d^r q^r$ (rotante sincrono con rotore, α_r β_r)



$$\mathbf{u}_s^s = R_s\, \mathbf{i}_s^s + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_s^s}{dt}$$

$$\mathbf{u}_s^r e^{j\vartheta me} = R_s \mathbf{i}_s^r e^{j\vartheta me} + \frac{d(\boldsymbol{\lambda}_s^r e^{j\vartheta me})}{dt}$$

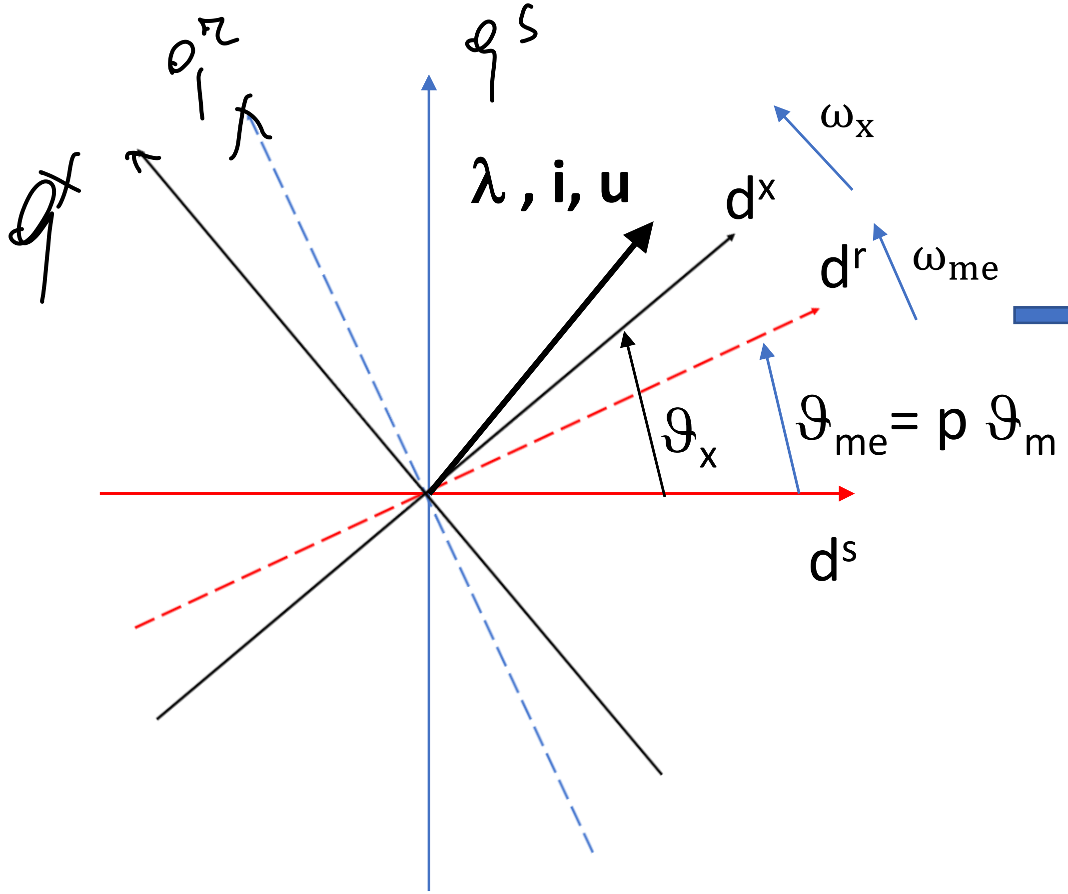
$$\boxed{\mathbf{u}_s^r = R_s \mathbf{i}_s^r + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_s^r}{dt} + j\omega_{me}\boldsymbol{\lambda}_s^r}$$

$$\boxed{\mathbf{0} = R_r\, \mathbf{i}_r^r + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_r^r}{dt}}$$

Equazioni elettriche dinamiche

Equazioni di statore e di rotore in $d^x q^x$ rotante con velocità ω_x

Equazioni di validità generale!



$$\mathbf{u}_s^x = R_s \mathbf{i}_s^x + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_s^x}{dt} + j\omega_x \boldsymbol{\lambda}_s^x$$

$$0 = R_r \mathbf{i}_r^x + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_r^x}{dt} + j(\omega_x - \omega_{me})\boldsymbol{\lambda}_r^x$$

Equazioni dinamiche della coppia

- Si parte dalle equazioni elettriche di statore e di rotore in $d^s q^s$ (α_s β_s) e si fa un bilancio delle potenze

- Si ricorda che (per esempio) valgono le espressioni:

  potenza assorbita= $(3/2)(u^s_{sd} i^s_{sd} + u^s_{sq} i^s_{sq}) = (3/2)Re(\boldsymbol{u}^s_s \check{\mathbf{i}}^s_s)$

- Moltiplichiamo l'equazione delle tensioni di statore per $\check{\mathbf{i}}^s_s$ e quella di rotore per $\check{\mathbf{i}}^s_r$ e sommiamo termine a termine. Di ogni addendo poi prendiamo $(3/2)Re(\bullet)$

