

Electric Drives
Laboratory
DII - UniPD

Azionamenti Elettrici

Lezioni a.a. 2020-2021

prof. Silverio Bolognani

PARTE IV

Macchina asincrona (Macchina a induzione)

Sensitività parametrica degli stimatori del flusso rotorico per FOC

Funzione *sensibilità parametrica* (per funzione reale)

Sia data una funzione *reale* $f(x,p)$ della variabile reale x e che contiene il parametro reale positivo p . Si definisce *sensibilità parametrica di f rispetto a p* la funzione reale $S_f^p(x, p)$:

$$S_f^p(x, p) = \frac{\text{variazione relativa di } f}{\text{variazione relativa di } p} = \frac{\frac{df}{f}}{\frac{dp}{p}} = \frac{df}{dp} \frac{p}{f}$$

Se il valore della funzione f è nullo, allora si può applicare in alternativa:

$$S_f^{(f^n)p}(x, p) = \frac{\text{variazione relativa di } f \text{ rispetto a un "valore nominale"}}{\text{variazione relativa di } p} = \frac{\frac{df}{f_n}}{\frac{dp}{p}} = \frac{df}{dp} \frac{p}{f_n}$$

Funzione *sensibilità parametrica* (per funzione complessa)

(~~o~~ ~~non~~ complessa)
✓

Sia data una funzione **complessa** $f(x, p)$ della variabile reale x e che contiene il parametro reale positivo p . Si definisce *sensibilità parametrica di f rispetto a p* la funzione **complessa** $S_f^p(x, p)$:

$$S_f^p(x, p) = \frac{\text{variazione relativa di } f}{\text{variazione relativa di } p} = \frac{\frac{df}{f}}{\frac{dp}{p}} = \frac{df}{dp} \frac{p}{f}$$

Vale:

$$f(x, p) = |f(x, p)| e^{j\varphi(x, p)}$$

quindi

$$\frac{df}{dp} = \frac{d|f(x, p)| e^{j\varphi(x, p)}}{dp} = \frac{d|f(x, p)|}{dp} e^{j\varphi(x, p)} + |f(x, p)| j \frac{d\varphi(x, p)}{dp} e^{j\varphi(x, p)}$$

Funzione *sensibilità parametrica* (per funzione complessa)

Allora:

$$S_f^p(x, p) = \frac{\frac{df}{dp} p}{f} = \left[\frac{d|f(x, p)|}{dp} \frac{p}{|f(x, p)|} + j \frac{d\varphi(x, p)}{dp} \frac{p}{1} \right] \frac{p}{|f(x, p)| e^{j\varphi(x, p)}}$$

Semplificando

$$S_f^p(x, p) = \frac{df}{dp} \frac{p}{f} = \left[\underbrace{\frac{d|f(x, p)|}{dp} \frac{p}{|f(x, p)|}}_{S_{|f|}^p(x, p)} + j \underbrace{\frac{d\varphi(x, p)}{dp} \frac{p}{1}}_{S_{\varphi}^{(1)p}(x, p)} \right]$$

In definitiva

$$S_f^p(x, p) = S_{|f|}^p(x, p) + j S_{\varphi}^{(1)p}(x, p)$$

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle tensioni e correnti statoriche (a regime)

$$\lambda_r^s = \frac{L_r}{L_M} \left[\int_{-\infty}^t (\mathbf{u}_s^s - R_s \mathbf{i}_s^s) dt - L_t \mathbf{i}_s^s \right]$$

Equazione dello stimatore

$$\mathbf{g}_x^s(t) = \mathbf{G}_x^s e^{j\Omega_s t}$$

Espressione del generico vettore spaziale a regime

$$\Lambda_r^s = \frac{L_r}{L_M} \left(\frac{\mathbf{U}_s^s - R_s \mathbf{I}_s^s}{j\Omega_s} - L_t \mathbf{I}_s^s \right)$$

Soluzione a regime dello stimatore

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle tensioni e correnti statoriche *(a regime)*

Applicando la definizione di sensitività per il parametro (L_r/L_M) si ottiene:

$$\Lambda_r^s = \frac{L_r}{L_M} \left(\frac{U_s^s - R_s I_s^s}{j\Omega_s} - L_t I_s^s \right)$$

