

Electric Drives  
Laboratory  
DII - UniPD

# Azionamenti Elettrici

Lezioni a.a. 2022-2023

prof. Silverio Bolognani

PARTE IV

# Macchina asincrona (Macchina a induzione)

Introduzione al controllo  
ad orientamento di campo  
(Field Oriented Control: FOC)

## Modellazione a partire dalle equazioni in $d^x q^x$

$$\mathbf{u}_S^x = R_S \mathbf{i}_S^x + \frac{d\lambda_S^x}{dt} + j\omega_x \lambda_S^x$$

$$0 = R_r \mathbf{i}_r^x + \frac{d\lambda_r^x}{dt} + j(\omega_x - \omega_{me}) \lambda_r^x$$

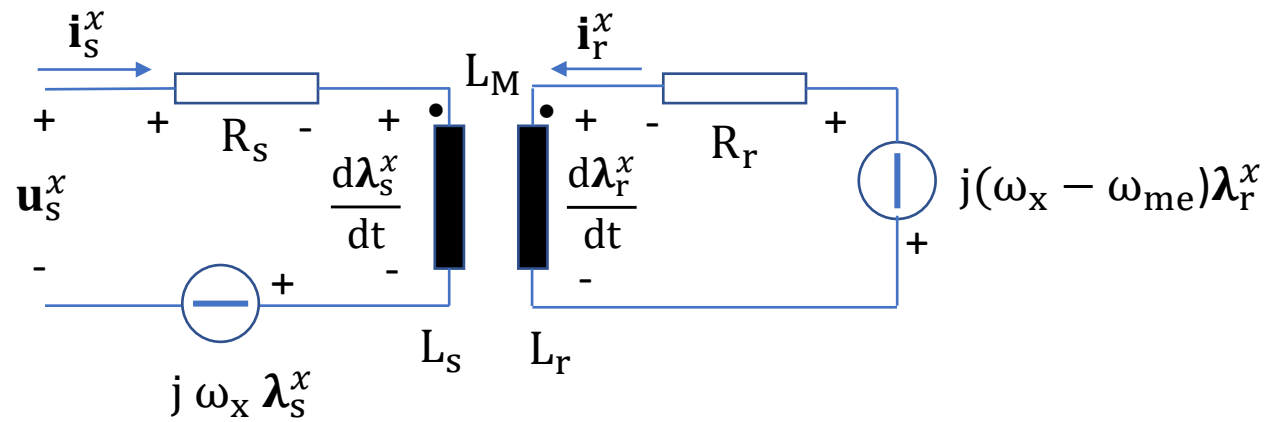
$$\lambda_S^x = L_S \mathbf{i}_S^x + L_M \mathbf{i}_r^x$$

$$\lambda_r^x = L_M \mathbf{i}_S^x + L_r \mathbf{i}_r^x$$

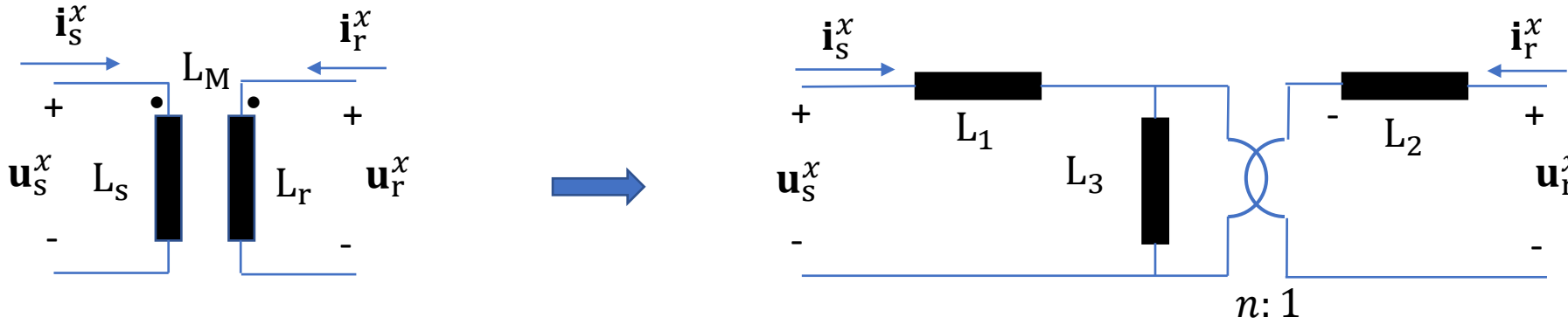
Sono le equazioni di un mutuo induttore con fem «mozionali» su entrambe le porte

$$\mathbf{u}_S^x = R_S \mathbf{i}_S^x + L_S \frac{d\mathbf{i}_S^x}{dt} + L_M \frac{d\mathbf{i}_r^x}{dt} + j\omega_x \lambda_S^x$$

$$0 = R_r \mathbf{i}_r^x + L_M \frac{d\mathbf{i}_S^x}{dt} + L_r \frac{d\mathbf{i}_r^x}{dt} + j(\omega_x - \omega_{me}) \lambda_r^x$$



## Modellazione del mutuo induttore



Se opportuno, le grandezze di rotore possono essere riportate allo statore, eliminando il trasformatore ideale.

