

Electric Drives
Laboratory
DII - UniPD

Azionamenti Elettrici

Lezioni a.a. 2020-2021

prof. Silverio Bolognani

PARTE IV

Macchina asincrona (Macchina a induzione)

Comportamento a regime sinusoidale

Equazioni in $d^s q^s$

$$\mathbf{u}_s^s = R_s \mathbf{i}_s^s + \frac{d\lambda_s^s}{dt}$$



$$\mathbf{u}_s^s = R_s \mathbf{i}_s^s + L_s \frac{d\mathbf{i}_s^s}{dt} + L_M \frac{d\mathbf{i}_r^s}{dt}$$

$$0 = R_r \mathbf{i}_r^s + \frac{d\lambda_r^s}{dt} - j\omega_{me} \lambda_r^s$$

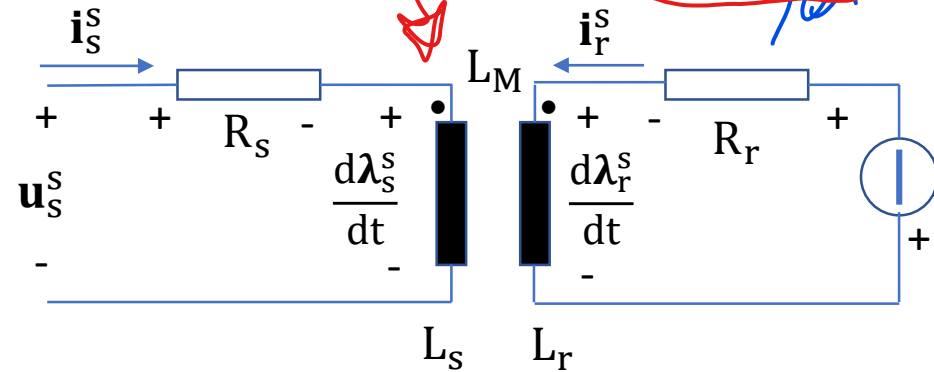


$$0 = R_r \mathbf{i}_r^s + L_M \frac{d\mathbf{i}_s^s}{dt} + L_r \frac{d\mathbf{i}_r^s}{dt} - j\omega_{me} (L_M \mathbf{i}_s^s + L_r \mathbf{i}_r^s)$$



$$\lambda_s^s = L_s \mathbf{i}_s^s + L_M \mathbf{i}_r^s$$

$$\lambda_r^s = L_M \mathbf{i}_s^s + L_r \mathbf{i}_r^s$$



$$\begin{aligned} -j\omega_{me} \lambda_r^s &= \\ &= -j\omega_{me} (L_M \mathbf{i}_s^s + L_r \mathbf{i}_r^s) \end{aligned}$$

Terne simmetriche in regime sinusoidale (per esempio una terna di tensioni)

$$\omega = 2\pi f_{50\text{Hz}}$$

$$u_a(t) = U_M \cos(\omega t + \vartheta_o)$$



$$u_a(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}[\dot{U} e^{j\omega t}] \quad \text{con} \quad \dot{U} = \frac{U_M}{\sqrt{2}} e^{j\vartheta_o}$$

$$u_b(t) = U_M \cos\left(\omega t + \vartheta_o - \frac{2\pi}{3}\right)$$



$$u_c(t) = U_M \cos\left(\omega t + \vartheta_o - \frac{4\pi}{3}\right)$$



Rappresentazione
simbolica



$$\mathbf{u}_s^s(t) = U_M e^{j(\omega t + \vartheta_o)} = U_M e^{j\vartheta_o} e^{j\omega t}$$



