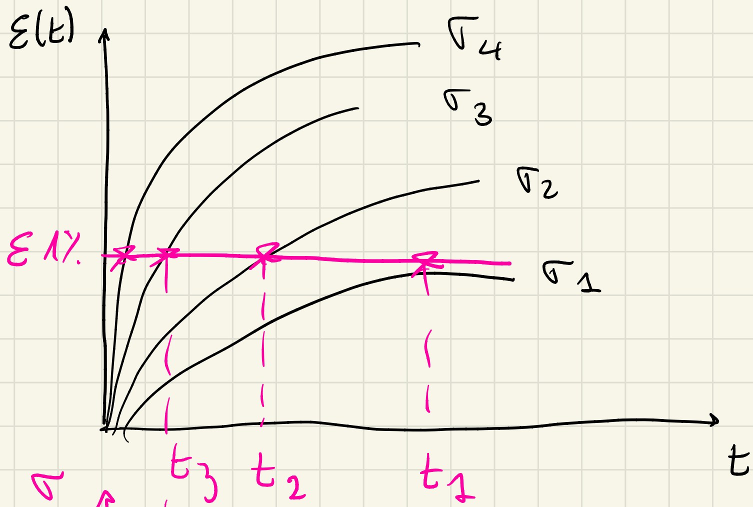
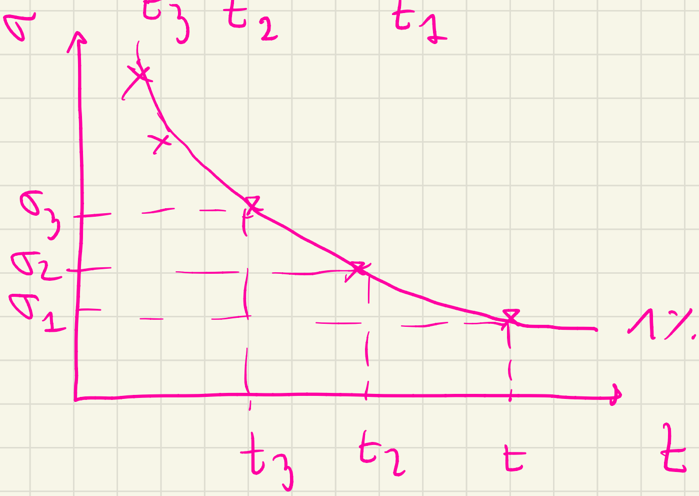
LEZIONE 20 15.11.2022

ESERCIZI

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DI BOLTZMANN

CURVE ISOMETRICHE da CURVE di CREEP

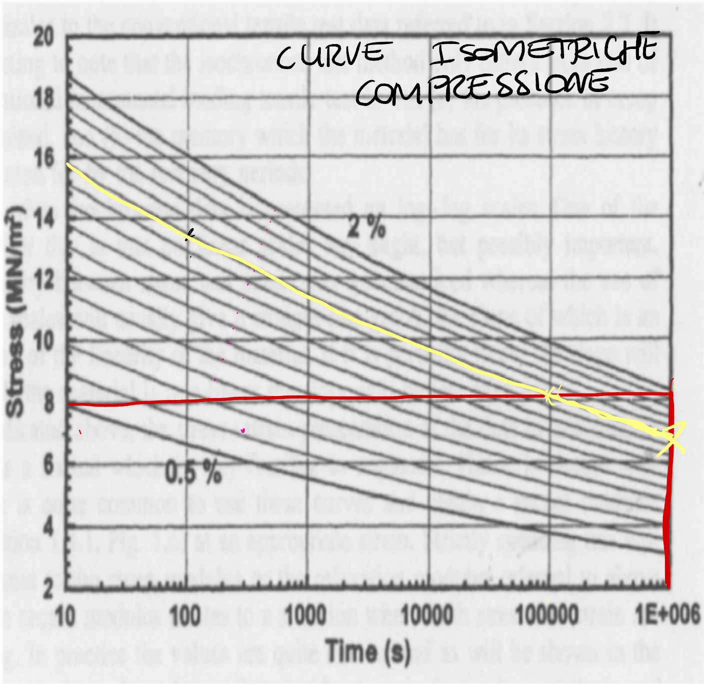




Esercizi

5. Applicazione delle curve isometriche di rilassamento degli sforzi

Una guarnizione in materiale polimerico, una volta montata in sede, vede una riduzione dello spessore da 2 cm a 1.97 cm.
Verificare se la guarnizione riesce a garantire una pressione di almeno 8 MPa dopo 300 ore di funzionamento.



