Esercizi

1. Applicazione del modello di Kelvin-Voigt

Un polimero viene sottoposto ad uno sforzo costante di trazione pari a 10 MPa per tempi prolungati. Potendo descrivere il modulo di creep del materiale secondo il modello di Kelvin-Voigt con dove C = 2 GPa-1 e τrit= 5760 h ($2.07 \cdot 10^7$s), si calcoli la deformazione dopo 4 mesi.

Soluzione: 0.79%

Esercizi

2. Applicazione del modello di Maxwell

Un oggetto in materiale elastomerico è sottoposto ad una deformazione costante ε_0, che determina uno sforzo iniziale $\sigma_0 = 7.6$ MPa. Dopo 40 gg a 20°C, lo sforzo è diminuito a 4.8 MPa.

Applicando il modello di Maxwell per la descrizione della risposta viscoelastica del materiale, si richiede di:

a) determinare la costante di tempo di rilassamento τ per il materiale;

b) predire lo sforzo dopo 60 gg a 20°C.

Soluzione: 3.813 MPa; 2.79 MPa

Esercizi

3. Applicazione dei modelli a due elementi

Un polimero viene sottoposto, ad un istante $t = 0$, ad uno sforzo di trazione pari a 10 MPa per 200 giorni.

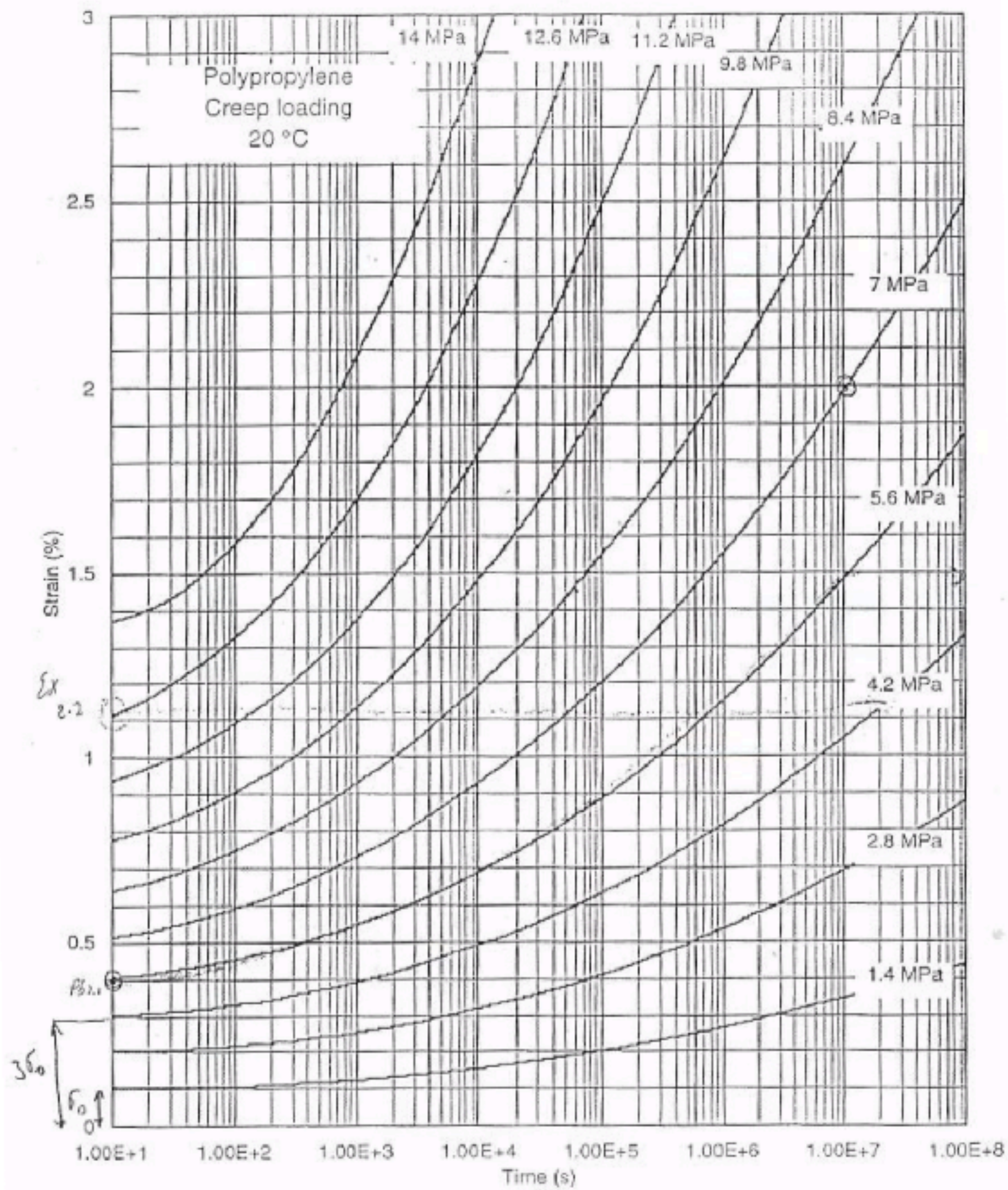
Valutare la deformazione raggiunta ipotizzando valida la risposta del materiale secondo un modello viscoelastico con costanti $E = 3$ GPa e $\eta = 300$ GPa·gg ($26 \cdot 10^6$ Pa·s).