Equazioni dinamiche della coppia

Risulta:

$$\mathbf{u}_s^s\,\check{\mathbf{i}}_s^s = R_s\mathbf{i}_s^s\,\check{\mathbf{i}}_s^s + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_s^s}{dt}\,\check{\mathbf{i}}_s^s$$

$$+$$

$$0 = R_r\mathbf{i}_r^s\,\check{\mathbf{i}}_r^s + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_r^s}{dt}\,\check{\mathbf{i}}_r^s - j\omega_{me}\,\boldsymbol{\lambda}_r^s\,\check{\mathbf{i}}_r^s$$

(3/2)*Re*(•)
Potenza assorbita

(3/2)*Re*(•)
Perdite joule

(3/2)*Re*(•)
d(En.magn.)/dt

(3/2)*Re*(•)
Potenza elettrica convertita in potenza meccanica = Potenza elettromeccanica = $m\omega_m$

Equazioni dinamiche della coppia

Allora:

$$m\omega_m = \frac{3}{2}Re(-\ \ j\omega_{me}\,\boldsymbol{\lambda}_r^s\ \check{\mathbf{i}}_r^s) = \frac{3}{2}Im(\omega_{me}\,\boldsymbol{\lambda}_r^s\ \check{\mathbf{i}}_r^s) = \frac{3}{2}(p\omega_m)Im(\boldsymbol{\lambda}_r^s\ \check{\mathbf{i}}_r^s)$$

In definitiva:

$$\boxed{m = \frac{3}{2}p\,Im(\boldsymbol{\lambda}_r^s\ \check{\mathbf{i}}_r^s) = \frac{3}{2}p\left(\lambda_{rq}^s\,i_{rd}^s - \lambda_{rd}^s\,i_{rq}^s\right)}$$

$$= \frac{3}{2}p\,Im\left[(\lambda_{rd}^s + j\lambda_{rq}^s)(i_{rd}^s - j\,i_{rq}^s)\right]$$

$e^{j\vartheta} = \cos\vartheta + j\sin\vartheta$

Equazioni dinamiche della coppia

$\vartheta^{i_r}_{\lambda_r}$

Ma si può anche scrivere:

$$m = \frac{3}{2} p\, Im(\boldsymbol{\lambda}_r^s\ \check{\mathbf{i}}_r^s) = \frac{3}{2} p\, Im\left(|\boldsymbol{\lambda}_r^s| e^{j\vartheta^s_{\lambda r}} |\mathbf{i}_r^s| e^{-j\vartheta^s_{ir}}\right) = \frac{3}{2} p |\boldsymbol{\lambda}_r^s||\mathbf{i}_r^s| Im\left(e^{j(\vartheta^s_{\lambda r} - \vartheta^s_{ir})}\right)$$

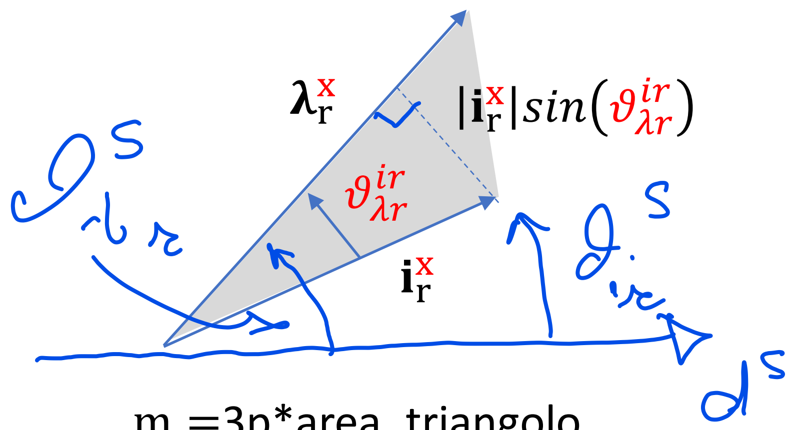
compl. coniug.

Sfasamento fra flusso e corrente non dipende dal sistema di riferimento

In definitiva:

$$m = \frac{3}{2} p |\boldsymbol{\lambda}_r^s||\mathbf{i}_r^s| sin(\vartheta^s_{\lambda r} - \vartheta^s_{ir}) = \frac{3}{2} p |\boldsymbol{\lambda}_r^x||\mathbf{i}_r^x| sin(\vartheta^{ir}_{\lambda r})$$

I moduli non dipendono dal sistema di riferimento



m =3p*area_triangolo

Equazioni dinamiche della coppia

Se l’espressione non dipende dal sistema di riferimento, allora vale:

$$\boxed{\mathrm{m} = \frac{3}{2}\mathrm{p}\, Im(\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{x}}\ \check{\mathbf{i}}_{r}^{\mathrm{x}}) = \frac{3}{2}\mathrm{p}\left(\lambda_{rq}^{x}\, i_{rd}^{x} - \lambda_{rd}^{x}\, i_{rq}^{x}\right)}$$

Con analogo procedimento, partendo dalle equazioni in $d^r q^r$:

$$\boxed{\mathrm{m} = \frac{3}{2}\mathrm{p}\, Im(-\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{x}}\ \check{\mathbf{i}}_{s}^{\mathrm{x}}) = \frac{3}{2}\mathrm{p}|\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{x}}||\mathbf{i}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{x}}| sin\left(\vartheta_{is}^{\lambda s}\right) = \frac{3}{2}\mathrm{p}\left(\lambda_{sd}^{x}\, i_{sq}^{x} - \lambda_{sq}^{x}\, i_{sd}^{x}\right)}$$