$$t = 300\,h = 300 \times 3600\ s \sim 1 \times 10^6\ s$$

$$\sigma_0 = 8\ MPa$$

$$\sigma = \sigma_0\, e^{-t/t_R}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1.97 - 2}{2} = -\frac{0.03}{2} = -1.5\%$$

Per $t = 300\,h \qquad \sigma < \sigma_0$

Per $t \leq 10^5\ s \qquad \sigma \geq \sigma_0$

ESERCIZIO 2 (Rilassamento)

$\varepsilon_0 = 0.2$

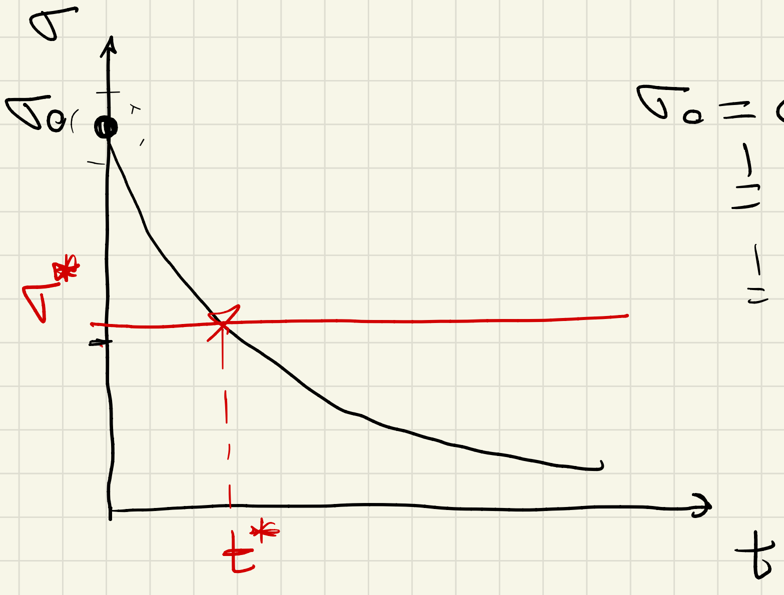
$\sigma^* = 0.3$ MPa

TROVARE il TEMPO t PRIMA che la guarnizione ceda per effetto della pressione.