$$L_s = L_1 + L_3$$

$$L_M = L_3/n$$

$$L_r = L_2 + L_3/n^2$$

$$L_3 = n L_M$$

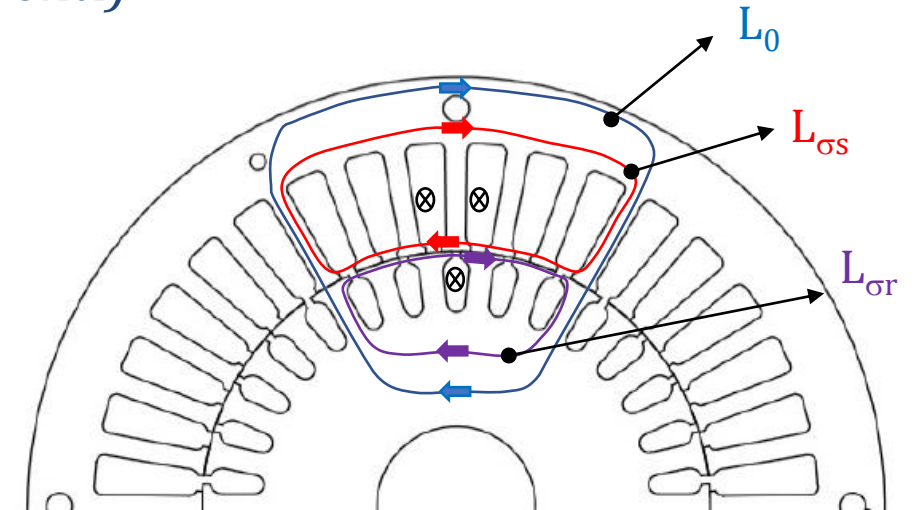
$$L_1 = L_s - n L_M \quad \forall n \Rightarrow L_3, L_1, L_2$$

$$L_2 = L_r - L_M/n$$

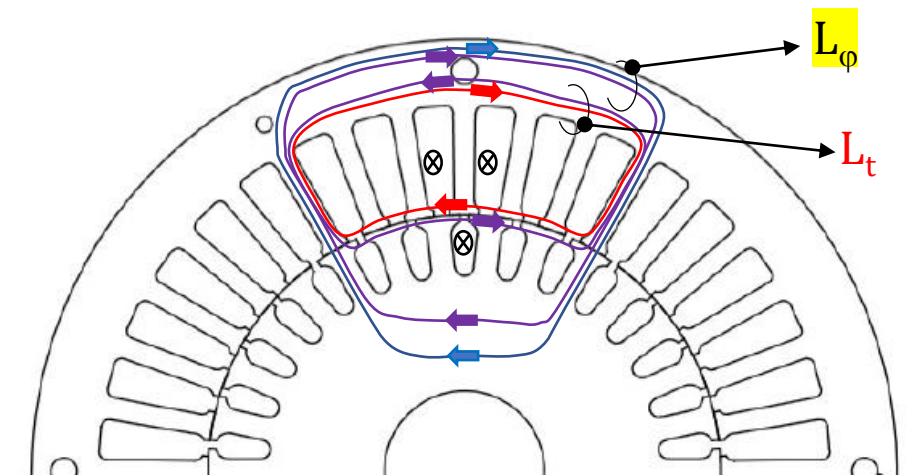
p.es. (caso banale)  $n = 1 \Rightarrow L_3 = L_M, L_1 = L_s - L_M, L_2 = L_r - L_M$

*Scelta di n (comporta diverse configurazione «fittizie» delle mappe delle linee di campo, fermo restando i flussi concatenati per date correnti)*

$L_3 = (N_s / N_r) L_M = L_0 = \text{induttanza principale}$   
 $n = (N_s / N_r)$   
 $L_1 = L_s - (N_s / N_r) L_M = L_{\sigma s}$  induttanza di dispersione di statore  
 $L_2 = L_r - L_M / (N_s / N_r) = L_{\sigma r}$  induttanza di dispersione di rotore

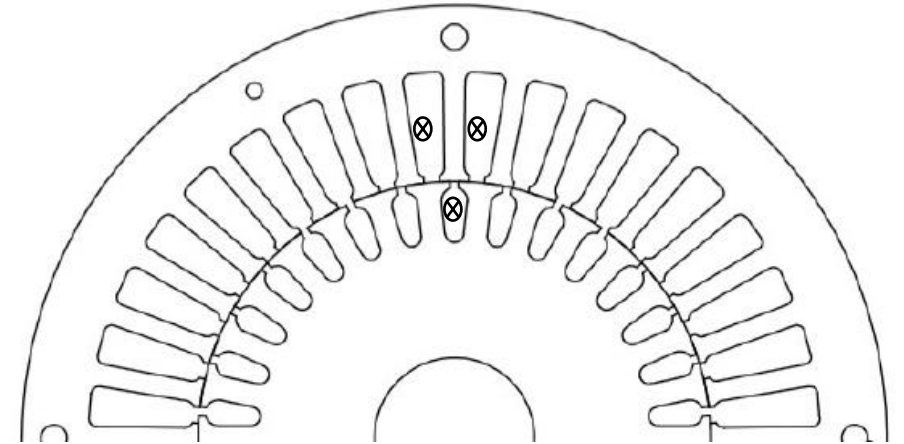


$L_3 = L_M^2 / L_r = n^2 L_r = L_\phi = \text{induttanza magnetizzante (di statore)}$   
*( $L_3$  vista da secondario =  $L_3 / n^2 = L_r$ )*  
 $n = L_M / L_r$   
 $L_1 = L_s - L_M^2 / L_r = L_t (=L'_s)$  induttanza transitoria di statore  
 $L_2 = L_r - L_M / (L_M / L_r) = 0$  (nulla!)