$$\mathbf{u}_s^s(t) = \sqrt{2} \dot{U} e^{j\omega t}$$

Vettore spaziale

*in $d^s q^s$
(α_s, β_s)*

Regime sinusoidale

$$\Omega_s = 2\pi f_{STAT}$$

$$\mathbf{u}_s^s = R_s \mathbf{i}_s^s + \frac{d\lambda_s^s}{dt}$$

$$0 = R_r \mathbf{i}_r^s + \frac{d\lambda_r^s}{dt} - j\omega_{me} \lambda_r^s$$

$$\lambda_s^s = L_s \mathbf{i}_s^s + L_M \mathbf{i}_r^s$$

$$\lambda_r^s = L_M \mathbf{i}_s^s + L_r \mathbf{i}_r^s$$

$$\cancel{\sqrt{2} \dot{\mathbf{U}}_s e^{j\Omega_s t}} = R_s \cancel{\sqrt{2} \dot{\mathbf{I}}_s e^{j\Omega_s t}} + \left(j\Omega_s \sqrt{2} \dot{\lambda}_s^s e^{j\Omega_s t} \right)$$

$$\dot{\mathbf{U}}_s = R_s \dot{\mathbf{I}}_s + j\Omega_s \dot{\lambda}_s^s$$

statore

$$0 = R_r \cancel{\sqrt{2} \dot{\mathbf{I}}_r e^{j\Omega_s t}} + \left(j\Omega_s \sqrt{2} \dot{\lambda}_r^s e^{j\Omega_s t} \right) - j\Omega_{me} \cancel{\sqrt{2} \dot{\lambda}_r^s e^{j\Omega_s t}}$$

$$0 = R_r \dot{\mathbf{I}}_r + j\Omega_s \dot{\lambda}_r^s - j\Omega_{me} \dot{\lambda}_r^s$$

$$0 = R_r \dot{\mathbf{I}}_r + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \dot{\lambda}_r^s$$

rotore

Regime sinusoidale

Dall'equazione di rotore

$$0 = R_r \dot{\mathbf{I}}_r + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \dot{\mathbf{\Lambda}}_r$$

$$\dot{\mathbf{\Lambda}}_r = \frac{-R_r \dot{\mathbf{I}}_r}{j(\Omega_s - \Omega_{me})} \quad \text{quindi}$$

$$-j\Omega_{me} \dot{\mathbf{\Lambda}}_r = \cancel{-j\Omega_{me}} \frac{-R_r \dot{\mathbf{I}}_r}{\cancel{j(\Omega_s - \Omega_{me})}} = \frac{\Omega_{me}}{\Omega_s - \Omega_{me}} R_r \dot{\mathbf{I}}_r$$

Regime sinusoidale

Allora l'equazione di rotore nella forma

$$0 = R_r \dot{\mathbf{I}}_r + j\Omega_s \dot{\mathbf{\Lambda}}_r - j\Omega_{me} \dot{\mathbf{\Lambda}}_r$$

