Electric Drives
Laboratory
DII - UniPD

Azionamenti Elettrici

Lezioni a.a. 2020-2021

prof. Silverio Bolognani

PARTE IV

Macchina asincrona (Macchina a induzione)

Relazioni flusso-corrente

Relazioni flusso - corrente

Ipotesi (già fatte):

- no correnti parassite

$\Rightarrow$ i flussi magnetici sono prodotti dalle soli correnti di fase

- no isteresi magnetica

$\Rightarrow$ il comportamento magnetico non ha memoria, relazioni istantanee fra flussi e correnti

Per esempio $\lambda_{sa} = \lambda_{sa}(i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}, i_{ra}, i_{rb}, i_{rc})$ (in funzione anche di ϑ_{me})

Relazioni flusso - corrente

Ipotesi (ulteriori):

- no saturazione del ferro (comportamento magnetico lineare)

$\Rightarrow$ le relazioni flusso-correnti sono lineari

$\Rightarrow$ si può applicare la sovrapposizione degli effetti

Contributo dovuto alle correnti di statore

Per esempio $\lambda_{sa} = \lambda_{ssa}(i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}) + \lambda_{sra}(i_{ra}, i_{rb}, i_{rc})$

ove ciascun addendo sarà, a sua volta, una combinazione lineare degli effetti delle tre correnti di fase.

Questa proprietà vale per qualsiasi flusso si voglia calcolare.

Relazioni flusso - corrente

$L_{saa} = L_{sbb} = L_{scc} = L_{ss}$

$L_{sab} = L_{sbc} = L_{sca} = L_{sba} = L_{scb} = L_{sac} = L_{Mss}$

Descrizione del termine $\lambda_{ssa} = \lambda_{ssa}(i_{sa}, i_{sb}, i_{sc})$

$= L_{saa} i_{sa} + L_{sab} i_{sb} + L_{sac} i_{sc}$

$$\lambda_{ssa} = L_{ss} i_{sa} + L_{Mss} i_{sb} + L_{Mss} i_{sc}$$

liscio

- Le induttanze sono costanti: circuito magnetico lineare
- Le induttanze sono indipendenti dalla posizione rotorica: rotore isotropo
- Le mutue induttanze fra le fase **a-b** e le fase **a-c** sono identiche: le fase **b** e **c** sono disposte in modo speculare rispetto alla fase **a**
- Le mutue induttanze sono negative.

Relazioni flusso - corrente

Per un macchina «a tre fili» (neutro isolato)

$i_{sa} + i_{sb} + i_{sc} = 0$ cioè $-i_{sa} = (i_{sb} + i_{sc})$

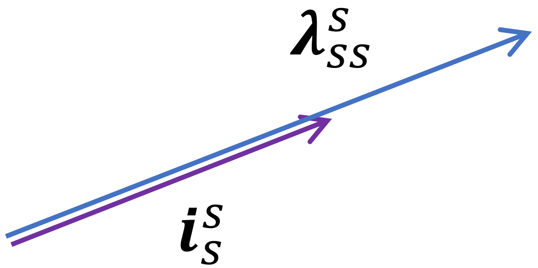
Quindi

$$\lambda_{ssa} = L_{ss} i_{sa} + L_{Mss}(i_{sb} + i_{sc}) = (L_{ss} - L_{Mss}) i_{sa} =$$

$$= (L_{ss} + |L_{Mss}|) i_{sa} = L_s \, i_{sa}$$

L_s è l'induttanza (sincrona) statorica (non è l'autoinduttanza della fase (L_{ss}).

Relazioni flusso - corrente



Per l'intero statore trifase e in forma vettoriale

$$\begin{aligned} \lambda_{ssa} &= L_s\, i_{sa} \\ \lambda_{ssb} &= L_s\, i_{sb} \\ \lambda_{ssc} &= L_s\, i_{sc} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\lambda}_{ss}^{s} = L_s \boldsymbol{i}_{s}^{s} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\lambda}_{ss}^{x} = L_s \boldsymbol{i}_{s}^{x}$$

I vettori del flusso e della corrente sono proporzionali: vale in qualsiasi sistema di rifermento

NB: Con l'introduzione dell'induttanza sincrona pare che ogni fase statorica produca il suo flusso con la sua sola corrente senza accoppiamenti mutui con le altre fasi statoriche.