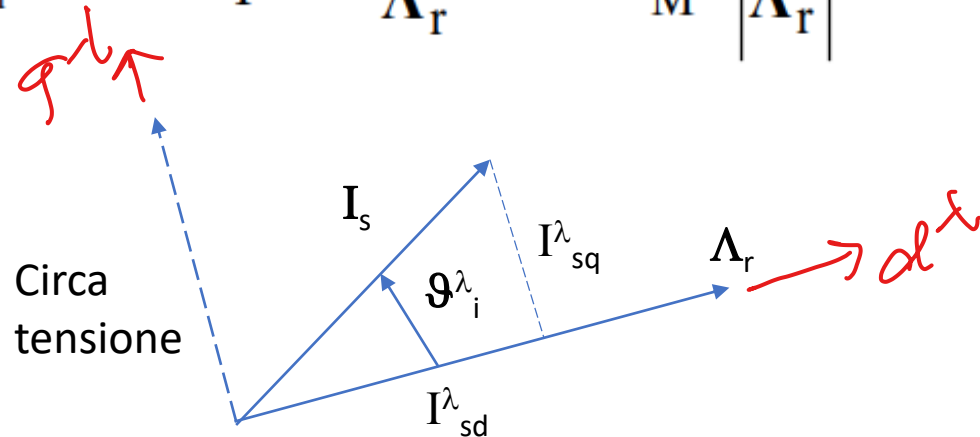
$$S_{\Lambda_r^s}^{L_r/L_M} = \overbrace{\frac{\left(\frac{U_s^s - R_s I_s^s}{j\Omega_s} - L_t I_s^s \right)}{1}}^{\frac{df}{dp}} \overbrace{\frac{\frac{L_r}{L_M}}{\left(\frac{U_s^s - R_s I_s^s}{j\Omega_s} - L_t I_s^s \right) \frac{L_r}{L_M}}}^{\frac{p}{f}} = 1$$

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle tensioni e correnti statoriche *(a regime)*

Applicando la definizione di sensitività per il parametro L_t si ottiene:

$$\Lambda_r^s = \frac{L_r}{L_M} \left(\frac{\mathbf{U}_s^s - R_s \mathbf{I}_s^s}{j\Omega_s} - L_t \mathbf{I}_s^s \right)$$

$$S_{\Lambda_r^s}^{L_t} = \frac{\frac{L_r}{L_M} (-\mathbf{I}_s^s)}{1} \frac{L_t}{\Lambda_r^s} = -\frac{L_r L_t}{L_M} \frac{|\mathbf{I}_s|}{|\Lambda_r^s|} e^{j\theta_i^\lambda} = -\frac{L_r L_t}{L_M} \frac{I_{sd}^\lambda (1 + j \tan \theta_i^\lambda)}{|\Lambda_r^s|} = \left(1 - \frac{L_r L_s}{L_M^2}\right) (1 + j \tan \theta_i^\lambda)$$



$$\tan \theta_i^\lambda = \frac{I_{sq}^\lambda}{I_{sd}^\lambda} \cong \frac{\text{corrente attiva}}{\text{corrente reattiva}} = 0 \dots \pm 3$$

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle tensioni e correnti statoriche (a regime)