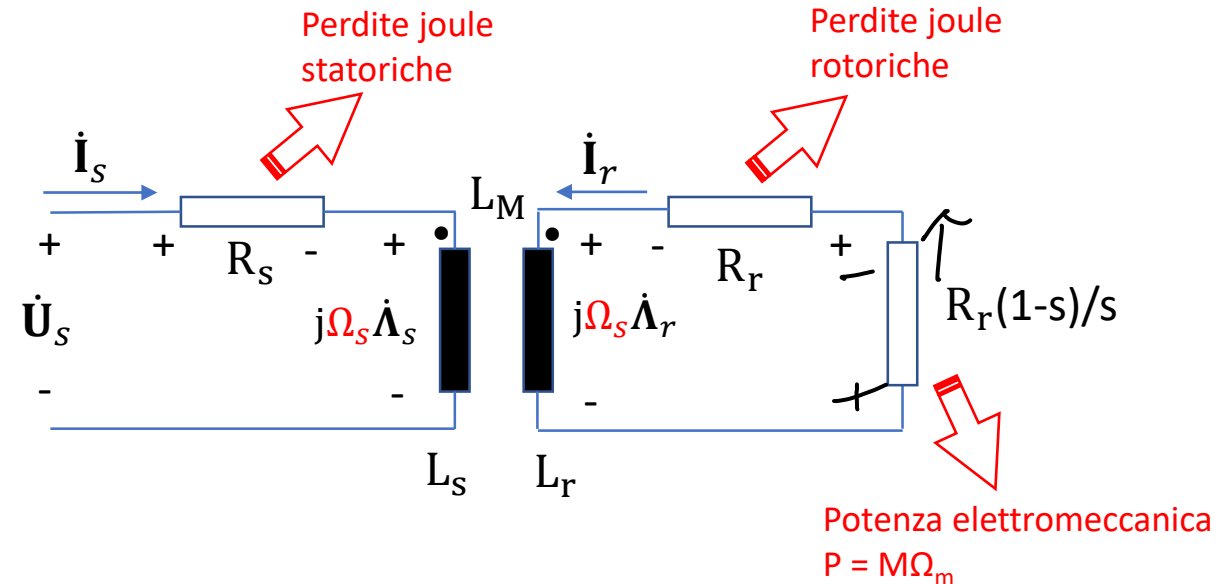
diventa

$$0 = R_r \dot{\mathbf{I}}_r + j\Omega_s \dot{\mathbf{\Lambda}}_r + \frac{\Omega_{me}}{\Omega_s - \Omega_{me}} R_r \dot{\mathbf{I}}_r$$

ed anche se $s = (\Omega_s - \Omega_{me})/\Omega_s$

$$0 = R_r \dot{\mathbf{I}}_r + j\Omega_s \dot{\mathbf{\Lambda}}_r + \frac{1-s}{s} R_r \dot{\mathbf{I}}_r$$

s = scorrimento



Relazioni fra le potenze sul rotore, coppia

Perdite joule rotoriche

$$P_{jr} = 3 |\dot{\mathbf{i}}_r|^2 R_r = 3 I_r^2 R_r \quad (= \frac{3}{2} |\dot{\mathbf{i}}_r^s|^2 R_r)$$

Potenza elettromeccanica

$$P = 3 |\dot{\mathbf{i}}_r|^2 R_r \frac{1-s}{s} = \left(3 I_r^2 R_r \right) \frac{1-s}{s} = P_{jr} \frac{1-s}{s}$$

$$P_{jr} = P \frac{s}{1-s}$$

Potenza trasmessa
(Potenza al traferro)

$$P_t = 3 |\dot{\mathbf{i}}_r|^2 \left(R_r \frac{1-s}{s} + R_r \right) = 3 I_r^2 R_r \frac{1}{s} = P_{jr} \frac{1}{s}$$

$$P_{jr} = P_t s$$

$$P = P_t (1-s)$$

Coppia

$$P = M \Omega_m = P_t (1-s)$$

$$M = P_t \frac{(1-s)}{\Omega_m} = p P_t \frac{(1-s)}{\Omega_{me}} = p P_t \frac{1}{\Omega_s}$$

Caratteristica meccanica – curva coppia/giri per prefissate condizioni di alimentazione elettrica

- Sia $|\dot{\Lambda}_r| = \Lambda_r = \text{costante}$ e $\Omega_s = \text{costante}$ (frequenza di alimentazione costante)