$$\boxed{\sigma = \sigma_0 \, e^{-t/t_R}}$$

$t_R = 300$ gg

$E = 3$ MPa



$$\sigma_0 = \varepsilon_0 E = 0.2 \times 3 \text{ MPa} = 0.6 \text{ MPa}$$

PER $t > t^*$ $\sigma < \sigma^*$

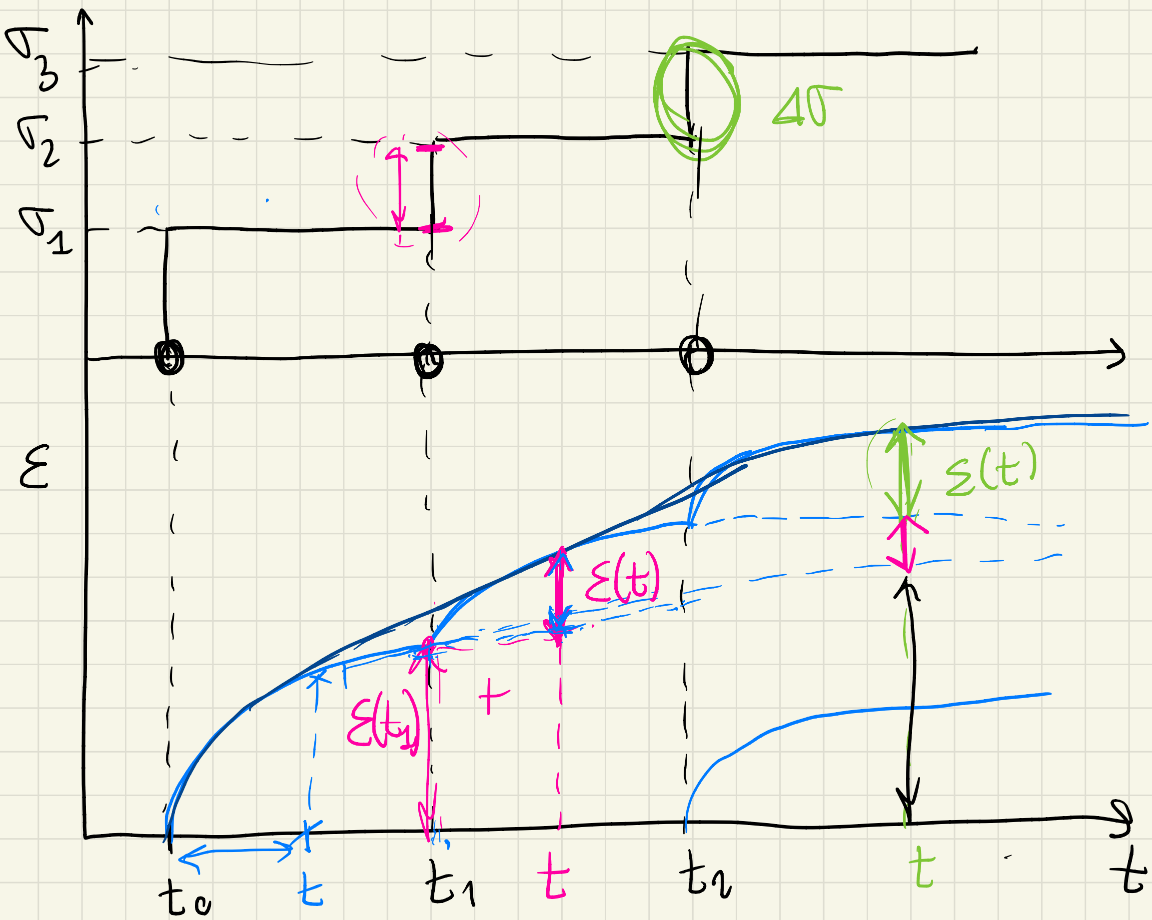
$$0.3 \times \cancel{10^6} = 0.6 \times \cancel{10^6}\ e^{-t/300}$$

$$e^{-t/300} = \frac{0.3}{0.6}$$

$$e^{-t/300} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{e^{t/300}} = 0.5 \quad \Rightarrow \quad \boxed{t^* = 90_{gg}}$$

PRINCIPIO di SOVRAPPOSIZIONE di BOLTZMANN



$$\left.\begin{array}{l}\varepsilon(t) = \sigma_1 D(t - t_0) \\ t_0 = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \varepsilon(t) = \sigma_1 D(t)$$

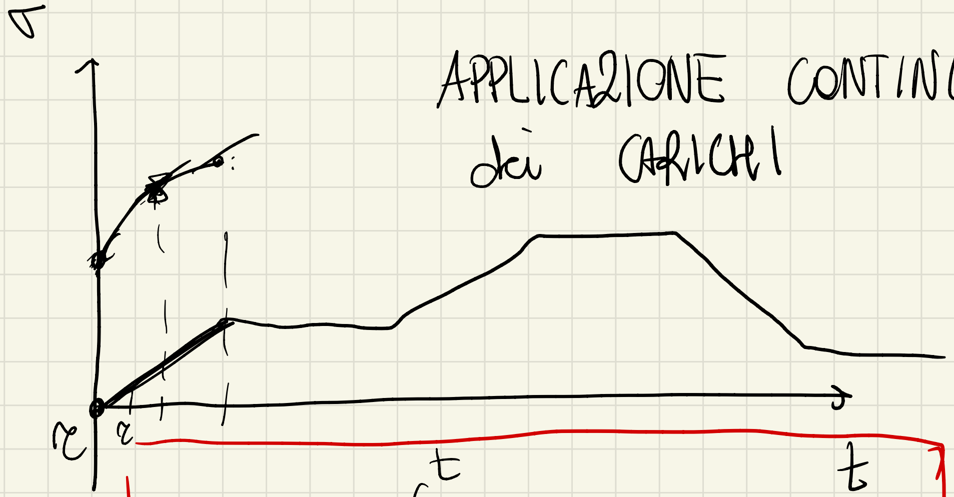
$D(t)$ ↓ Modulo di CEDEVOLEZZA

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_1) + \varepsilon(t)$$

$$\overset{!}{=} \underbrace{\sigma_1 D(t - t_0)} + (\sigma_2 - \sigma_1) D(t - t_1)$$

$$\boxed{\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^{n} \Delta\sigma_i \cdot D(t - \tau_i)}$$