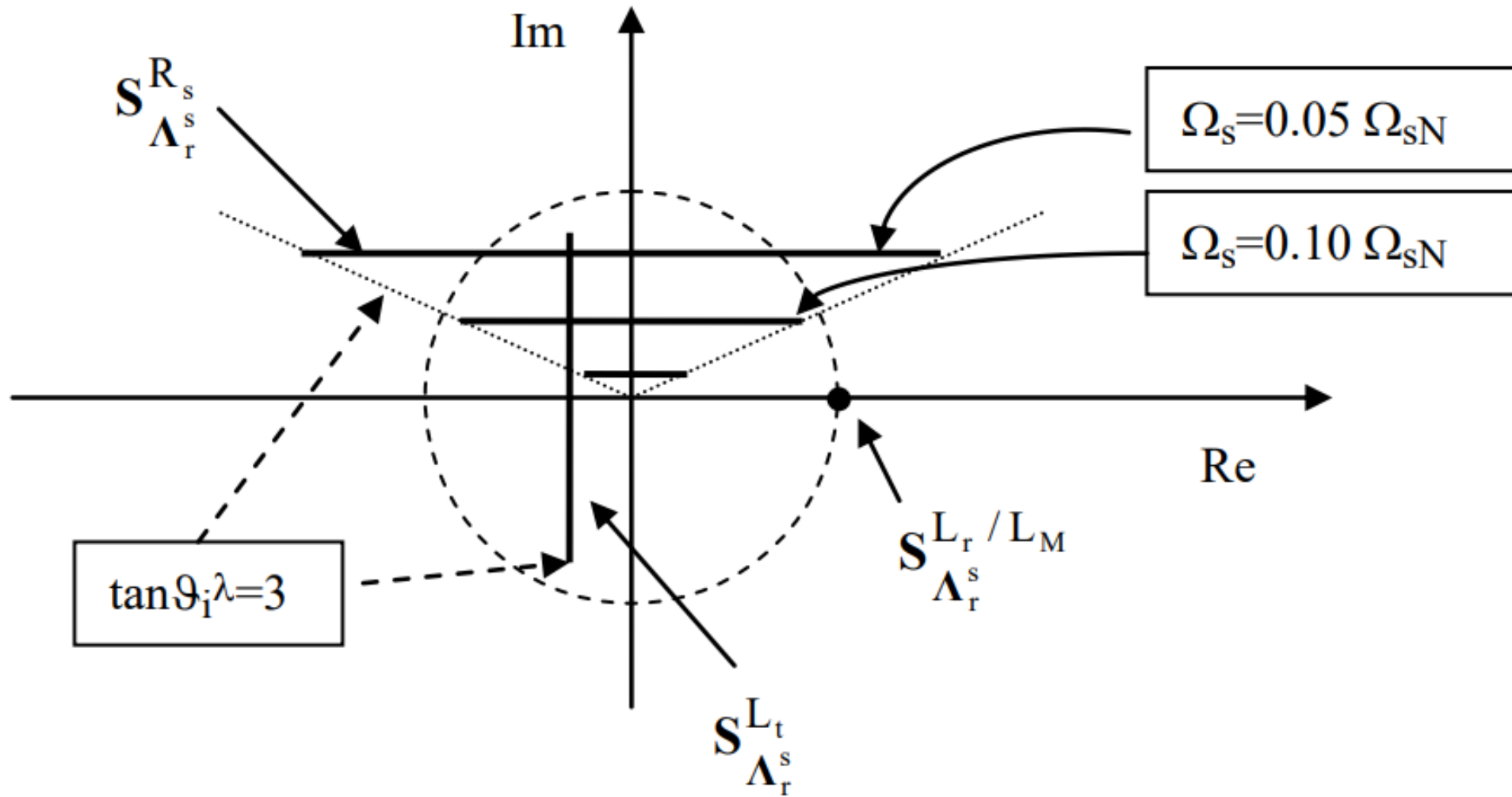
Applicando la definizione di sensitività per il parametro R_s si ottiene:

$$\Lambda_r^s = \frac{L_r}{L_M} \left(\frac{U_s^s - R_s I_s^s}{j\Omega_s} - L_t I_s^s \right)$$

$$S_{\Lambda_r^s}^{R_s} = -\frac{L_r}{L_M} \frac{I_s^s}{j\Omega_s} \frac{R_s}{\Lambda_r^s} = -\frac{L_r}{L_M^2} \frac{(1 + j \tan \vartheta_i^\lambda)}{j\Omega_s} R_s = -\frac{L_r L_s}{L_M^2} \frac{R_s}{\Omega_s L_s} (\tan \vartheta_i^\lambda - j)$$

Cresce al diminuire
della frequenza
(velocità)

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle tensioni e correnti statoriche (a regime)



Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche (a regime)

$$\frac{d\lambda_r^s}{dt} = (j\omega_{me} - \frac{R_r}{L_r})\lambda_r^s + \frac{R_r L_M}{L_r} i_s^s$$

Equazione dello stimatore

$$\Lambda_r^s = \frac{\frac{R_r}{L_r} L_M I_s^s}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})}$$

Soluzione a regime dello stimatore

NB: la soluzione a regime è la stessa del flux-model e per il FOC indiretto

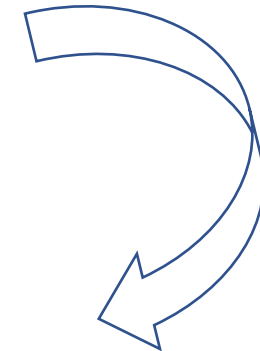
$$\Omega_{\lambda}^r = \Omega_x^r$$

Razionalizzando.