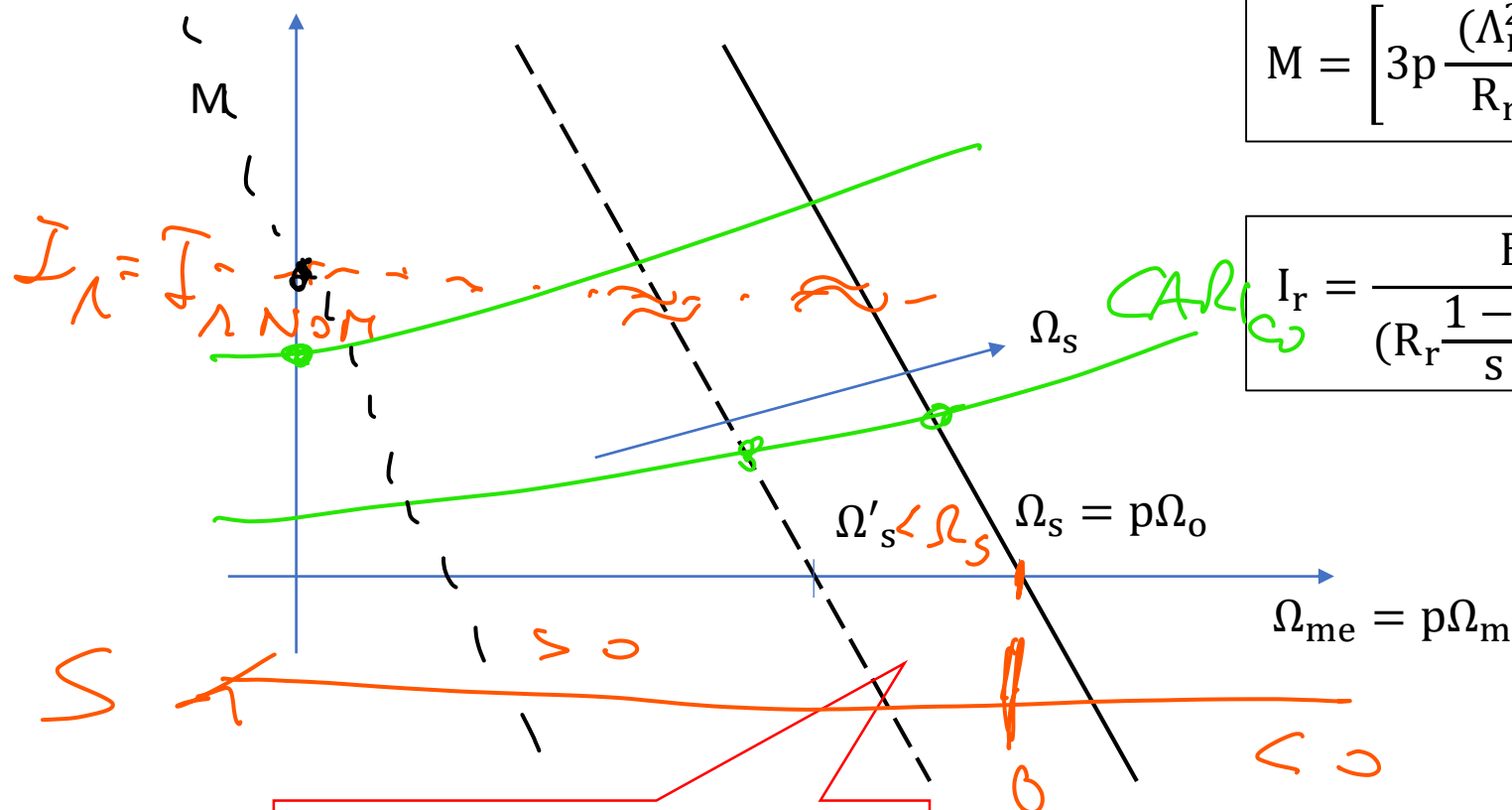
Allora $\Lambda_r \Omega_s = E_r = \text{costante}$, con E_r fem indotta nel rotore del circuito equivalente visto. La tensione è aggiustata per avere $E_r = \text{costante}$ al variare dello scorrimento. Allora

$$P_t = 3 \frac{E_r^2}{(R_r \frac{1-s}{s} + R_r)} = 3 \frac{E_r^2}{(R_r \frac{1}{s})} = 3 \frac{s E_r^2}{R_r}$$

$$M = p P_t \frac{1}{\Omega_s} = 3p \frac{s E_r^2}{\Omega_s R_r} = 3p \frac{s (\Lambda_r^2 \Omega_s^2)}{\Omega_s R_r} = 3p \frac{s \Omega_s (\Lambda_r^2)}{R_r} = \left[3p \frac{(\Lambda_r^2)}{R_r} \right] (\Omega_s - \Omega_{me})$$