Relazioni flusso - corrente

Descrizione del termine $\lambda_{sra} = \lambda_{sra}(i_{ra}, i_{rb}, i_{rc})$

$$\lambda_{sra} = l_{Msr}(\vartheta_{me})i_{ra} + l_{Msr}(\vartheta_{me} + 2\pi/3)i_{rb} + l_{Msr}(\vartheta_{me} + 4\pi/3)i_{rc}$$

Induttanza mutua fra fase a_r e fase a_s

Induttanza mutua fra fase b_r e fase a_s

Induttanza mutua fra fase c_r e fase a_s

Relazioni flusso - corrente

Ipotesi (ulteriore): le induttanze mutue variano con legge cosinusoidale

$$\lambda_{sra} = L_{Msr}\cos(\vartheta_{me})i_{ra} + L_{Msr}\cos(\vartheta_{me} + 2\pi/3)i_{rb} + L_{Msr}\cos(\vartheta_{me} + 4\pi/3)i_{rc}$$

Induttanza mutua fra fase a_r e fase a_s

Induttanza mutua fra fase b_r e fase a_s

Induttanza mutua fra fase c_r e fase a_s

Simili equazioni si possono scrivere <u>per le altre due fasi statoriche</u>, da cui ricavare le espressioni vettoriali.

Relazioni flusso - corrente

Si ricorda che: *Nel caso di terne bilanciate la componente relativa all'asse* d^s *(alfa stazionario) coincide con la grandezza della fase a.*

Per il flusso allora si può scrivere

$$\lambda_{sra} = \lambda_{srd}^{s} = \frac{3}{2} L_{Msr} \underbrace{\left\{ \frac{2}{3} \left[\cos(\vartheta_{me})\, i_{ra} + \cos\left(\vartheta_{me} + \frac{2\pi}{3}\right) i_{rb} + \cos\left(\vartheta_{me} + \frac{4\pi}{3}\right) i_{rc} \right] \right\}}_{i_{rd}^{s}}$$

Formula di trasformazione da a_r, b_r, c_r a d^s (alfa statorico).

Risulta dalla trasformazione da a_r, b_r, c_r a $d^r q^r$ (alfa-beta rotorico) seguita dalla trasformazione da $d^r q^r$ a $d^s q^s$ (sfasati di ϑ_{me}).

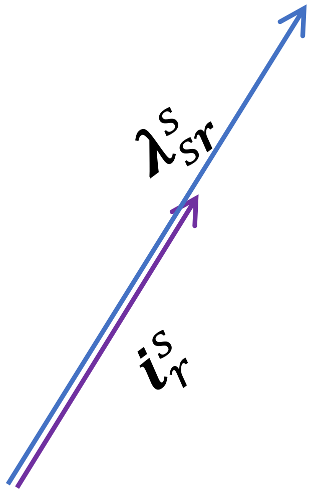
Relazioni flusso - corrente

In definitiva si può scrivere

$$\lambda_{srd}^{s} = \left(\frac{3}{2} L_{Msr}\right) i_{rd}^{s} = L_M\, i_{rd}^{s}$$

con $L_M = \frac{3}{2} L_{Msr}$.