APPLICAZIONE DISCRETA dei CARICHI

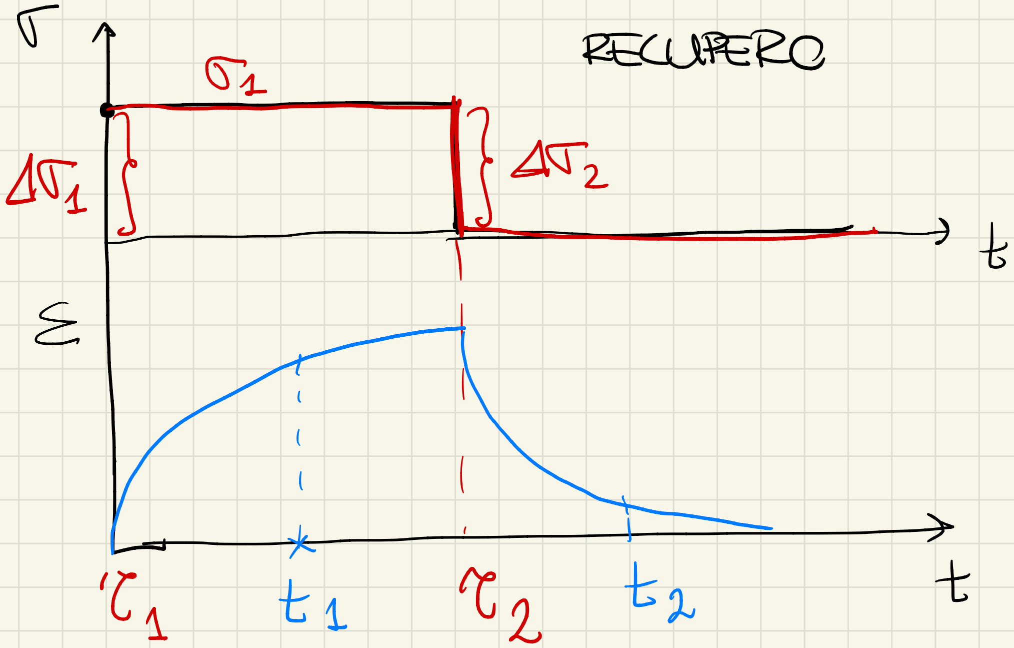


APPLICAZIONE CONTINUA dei CARICHI

$$\boxed{\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} D(t - \tau)\, d\sigma(t)}$$

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} D(t-\tau)\,\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}\,d\tau$$

$\boxed{\text{ESEMPIO 1}}$



$$\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^{n} D(t-\tau_i)\,\Delta\sigma_i$$

$$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - 0 = \sigma_1$$

$$\Delta\sigma_2 = 0 - \sigma_1 = -\sigma_1$$

$$\varepsilon(t_1) = \sigma_1 D(t_1 - \tau_1)$$

$$\varepsilon(t_2) = \Delta\sigma_1 D(t_2 - \tau_1) + \Delta\sigma_2 D(t_2 - \tau_2)$$

$$= \sigma_1 \cdot D(t_2 - \tau_1) - \sigma_1 D(t_2 - \tau_2)$$

Un polimero viscoelastico che segue il principio di sovrapposizione di Boltzmann è soggetto alla seguente storia di carico: al tempo t=0 è applicato uno sforzo di trazione pari a 10 MPa ed è mantenuto per 100 secondi.

Lo stress è quindi rimosso istantaneamente. Se il modulo di creep del materiale è dato da:

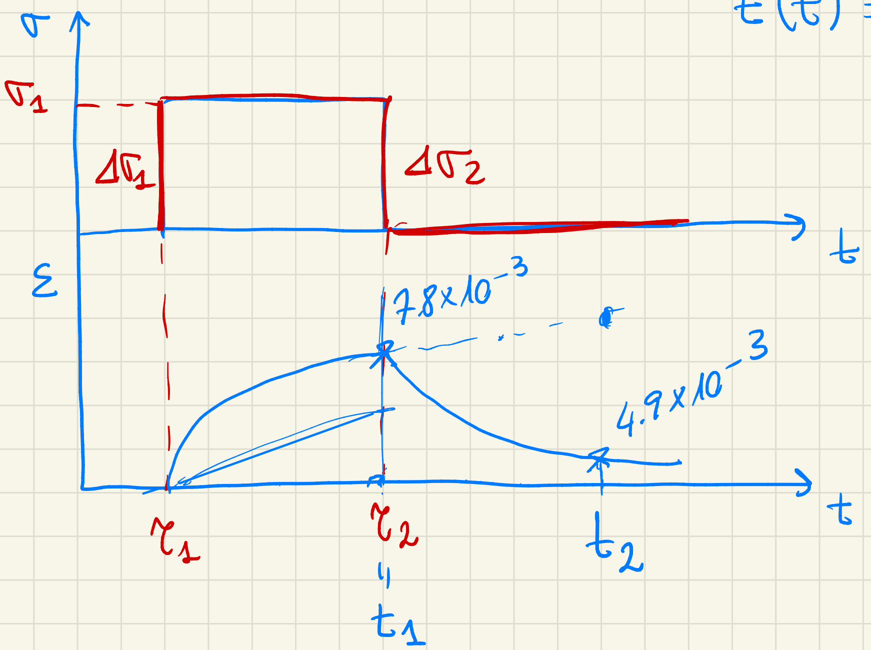
$$D(t) = D_0(1 - \exp(-t/\tau_0))$$

t_R $\quad$ $t - \tau_i$

dove D_0=2 m^2 GN^{-1} e τ_0=200 s. t_R

1) Quale è la deformazione di creep netta dopo 100 secondi e 200 secondi?
2) Qual è la deformazione a creep predetta dal modello di Kelvin Voigt a 100s e 200s se E= 10 GPa?

$$E(t) \neq \frac{1}{D(t)}$$



$$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - 0 = 10 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_2 = 0 - \sigma_1 = -10 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon(t_1) = \Delta\sigma_1 D(t_1 - \tau_1)$$
$$\doteq 10\times10^6 \times \underbrace{2\times10^{-9}\left[1 - e^{-\frac{100}{200}}\right]}$$

$$D(t_1-\tau_1) = D_0\left[1 - \exp\left(\underbrace{-t_1+\tau_1}_{-100}\right)/t_R\right]$$

$\tau_1 = 0$

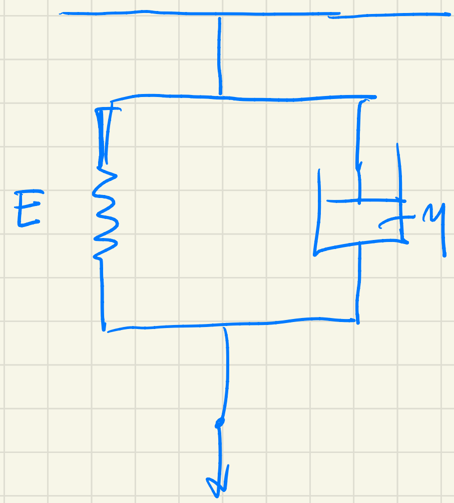
$$\varepsilon(t_1 = 100\,s) = 10\times10^6 \times 0{,}78\times10^{-9}$$
$$\doteq 7.8\times10^{-3}$$

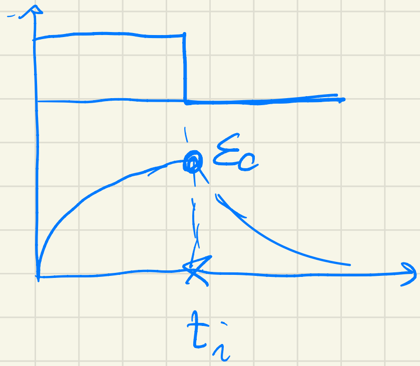
$$\varepsilon(t_2) = \Delta\sigma_1 D(t_2-\tau_1) + \Delta\sigma_2 D(t_2-\tau_2)$$

$$= 10\times10^6\times2\times10^{-9}\left[1 - e^{-\left(\frac{200}{200}\right)}\right] - 10\times10^6\times2\times10^{-9}\times\left[1 - e^{-\left(\frac{100}{200}\right)}\right]$$

$$= 20\times10^{-3}\left[-0{,}36+0{,}6\right] = 4.9\times10^{-3}$$

RIPETO IL CALCOLO con KELVIN-VOIGT





$$\varepsilon = \varepsilon_{EL} = \varepsilon_V$$

$$\sigma = \sigma_{EL} + \sigma_V$$

$$\sigma_E = E\varepsilon$$

$$\sigma_V = \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$$

$$\sigma = E\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$$

$$\frac{\sigma}{\eta} = \frac{E\varepsilon}{\eta} + \frac{d\varepsilon}{dt}$$

$$\boxed{\sigma = \sigma_0}$$

$$\boxed{\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \left(1 - e^{-t\frac{E}{\eta}}\right)}$$