$$\Lambda_r^s = \frac{\frac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{I}_s^s}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})} \cdot \frac{\frac{R_r}{L_r} - j(\Omega_s - \Omega_{me})}{\frac{R_r}{L_r} - j(\Omega_s - \Omega_{me})}$$

$$\Lambda_{rd}^x = L_M \frac{\frac{L_r}{R_r} \Omega_x^r I_{sq}^x + I_{sd}^x}{1 + \left(\frac{L_r}{R_r} \Omega_x^r \right)^2}$$

$$\Lambda_{rq}^x = L_M \frac{I_{sq}^x - \frac{L_r}{R_r} \Omega_x^r I_{sd}^x}{1 + \left(\frac{L_r}{R_r} \Omega_x^r \right)^2}$$



Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche *(a regime)*

Applicando la definizione di sensitività per il parametro L_M e poi per (R_r/L_r) si ottiene:

$$S_{\Lambda_r^s}^{L_M} = 1$$

e

$$S_{\Lambda_r^s}^{R_r/L_r} = L_M \mathbf{I}_s^s \underbrace{\left[\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \right] - \frac{R_r}{L_r}}_{\frac{df}{dp}} \cdot \underbrace{\frac{R_r}{L_r} \left[\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \right]}_{\frac{p}{f}} \frac{1}{\left[\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \right]^2 \cdot \frac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{I}_s^s}$$

$$\Lambda_r^s = \frac{\frac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{I}_s^s}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})}$$

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche (a regime)

$$S_{\Lambda_r^s}^{R_r/L_r} = \cancel{L_M} \cancel{I_s^s} \frac{\left[\cancel{\frac{R_r}{L_r}} + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \right] - \cancel{\frac{R_r}{L_r}}}{\left[\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \right]^2} \cdot \frac{\cancel{\frac{R_r}{L_r}} \left[\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \right]}{\cancel{\frac{R_r}{L_r}} \cancel{L_M} \cancel{I_s^s}}$$

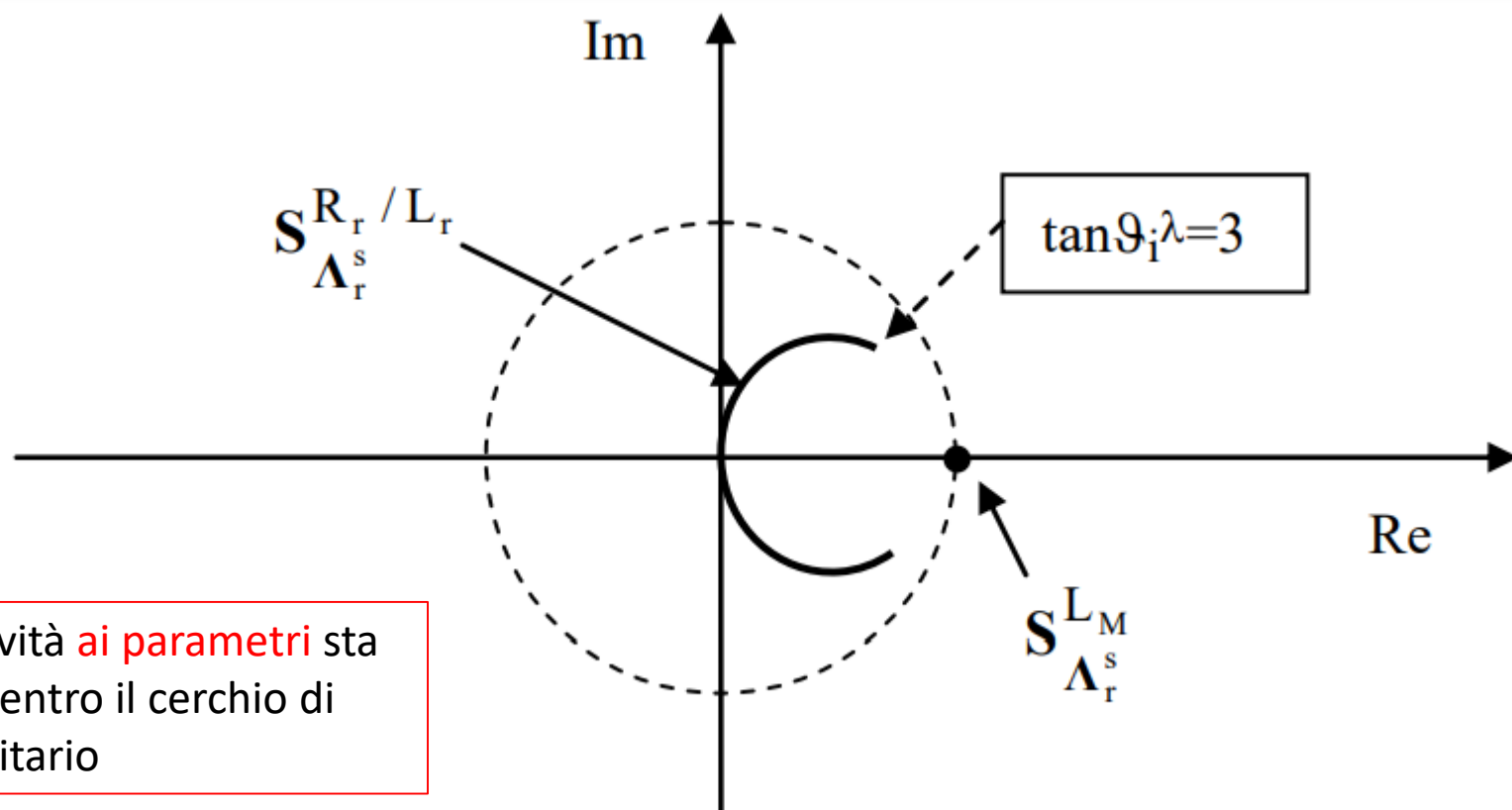
$$S_{\Lambda_r^s}^{R_r/L_r} = \frac{j(\Omega_s - \Omega_{me})}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})}$$