Se vale per l'asse d vale anche per l'asse q: $\lambda_{srq}^{s} = L_M\, i_{rq}^{s}$



e quindi

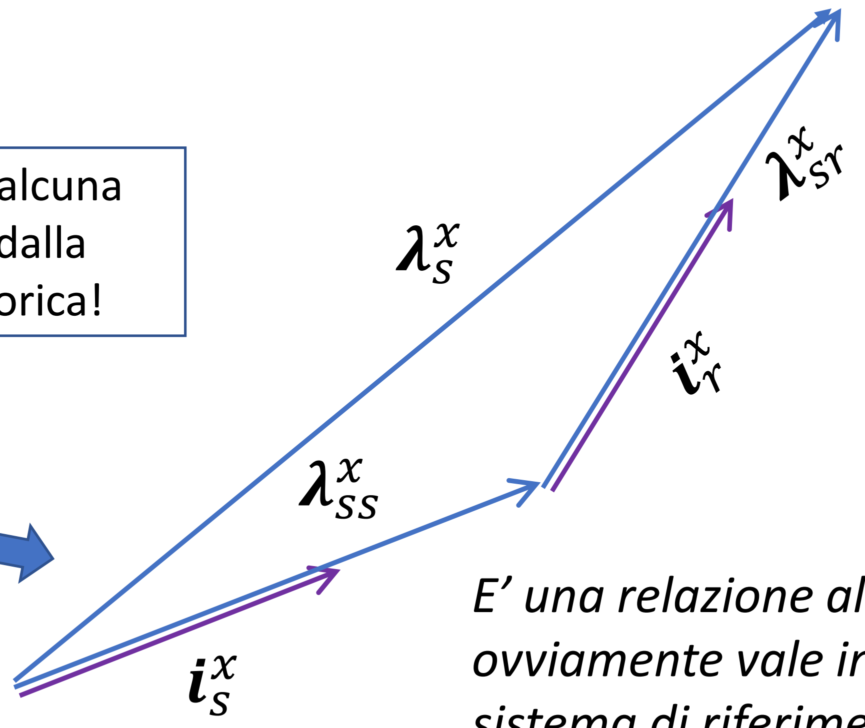
$\boldsymbol{\lambda}_{sr}^{s} = L_M\, \boldsymbol{i}_{r}^{s}$ e in generale $\boldsymbol{\lambda}_{sr}^{x} = L_M\, \boldsymbol{i}_{r}^{x}$

Relazioni flusso - corrente

Non compare alcuna dipendenza dalla posizione rotorica!

Combinando i due contributi

$$\boldsymbol{\lambda}_s^x \;=\; \boldsymbol{\lambda}_{ss}^x + \boldsymbol{\lambda}_{sr}^x = L_s \boldsymbol{i}_s^x + L_M\, \boldsymbol{i}_r^x$$



E' una relazione algebrica che ovviamente vale in qualsiasi sistema di riferimento

e sarà anche

$$\boldsymbol{\lambda}_r^x \;= L_M \boldsymbol{i}_s^x + L_r\, \boldsymbol{i}_r^x$$

Nel complesso valgono i sistemi

$$[L]^{-1} = \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} L_r & -L_M \\ -L_M & L_s \end{bmatrix} \qquad \Delta = L_s L_r - L_M^2$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_s^x \\ \boldsymbol{\lambda}_r^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_M \\ L_M & L_r \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_s^x \\ \boldsymbol{i}_r^x \end{bmatrix} = [L]\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_s^x \\ \boldsymbol{i}_r^x \end{bmatrix} \quad \text{ed anche} \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_s^x \\ \boldsymbol{i}_r^x \end{bmatrix} = [L]^{-1}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_s^x \\ \boldsymbol{\lambda}_r^x \end{bmatrix}}$$

$$= \begin{bmatrix} \Gamma_s & \Gamma_M \\ \Gamma_M & \Gamma_r \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \lambda \\ \lambda \end{bmatrix}$$