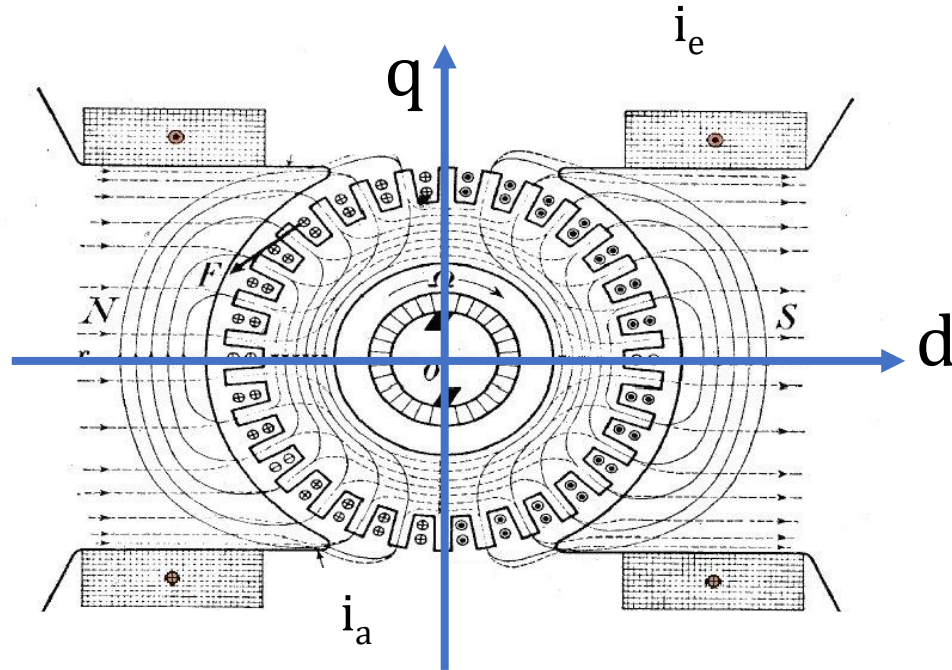
## Scelta di $n$ (segue)

	$L_3 = L_M (L_s / L_M) = L_s$	induttanza di statore
$n = L_s / L_M$	$L_1 = L_M (L_s / L_M) = 0$	(nulla!)
	$L_2 = L_r - L_M / (L_M / L_s) = L_r - L_M^2 / L_s = L'_r$	induttanza transitoria di rotore



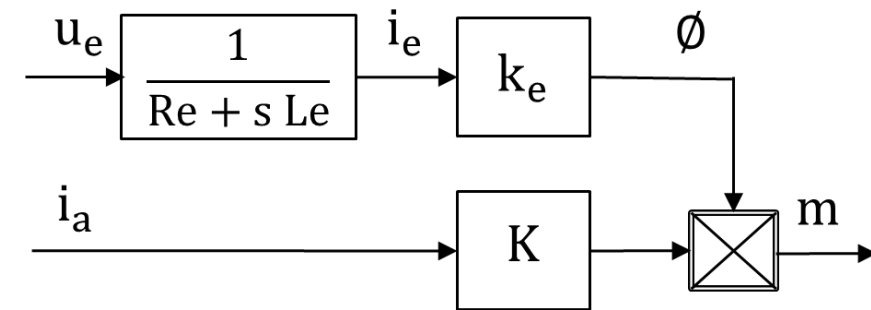
La scelta di  $n$  consente di dare significati diversi all'induttanza  $L_3$  e quindi al suo flusso  $\lambda_3$