Soluzione: KV: 0.288%; M: 1%

Esercizi

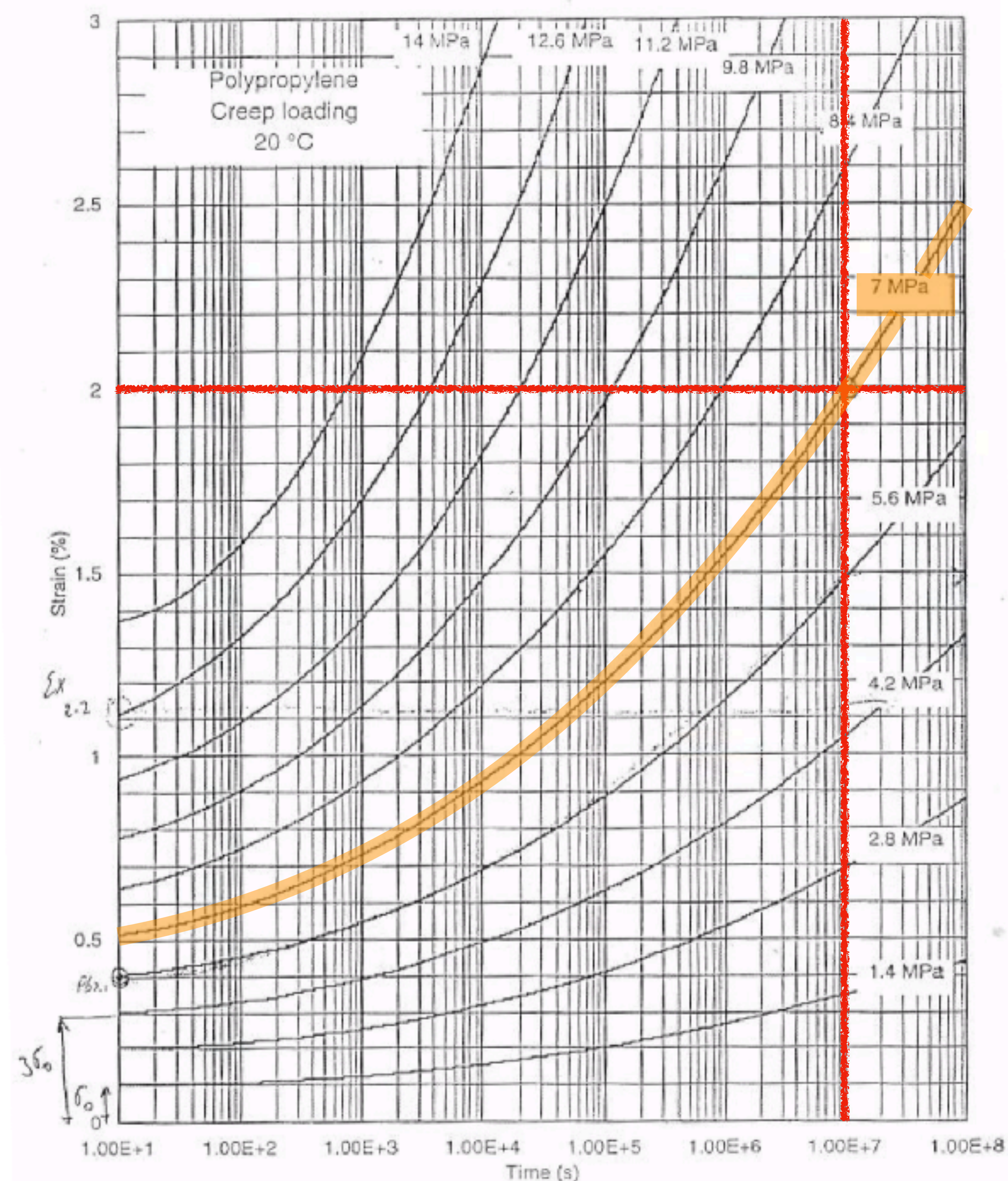
4. Applicazione delle curve isometriche di creep

Una barra in materiale polimerico, avente sezione circolare, viene sottoposta ad un carico di compressione di 1400N. Sapendo che la deformazione massima dopo 4 mesi è del 2%, calcolare il raggio della barra, facendo riferimento alla curva in figura.