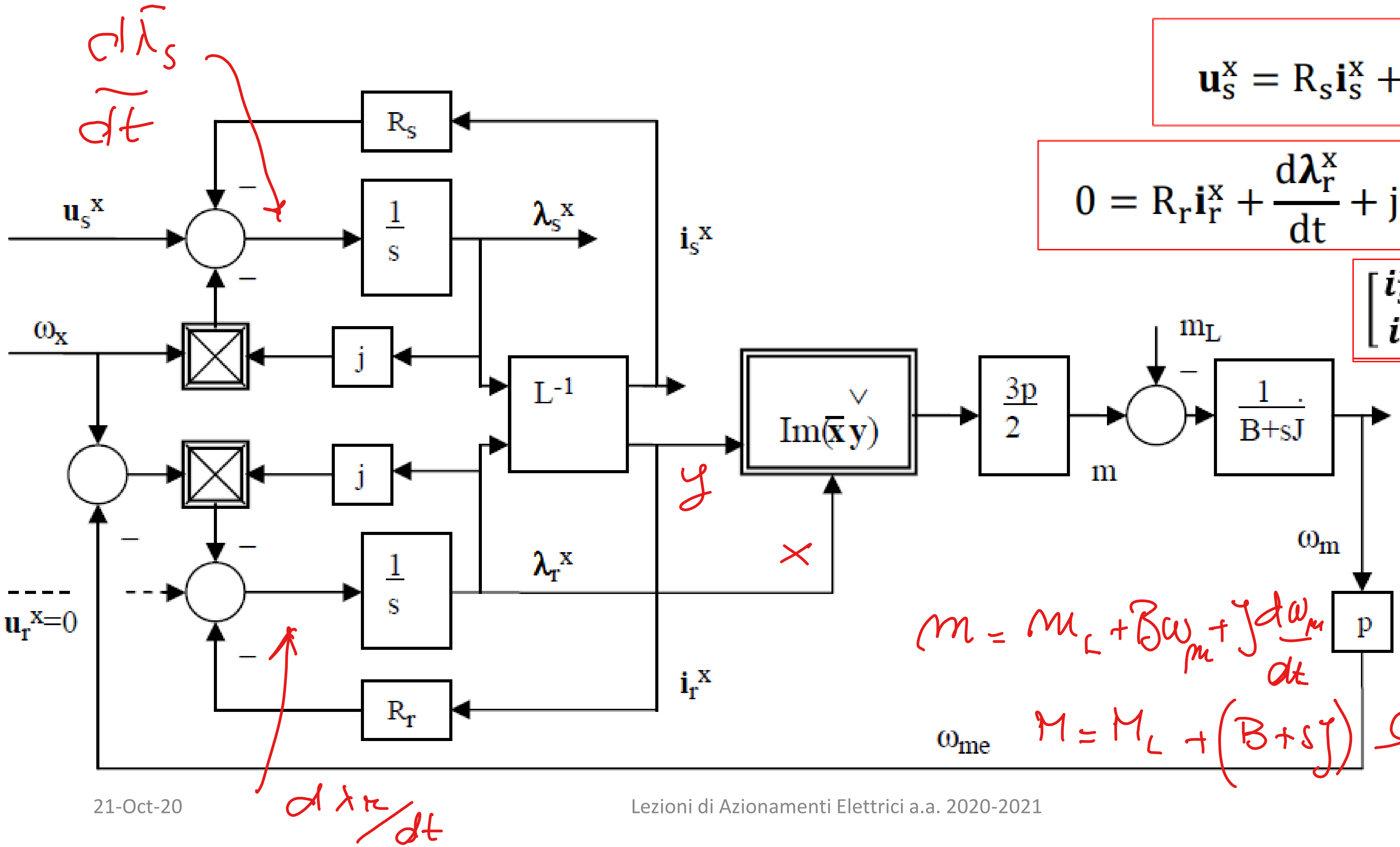
$$\begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} = [\Gamma]\begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} =$$

Schema a blocchi della macchina asincrona (vettoriale in $d^x q^x$)

$$\mathbf{u}_s^x = R_s \mathbf{i}_s^x + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_s^x}{dt} + j\omega_x \boldsymbol{\lambda}_s^x$$

$$0 = R_r \mathbf{i}_r^x + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_r^x}{dt} + j(\omega_x - \omega_{me})\boldsymbol{\lambda}_r^x$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_s^x \\ \boldsymbol{i}_r^x \end{bmatrix} = [L]^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_s^x \\ \boldsymbol{\lambda}_r^x \end{bmatrix}$$