## Richiamo al motore in CC ad eccitazione indipendente



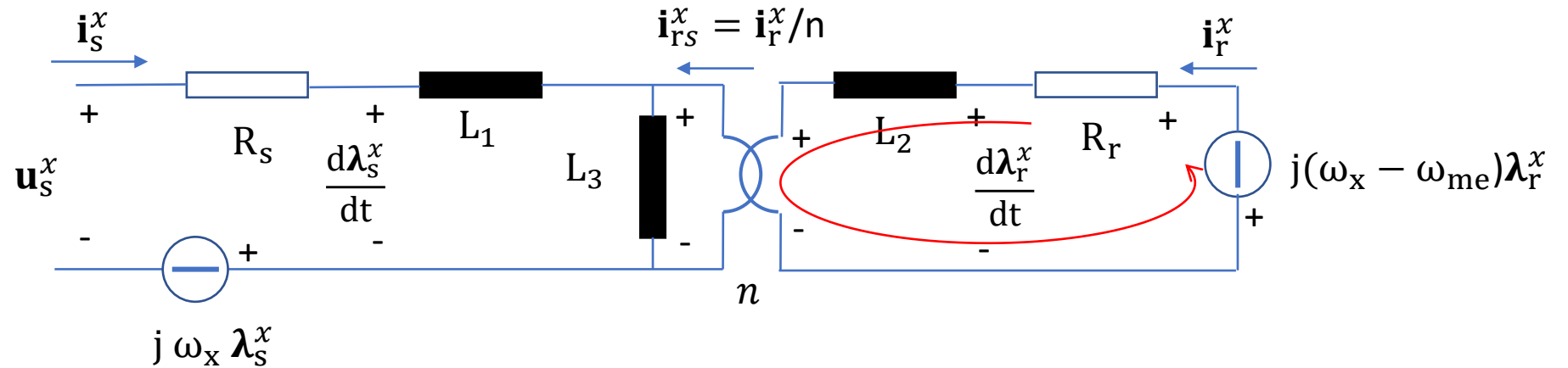
$$\Phi = k_e i_e$$

$$m = K \Phi i_a$$



Si può ottenere un controllo simile per una macchina asincrona? Esiste un sistema d-q che lo consente?  
Assumiamo che la corrente d sia quella che crea il flusso e la corrente q quella proporzionale alla coppia (dato il flusso)

## Equazioni in $d^x q^x$ (generico)



Assumiamo la **corrente statorica  $i_s^x$**  come **grandezza di comando** (impressa) e assumiamo come **flusso principale** della macchina **quello  $\lambda_3^x$  in  $L_3$** . Scriviamo poi l'equazione di bilancio delle tensioni rotoriche nelle due grandezze scelte.

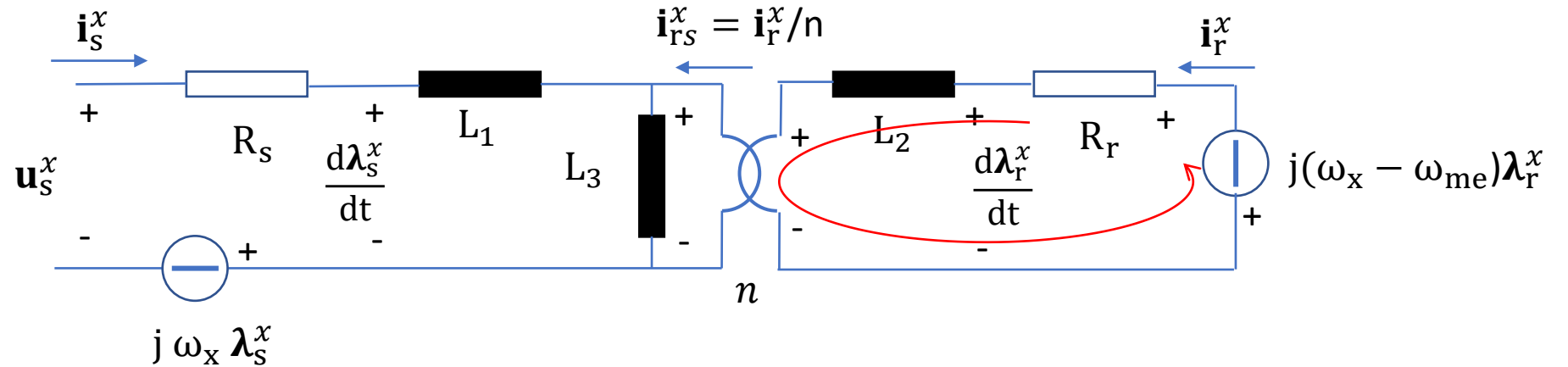
$$0 = R_r i_r^x + L_2 \frac{di_r^x}{dt} + \frac{d\lambda_3^x}{dt} \frac{1}{n} + j(\omega_x - \omega_{me})\lambda_r^x = R_r i_r^x + L_2 \frac{di_r^x}{dt} + \frac{d\lambda_3^x}{dt} \frac{1}{n} + j(\omega_x^r)\lambda_r^x$$

con

$$\lambda_3^x = L_3 \left( i_s^x + \frac{i_r^x}{n} \right) \quad \text{da cui} \quad i_r^x = n \left( \frac{\lambda_3^x}{L_3} - i_s^x \right)$$



## Equazioni in $d^x q^x$ (generico)



Inoltre

$$\lambda_r^x = L_2 i_r^x + \frac{1}{n} \lambda_3^x = L_2 n \left( \frac{\lambda_3^x}{L_3} - i_s^x \right) + \frac{1}{n} \lambda_3^x = \left( \frac{L_2 n}{L_3} + \frac{1}{n} \right) \lambda_3^x - L_2 n i_s^x$$

## Equazioni in $d^x q^x$ (generico)

Sostituendo  $\mathbf{i}_r^x$  e  $\lambda_r^x$  nell'equazione delle tensioni prima ricavata (qui di seguito riportata)

$$0 = R_r \mathbf{i}_r^x + L_2 \frac{d\mathbf{i}_r^x}{dt} + \frac{d\lambda_3^x}{dt} \frac{1}{n} + j(\omega_x^r) \lambda_r^x \quad \text{e riordinando, essa risulta:}$$

$$0 = \left( R_r \frac{n}{L_3} \lambda_3^x - R_r n \mathbf{i}_s^x \right) + \left( L_2 \frac{n}{L_3} + \frac{1}{n} \right) \frac{d\lambda_3^x}{dt} - L_2 n \frac{d\mathbf{i}_s^x}{dt} + j(\omega_x^r) \left[ \left( \frac{L_2 n}{L_3} + \frac{1}{n} \right) \lambda_3^x - L_2 n \mathbf{i}_s^x \right]$$