costante

Caratteristica meccanica a flusso rotorico costante



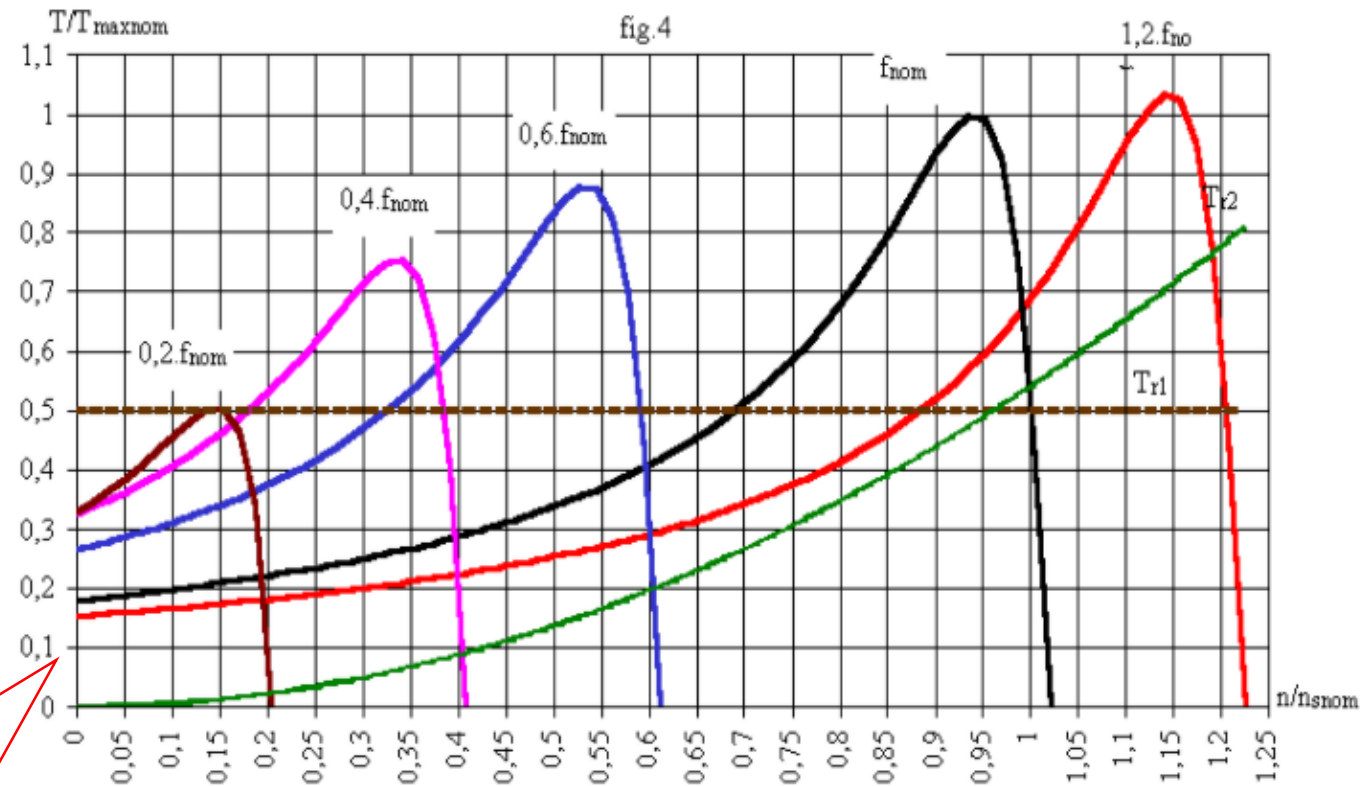
$$M = \left[3p \frac{(\Lambda_r^2)}{R_r} \right] (\Omega_s - \Omega_{me}) = \frac{3p}{R_r} \left(\frac{E_r}{\Omega_s} \right)^2 (\Omega_s - \Omega_{me})$$