$$m = M_L + B\omega_m + J\frac{d\omega_m}{dt}$$

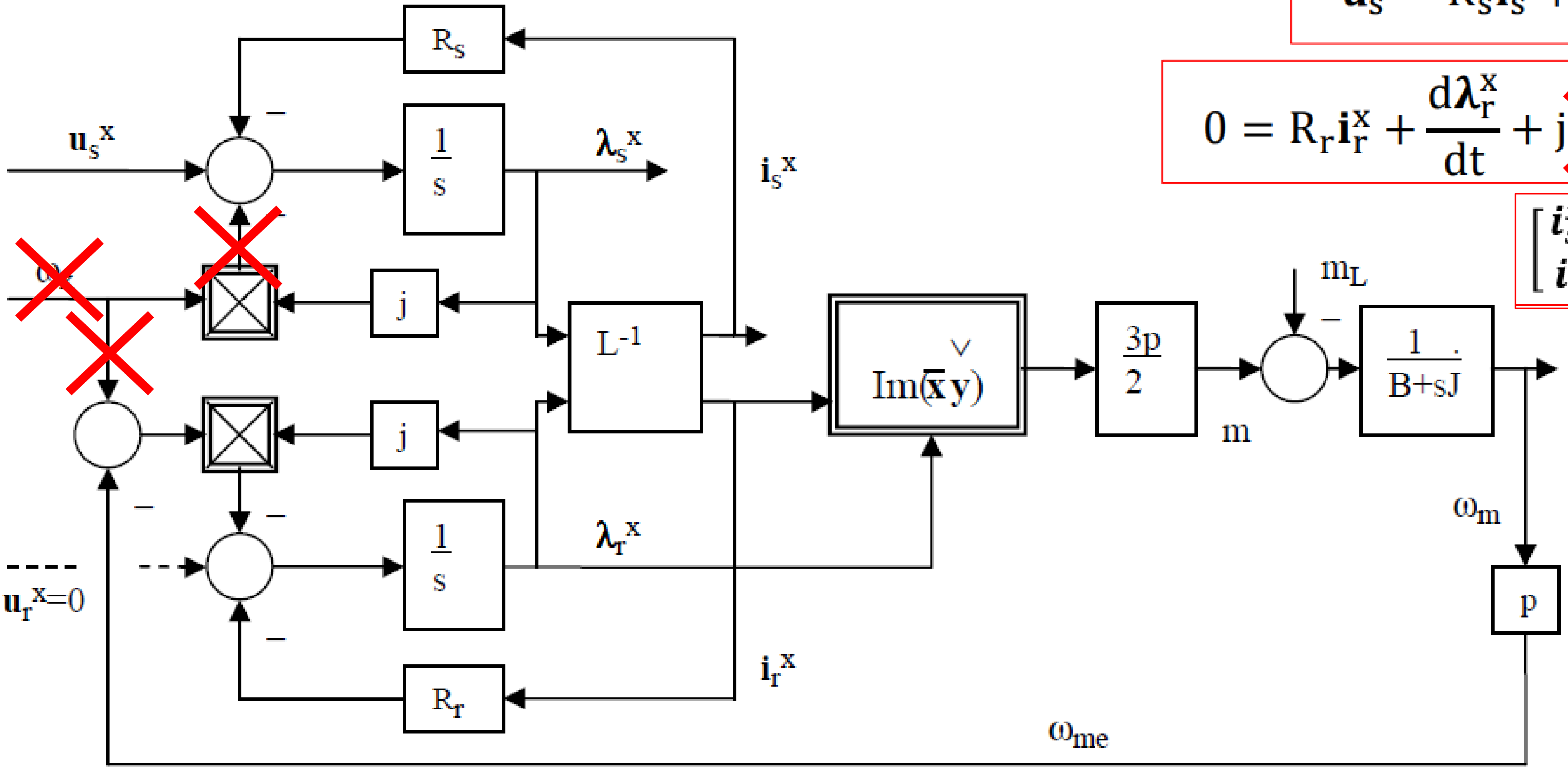
$$M = M_L + (B+sJ)\,\Omega_m$$

Schema a blocchi della macchina asincrona (vettoriale in $d^s q^s$: ω_x=0)

$$\mathbf{u}_s^x = R_s \mathbf{i}_s^x + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_s^x}{dt} + j\cancel{\omega_x}\boldsymbol{\lambda}_s^x$$

$$0 = R_r \mathbf{i}_r^x + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_r^x}{dt} + j(\cancel{\omega_x} - \omega_{me})\boldsymbol{\lambda}_r^x$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_s^x \\ \boldsymbol{i}_r^x \end{bmatrix} = [L]^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_s^x \\ \boldsymbol{\lambda}_r^x \end{bmatrix}$$