Ossia, separando parte reale (d) da parte immaginaria (q):

$$0 = \left( R_r \frac{n}{L_3} \lambda_{3d}^x - R_r n \mathbf{i}_{sd}^x \right) + \left( L_2 \frac{n}{L_3} + \frac{1}{n} \right) \frac{d\lambda_{3d}^x}{dt} - L_2 n \frac{d\mathbf{i}_{sd}^x}{dt} - (\omega_x^r) \left[ \left( \frac{L_2 n}{L_3} + \frac{1}{n} \right) \lambda_{3q}^x - L_2 n \mathbf{i}_{sq}^x \right]$$

$$0 = \left( R_r \frac{n}{L_3} \lambda_{3q}^x - R_r n \mathbf{i}_{sq}^x \right) + \left( L_2 \frac{n}{L_3} + \frac{1}{n} \right) \frac{d\lambda_{3q}^x}{dt} - L_2 n \frac{d\mathbf{i}_{sq}^x}{dt} + (\omega_x^r) \left[ \left( \frac{L_2 n}{L_3} + \frac{1}{n} \right) \lambda_{3d}^x - L_2 n \mathbf{i}_{sd}^x \right]$$

Moltiplico per i fattori indicati e sommo termine e a termine

(\*  $\lambda_{3d}^x$ )

(\*  $\lambda_{3q}^x$ )

## Equazioni in $d^x q^x$ (generico)

...ottenendo (ricordando :  $\lambda_{3d}^2 + \lambda_{3q}^2 = \lambda_3^2$ )

$$R_r \frac{n}{L_3} \lambda_3^2 + \frac{1}{2} \left( L_2 \frac{n}{L_3} + \frac{1}{n} \right) \frac{d\lambda_3^2}{dt} = R_r n (i_{sd}^x \lambda_{3d}^x + i_{sq}^x \lambda_{3q}^x) + L_2 n \left( \lambda_{3d}^x \frac{di_{sd}^x}{dt} + \lambda_{3q}^x \frac{di_{sq}^x}{dt} \right) + \omega_x^r L_2 n (i_{sd}^x \lambda_{3q}^x - i_{sq}^x \lambda_{3d}^x)$$

Per la coppia si ha (dall'espressione in funzione delle grandezze statoriche):

$$m = \frac{3}{2} p (i_{sq}^x \lambda_{sd}^x - i_{sd}^x \lambda_{sq}^x) = \frac{3}{2} p [ i_{sq}^x (L_1 i_{sd}^x + \lambda_{3d}^x) - i_{sd}^x (L_1 i_{sq}^x + \lambda_{3q}^x) ] \quad \text{si ottiene:}$$

$$m = \frac{3}{2} p (i_{sq}^x \lambda_{3d}^x - i_{sd}^x \lambda_{3q}^x)$$

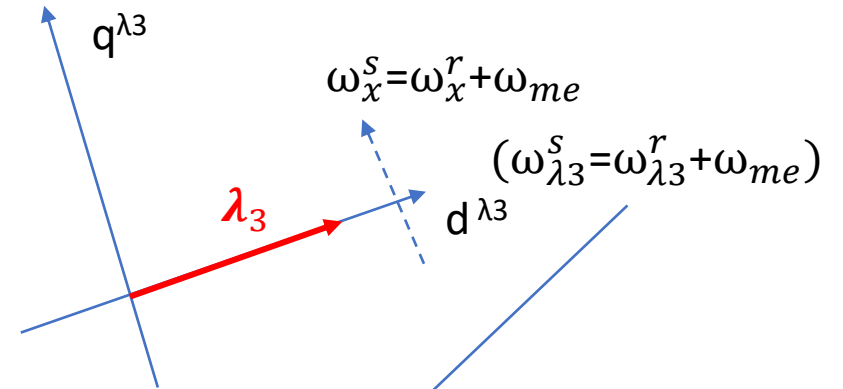
Sia la coppia  $m$  che l'ampiezza  $\lambda_3$  del flusso dipendono in generale da entrambe le componenti della corrente statorica

## Equazioni in $d^x q^x$ orientato con $\lambda_3$

Per riprodurre l'equazione di coppia della macchina a corrente continua scelgo dq tale che  $\lambda_{3q}^x \equiv 0$  e allora  $\lambda_{3d}^x = \lambda_3$

$$m = \frac{3}{2} p (i_{sq}^x \lambda_{3d}^x - i_{sd}^x \lambda_{3q}^x) = \frac{3}{2} p i_{sq}^x \lambda_3$$