& $\sigma = 0$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E}{\eta}\varepsilon = 0$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{-(t-t_i)\frac{E}{\eta}}$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E}\left(1 - e^{-t/t_R}\right)$$

$$= \frac{10 \times 10^6}{10 \times 10^9}\left(1 - e^{-\frac{100}{200}}\right)$$

$$= 10^{-3}\left(1 - e^{-1/2}\right) = 3.93 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon(200\,s) = \varepsilon_0\, e^{-\left(\frac{200-100}{200}\right)}$$

$$= 3.93 \times 10^{-4}\, e^{-1/2} = 2.39 \times 10^{-4}$$

Si consideri una barra di PP lunga 1 m soggetta a trazione, secondo la seguente storia di carico :

$\sigma = 0 MPa$ *t<0 s*

$\sigma = 1 MPa$ *0≤t≤1000 s*

$\sigma = 1.5 MPa$ *1000<t≤2000 s*

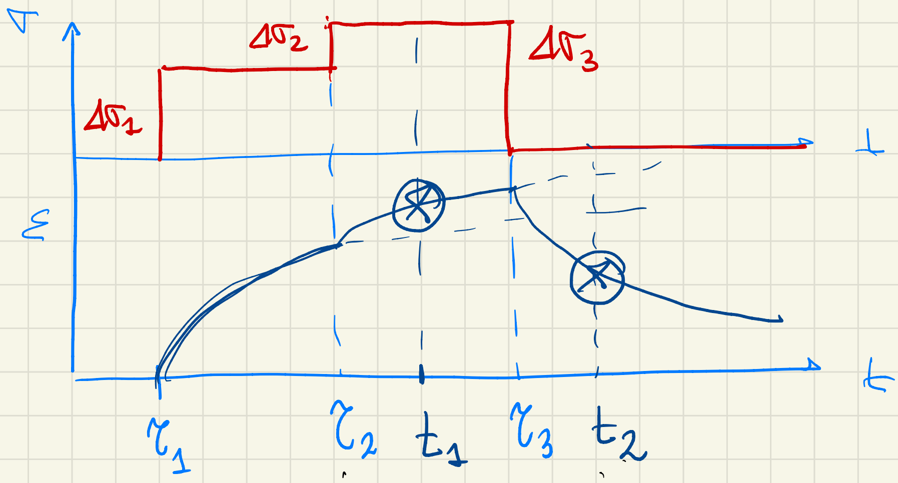
$\sigma = 0 MPa$ *t>2000s*

$t = [s]$

Sperimentalmente: *D(t)=1.2t*$^{0.1}$ *GPa*$^{-1}$ e il *[t]=s* . Calcolare:

$\varepsilon(1500s)$

$\varepsilon(2500s)$



$\Delta\sigma_1 = 1\ MPa$

$\Delta\sigma_2 = 0,5\ MPa$

$\Delta\sigma_3 = -1,5\ MPa$

$$\varepsilon(t_1) = \sum_{i=1}^{n} \Delta\sigma_i D(t-\tau_i)$$

$$\varepsilon(t_1) = \Delta\sigma_1 D(t_1-\tau_1) + \Delta\sigma_2 D(t_1-\tau_2)$$

$$= 1\times10^6 \times 1.2\,(1500)^{0.1}\times10^{-9} +$$

$$0.5\times10^6 \times 1.2\,(500)^{0.1}\times10^{-9}$$

$$= 3{,}45\times10^{-3}$$

$$\varepsilon(t_2) = \Delta\sigma_1 D(t_2-\tau_1) + \Delta\sigma_2 D(t_2-\tau_2) + \Delta\sigma_3 D(t_2-\tau_3)$$

$$= 1\times10^6\times1.2\,(2500)^{0.1}\times10^{-9} + 0.5\times1.2\times10^{-3}\,(1500)^{0.1} -$$

$$1.5\times1.2\times10^{-3}\,(500)^{0.1}$$

$$= 0.528\times10^{-3}$$