Schema a blocchi della macchina asincrona (proprietà)

- Le variabili sono (quasi tutte) vettoriali. Si tratta di due schemi a blocchi (due piani) uno per l'asse d e uno per l'asse q fra di loro connessi dalle fem mozionali

- Per esempio $u_{sd}^{x} = R_s i_{sd}^{x} + \frac{d\lambda_{sd}^{x}}{dt} - \omega_x \lambda_{sq}^{x}$ (asse d)

  $u_{sq}^{x} = R_s i_{sq}^{x} + \frac{d\lambda_{sq}^{x}}{dt} + \omega_x \lambda_{sd}^{x}$ (asse q)

  Simile situazione per il rotore.
- Esprimendo i flussi in funzione delle correnti si trovano correnti statoriche e <u>rotoriche di entrambi gli assi d e q in tutte le equazioni</u>.

- Il sistema non è lineare (ci sono blocchi con doppia cornice).

Altre espressioni della coppia

Si trovato

$$m = \frac{3}{2}p\left[\, \lambda^{x}_{rq} i^{x}_{rd} - \lambda^{x}_{rd} i^{x}_{rq}\right]$$

Ma $\boldsymbol{\lambda}^{x}_{r} = L_M \mathbf{i}^{x}_{s} + L_r\, \mathbf{i}^{x}_{r}$ da cui $\mathbf{i}^{x}_{r} = \frac{1}{L_r}\boldsymbol{\lambda}^{x}_{r} - \frac{L_M}{L_r}\,\mathbf{i}^{x}_{s}$ =

$i^{x}_{rd} = \dots$

$i^{x}_{rq} = \dots$

$$m = \frac{3}{2}p\left[\, \lambda^{x}_{rq}\underbrace{\left(\frac{1}{L_r}\lambda^{x}_{rd} - \frac{L_M}{L_r}\, i^{x}_{sd}\right)}_{i^{x}_{rd}} - \lambda^{x}_{rd}\underbrace{\left(\frac{1}{L_r}\lambda^{x}_{rq} - \frac{L_M}{L_r}\, i^{x}_{sq}\right)}_{i^{x}_{rq}}\right] = \frac{3}{2}p\frac{L_M}{L_r}\left[\, \lambda^{x}_{rd} i^{x}_{sq} - \lambda^{x}_{rq} i^{x}_{sd}\right]$$

Espressioni della coppia (homework: completare)

	$\mathbf{i}_s$	$\mathbf{i}_r$	$\boldsymbol{\lambda}_s$	$\boldsymbol{\lambda}_r$
$\mathbf{i}_s$	XXX			$\frac{3}{2} p \frac{L_M}{L_r} [\ \lambda_{rd}^{x} i_{sq}^{x} - \lambda_{rq}^{x} i_{sd}^{x}]$
$\mathbf{i}_r$		XXX		$\frac{3}{2} p [\ \lambda_{rq}^{x} i_{rd}^{x} - \lambda_{rd}^{x} i_{rq}^{x}]$
$\boldsymbol{\lambda}_s$			XXX	
$\boldsymbol{\lambda}_r$	$\frac{3}{2} p \frac{L_M}{L_r} [\ \lambda_{rd}^{x} i_{sq}^{x} - \lambda_{rq}^{x} i_{sd}^{x}]$	$\frac{3}{2} p [\ \lambda_{rq}^{x} i_{rd}^{x} - \lambda_{rd}^{x} i_{rq}^{x}]$		XXX