Affinché  $\lambda_3$  dipenda solo da  $i_{sd}^x$  cerco un appropriato valore di  $n$   
(un appropriato significato di  $\lambda_3$ )



$$R_r \frac{n}{L_3} \lambda_3^2 + \frac{1}{2} \left( L_2 \frac{n}{L_3} + \frac{1}{n} \right) \frac{d\lambda_3^2}{dt} = R_r n (i_{sd}^{\lambda_3} \lambda_{3d}^{\lambda_3} + i_{sq}^{\lambda_3} \lambda_{3q}^{\lambda_3}) + L_2 n \left( \lambda_{3d}^{\lambda_3} \frac{di_{sd}^{\lambda_3}}{dt} + \lambda_{3q}^{\lambda_3} \frac{di_{sq}^{\lambda_3}}{dt} \right) + \omega_{\lambda_3}^r L_2 n (i_{sd}^{\lambda_3} \lambda_{3q}^{\lambda_3} - i_{sq}^{\lambda_3} \lambda_{3d}^{\lambda_3})$$

$\lambda_{3q}^{\lambda_3} = 0$

Deve essere  $L_2 = 0$ , cioè  $n = L_M / L_r$ !

$$\lambda_{3d}^{\lambda_3} = \lambda_3$$

## Equazioni in $d^x q^x$ orientato con $\lambda_r$

Cos'è  $\lambda_3$  con la scelta di  $n = L_M / L_r$  fatta, cioè con  $L_2=0$  e  $L_3 = L_M^2 / L_r = n^2 L_r = L_\varphi$ ? Si era scritto:

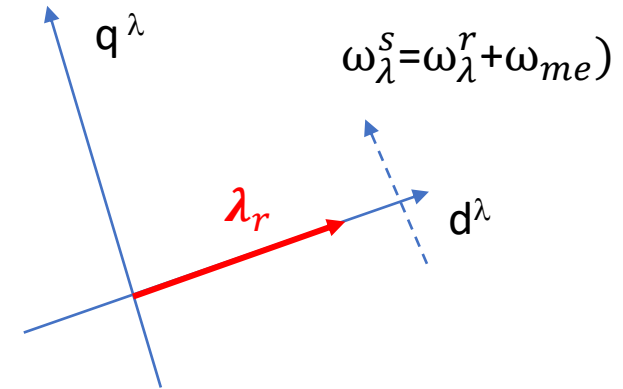
$$\lambda_r^x = \cancel{L_2} i_r^x + \frac{1}{n} \lambda_3^x \quad (\text{per ogni sistema di riferimento!})$$

Quindi

$$\lambda_3^{\lambda 3} = n \lambda_r^{\lambda 3} = \frac{L_M}{L_r} \lambda_r^{\lambda 3} = \lambda_{rs}^{\lambda 3} \quad \text{è il flusso rotorico riportato a statore}$$

$$m = \frac{3}{2} p i_{sq}^x \lambda_{rs} = \frac{3}{2} p \frac{L_M}{L_r} i_{sq}^\lambda \lambda_r$$

$$R_r \frac{n}{L_3} \lambda_3^2 + \frac{1}{2} \left( \cancel{L_2} \frac{n}{L_3} + \frac{1}{n} \right) \frac{d\lambda_3^2}{dt} = R_r n (i_{sd}^x \lambda_3) \quad \longrightarrow \quad \lambda_{rs} + \frac{L_r}{R_r} \frac{d\lambda_{rs}}{dt} = \frac{L_M^2}{L_r} i_{sd}^\lambda \quad \text{oppure} \quad \lambda_r + \frac{L_r}{R_r} \frac{d\lambda_r}{dt} = L_M i_{sd}^\lambda$$



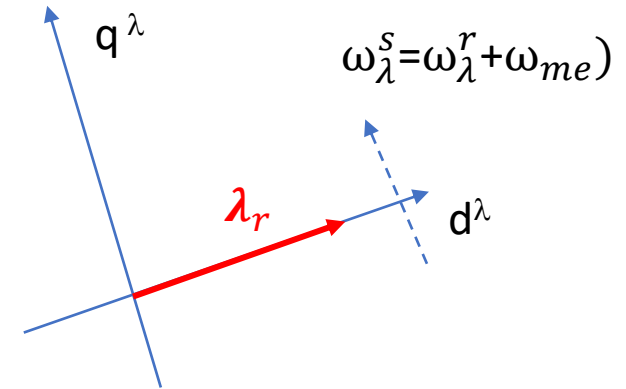
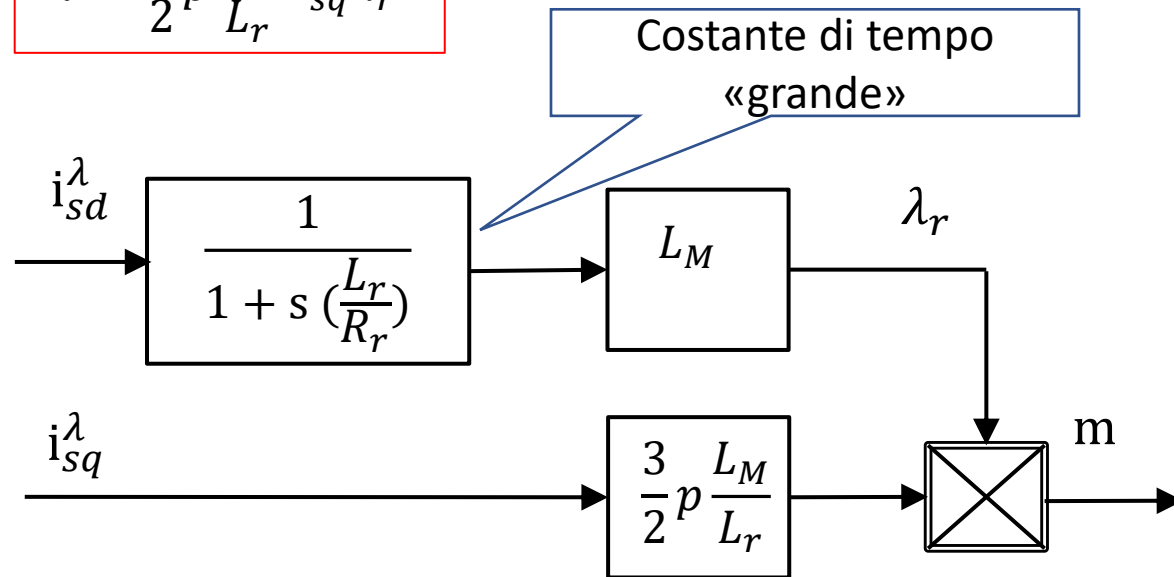
*Field Oriented Control (FOC)*  
 Gli assi sono indicati con  $d^\lambda q^\lambda$  per  
 brevità