$$I_r = \frac{E_r}{(R_r \frac{1-s}{s} + R_r)} = \frac{sE_r}{R_r} = \frac{s\Lambda_r\Omega_s}{R_r} = \frac{\Lambda_r}{R_r} (\Omega_s - \Omega_{me})$$

$$M = 3p\Lambda_r I_r$$

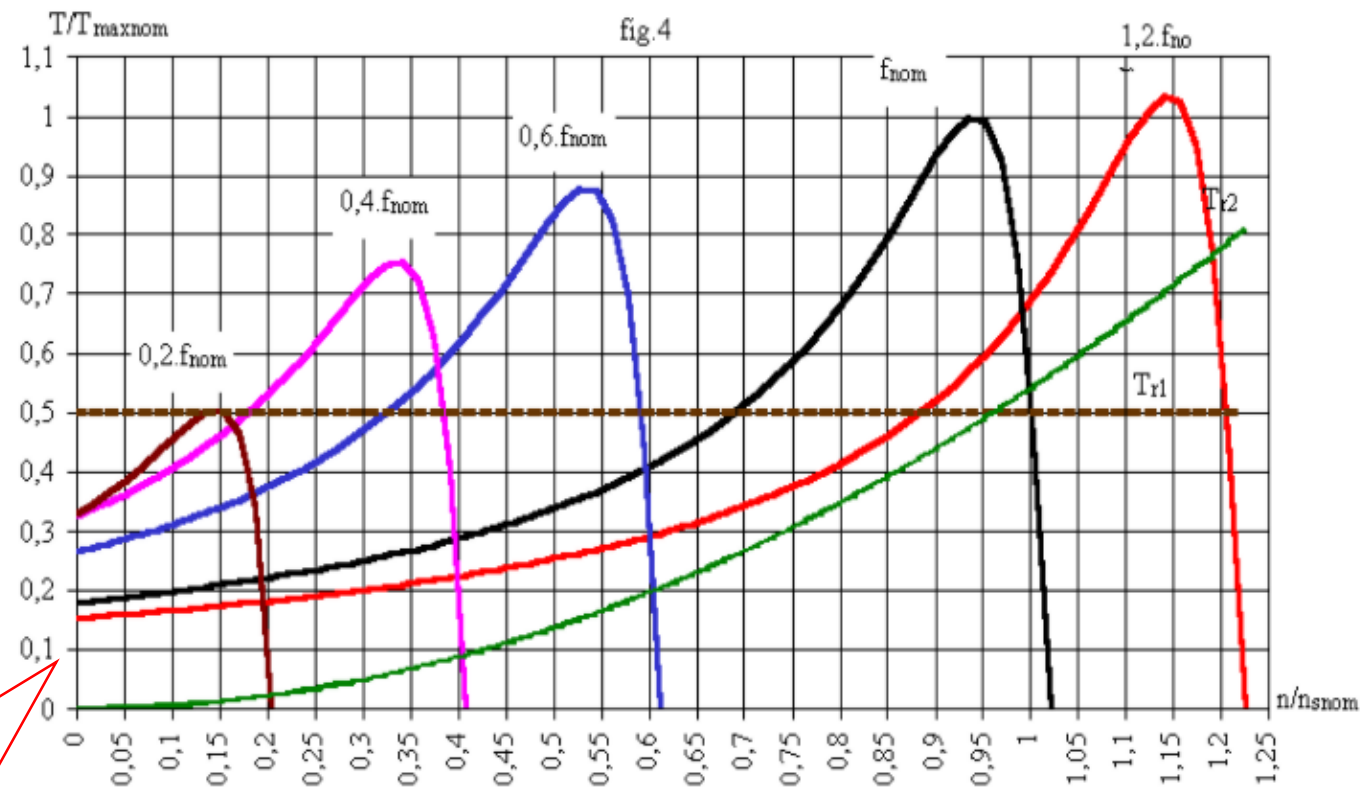
Regolazione $\frac{E_r}{\Omega_s} = \Lambda_r = \text{costante}$