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche (a regime)

$$(\Omega_s - \Omega_{me}) = \Omega_\lambda^r = R_r \frac{L_M}{L_r} \frac{I_{sq}^\lambda}{\Lambda_r} = \frac{R_r}{L_r} \frac{I_{sq}^\lambda}{I_{sd}^\lambda} = \frac{R_r}{L_r} \tan \vartheta_i^\lambda$$

$$S_{\Lambda_r^s}^{R_r/L_r} = \frac{j(\Omega_s - \Omega_{me})}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})} = \frac{j \tan \vartheta_i^\lambda}{1 + j \tan \vartheta_i^\lambda}$$

*Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche (**a regime**)*



La sensitività ai parametri sta sempre dentro il cerchio di raggio unitario

Sensitività *alla misura di velocità* della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche

$$S_{\Lambda_r}^{\Omega_{me}} = \frac{d\Lambda_r}{d\Omega_{me}} \frac{\Omega_{s,N}}{\Lambda_r}$$

pari a $\Omega_{me,0,N}$

$$\Lambda_r^s = \frac{\frac{R_r}{L_r} L_M I_s^s}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})}$$

$$S_{\Lambda_r}^{\Omega_{me}} = \underbrace{\frac{-\frac{R_r}{L_r} L_M I_s^s (-j)}{\left[\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \right]^2}}_{\frac{df}{dp}} \cdot \underbrace{\frac{\Omega_{s,N} \left[\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \right]}{\frac{R_r}{L_r} L_M I_s^s}}_{\frac{p}{f}}$$

Sensitività *alla misura di velocità* della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche

$$S_{\Lambda_r}^{\Omega_{me}} = \frac{j\Omega_{s,N}}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})} = \frac{\Omega_{s,N}}{(\Omega_s - \Omega_{me})} \cdot \underbrace{\frac{j(\Omega_s - \Omega_{me})}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})}}_{S_{\Lambda_r}^{R_r/L_r}}$$

A vuoto $(\Omega_s - \Omega_{me})=0$:

$$S_{\Lambda_r}^{\Omega_{me}} = \frac{j\Omega_{s,N}}{\frac{R_r}{L_r}} = \frac{j\Omega_{s,N}L_r}{R_r} = j(10 \dots 50)$$

Sensitività *alla misura di velocità* della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche

A coppia nominale $(\Omega_{s,N} - \Omega_{me}) = s_N \Omega_{s,N}$:

$$S_{\Lambda_r}^{\Omega_{me}} = \frac{\Omega_{s,N}}{(\Omega_s - \Omega_{me})} \cdot \frac{j(\Omega_s - \Omega_{me})}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})} =$$

$$= \frac{\Omega_{s,N}}{s_N \Omega_{s,N}} \cdot \frac{j(\Omega_s - \Omega_{me})}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})}$$

10 ... 50 ...