# Equazioni in $d^x q^x$ orientato con $\lambda_r$ (FOC)

In definitiva

$$\lambda_r + \frac{L_r}{R_r} \frac{d\lambda_r}{dt} = L_M i_{sd}^\lambda$$

$$m = \frac{3}{2} p \frac{L_M}{L_r} i_{sq}^\lambda \lambda_r$$



*Field Oriented Control (FOC)*  
*Controllo ad orientamento di campo*

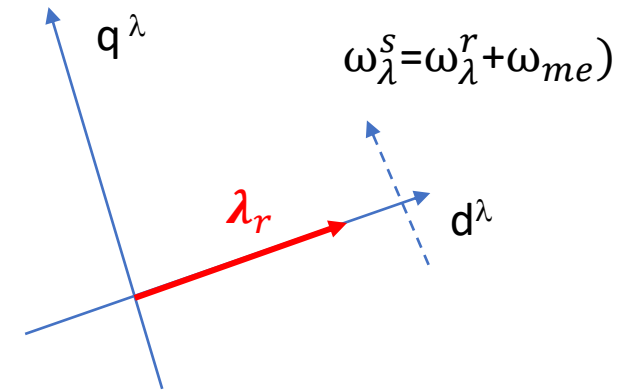
Motore asincrono a corrente impressa  
in coordinate  $d^\lambda - q^\lambda$   
(orientamento con il flusso rotorico)

# Controllo ad orientamento di campo - Field Oriented Control (FOC)

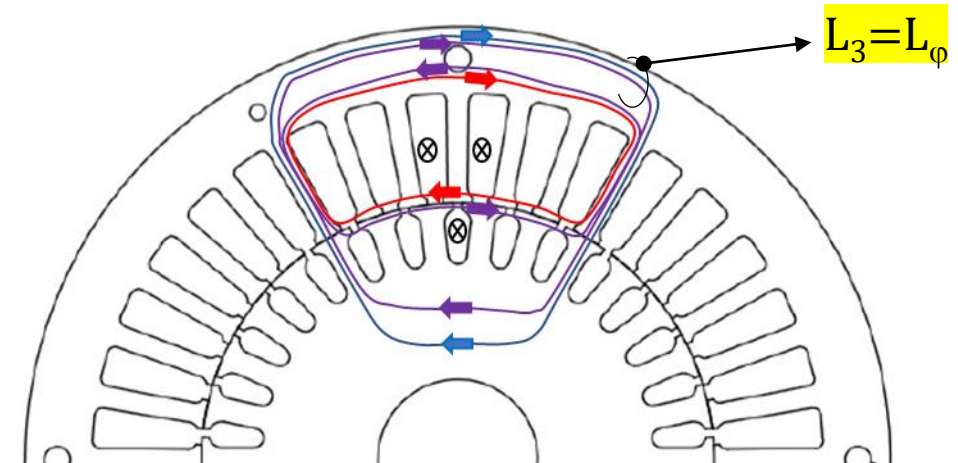
Il controllo ad orientamento di campo consente di controllare separatamente l'ampiezza del flusso (rotorico), con la componente diretta della corrente statorica in un sistema di riferimento orientato con il flusso rotorico, e l'intensità della coppia, con la componente in quadratura della corrente statorica.

Serve la conoscenza della posizione del vettore del flusso rotorico che NON è una grandezza misurabile!

Si ricorre a stime del vettore spaziale del flusso rotorico a partire da misure accessibili come tensioni e correnti (statoriche) e/o velocità.