Caratteristica meccanica a tensione statorica costante



Regolazione $\frac{U_s}{\Omega_s} = \text{costante}$

Caratteristica meccanica a tensione statorica costante



Regolazione $\frac{U_s}{\Omega_s} = \text{costante}$

Caratteristica meccanica a flusso statorico costante

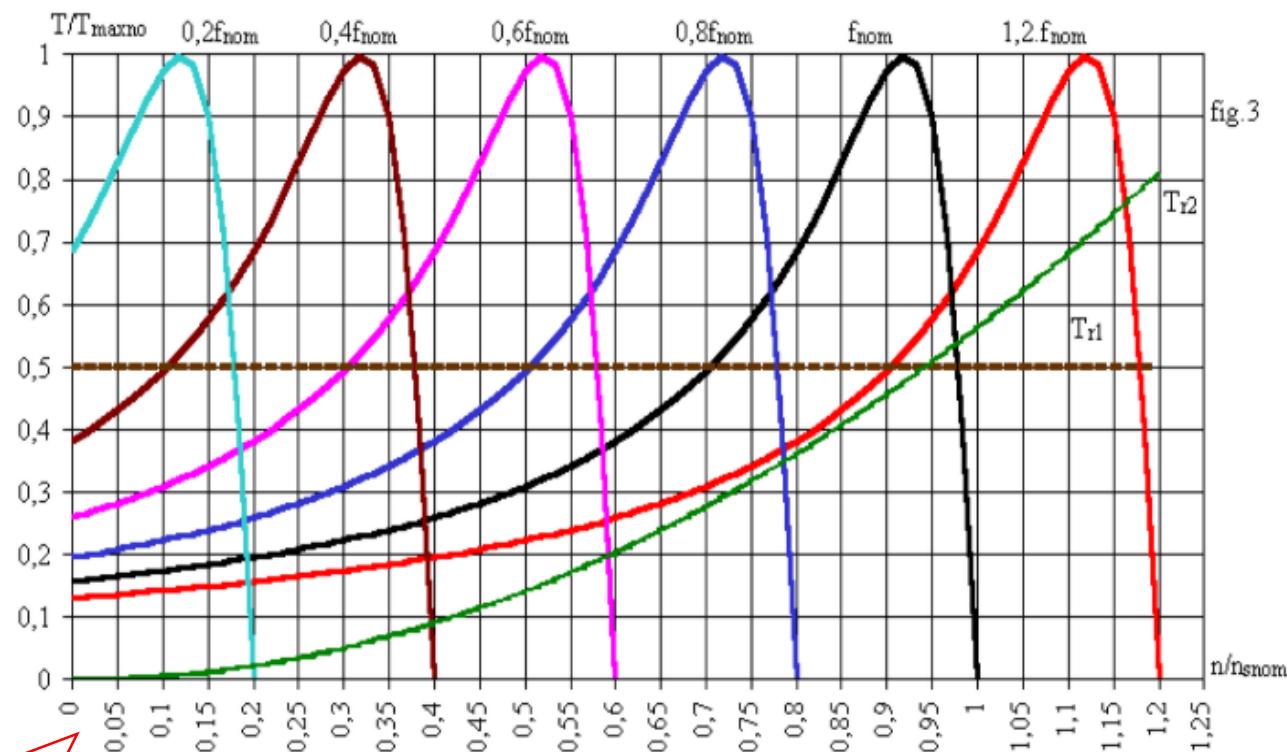


fig.3

$$\text{Regolazione } \frac{E_s}{\Omega_s} = \Lambda_s = \text{costante}$$

Si ottiene aggiustando la tensione statorica con la corrente assorbita in modo da compensare la cdt resistiva di statore.

Sono regolazioni a dinamica molto modesta. Note come “**controlli Volt-Hertz**” oppure “**controlli tensione-frequenza**”

NON sono veri controlli di coppia!