*Field Oriented Control (FOC)*  
*Controllo ad orientamento di campo*



## Controllo ad orientamento di campo **statorico** – *Stator* Field Oriented Control (**SFOC**)

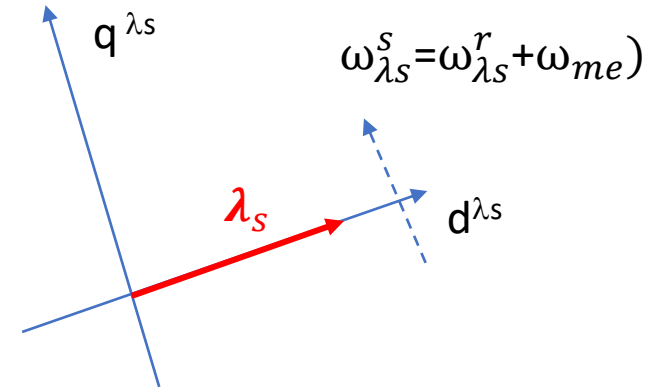
Il controllo ad orientamento di campo basato sul flusso rotorico, Rotor Field Oriented Control (RFOC) richiede di stimare la posizione del vettore del flusso rotorico, che è operazione complessa.

Ci si può chiedere cosa succeda se invece si usasse il flusso statorico, Stator Field Oriented Control (SFOC):  $\lambda_3 = \lambda_s$ .

Per esaminare la questione basta usare le posizioni:

$$n = L_s / L_M \quad L_1 = 0 \quad L_2 = L'_r \quad L_3 = L_s \quad \lambda_{sq}^{\lambda_s} = 0 \quad \lambda_{sd}^{\lambda_s} = \lambda_s$$

Nell'equazione della dinamica del flusso  $\lambda_3 = \lambda_s$  qui di seguito riportata:



$$m = \frac{3}{2} p i_{sq}^{\lambda_s} \lambda_s$$

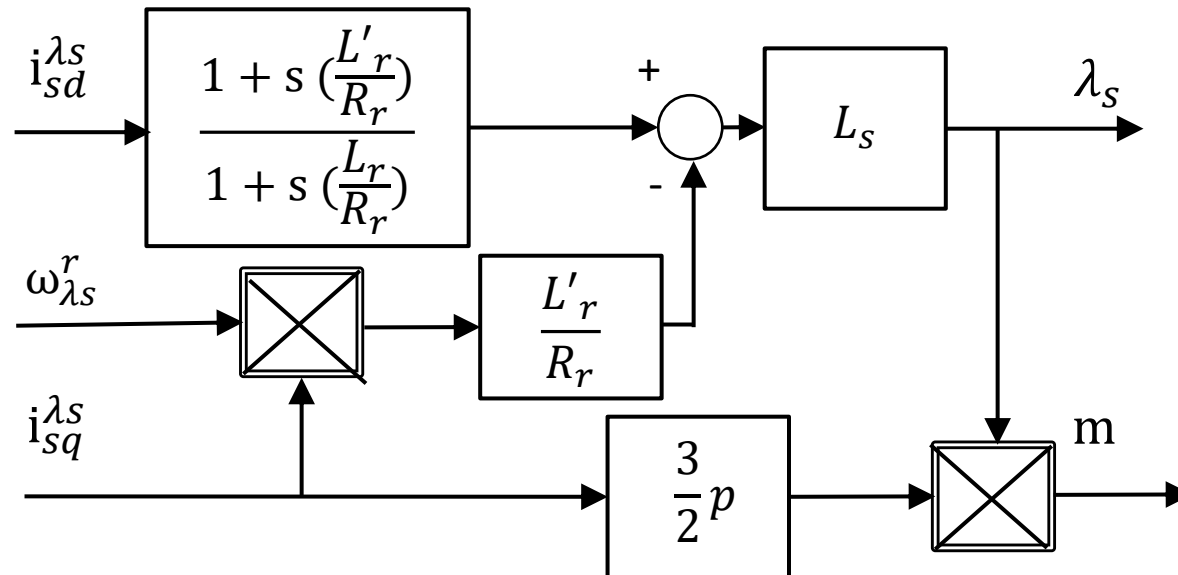


## Controllo ad orientamento di campo **statorico** – *Stator* Field Oriented Control (**SFOC**)

$$R_r \frac{n}{L_3} \lambda_3^2 + \frac{1}{2} \left( L_2 \frac{n}{L_3} + \frac{1}{n} \right) \frac{d\lambda_3^2}{dt} = R_r n (i_{sd}^x \lambda_{3d}^x + i_{sq}^x \lambda_{3q}^x) + L_2 n \left( \lambda_{3d}^x \frac{di_{sd}^x}{dt} + \lambda_{3q}^x \frac{di_{sq}^x}{dt} \right) + \omega_x^r L_2 n (i_{sd}^x \lambda_{3q}^x - i_{sq}^x \lambda_{3d}^x)$$

Essa diventa:

$$\lambda_s + \frac{L_r}{R_r} \frac{d\lambda_s}{dt} = L_s \left( i_{sd}^{\lambda s} + \frac{L'_r}{R_r} \frac{di_{sd}^{\lambda s}}{dt} - \omega_{\lambda s}^r \frac{L'_r}{R_r} i_{sq}^{\lambda s} \right)$$



Motore asincrono a corrente impressa  
in coordinate  $d^{\lambda s} - q^{\lambda s}$   
(orientamento con il flusso **statorico**)