Soluzione: 7.98mm

Esercizi



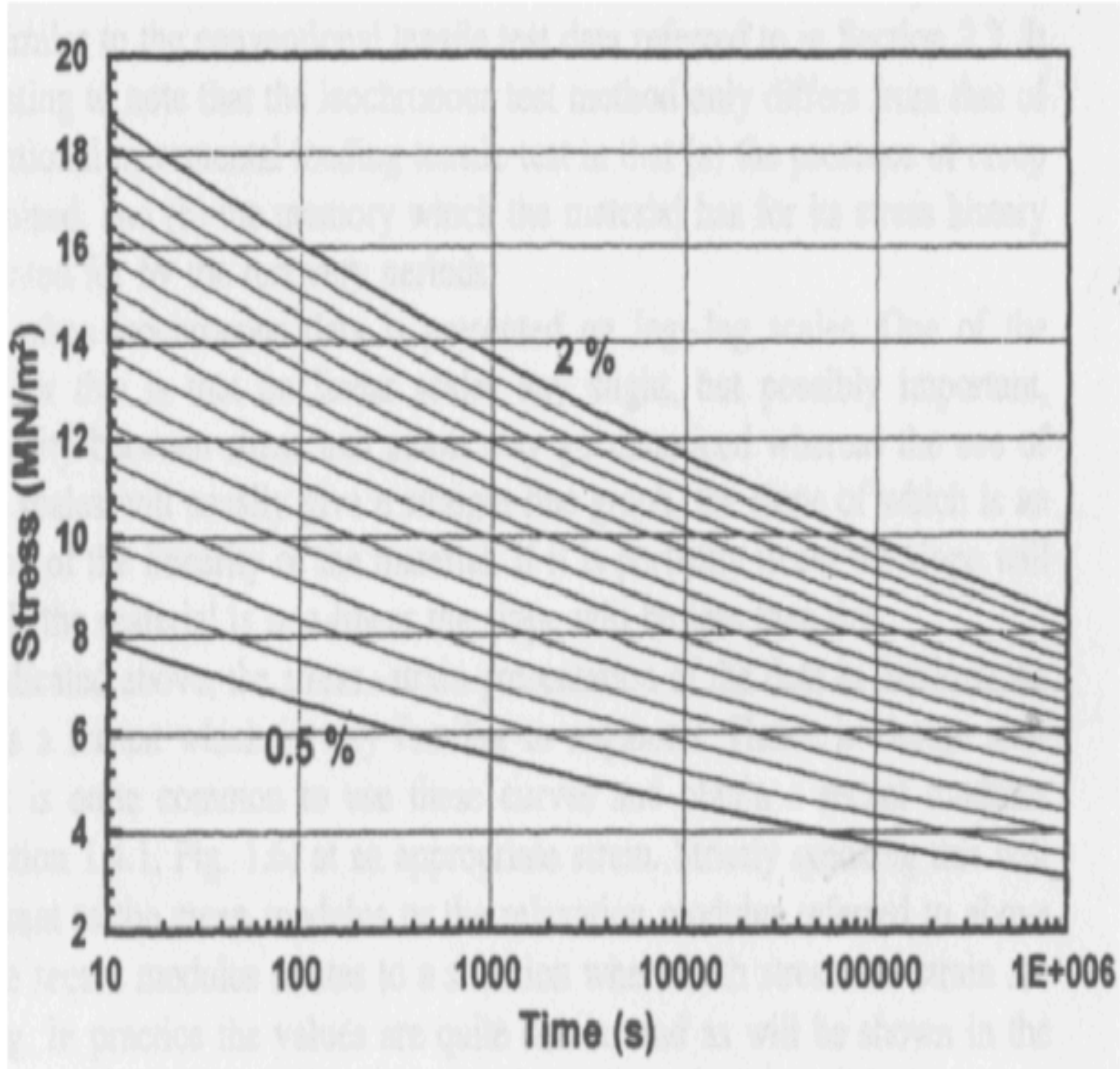
Polypropylene
Creep loading
20 °C
14 MPa
12.6 MPa
11.2 MPa
9.8 MPa
8.4 MPa
7 MPa
5.6 MPa
4.2 MPa
2.8 MPa
1.4 MPa
Strain (%)
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
1.00E+1
1.00E+2
1.00E+3
1.00E+4
1.00E+5
1.00E+6
1.00E+7
1.00E+8
Time (s)

Esercizi

5. Applicazione delle curve isometriche di rilassamento degli sforzi

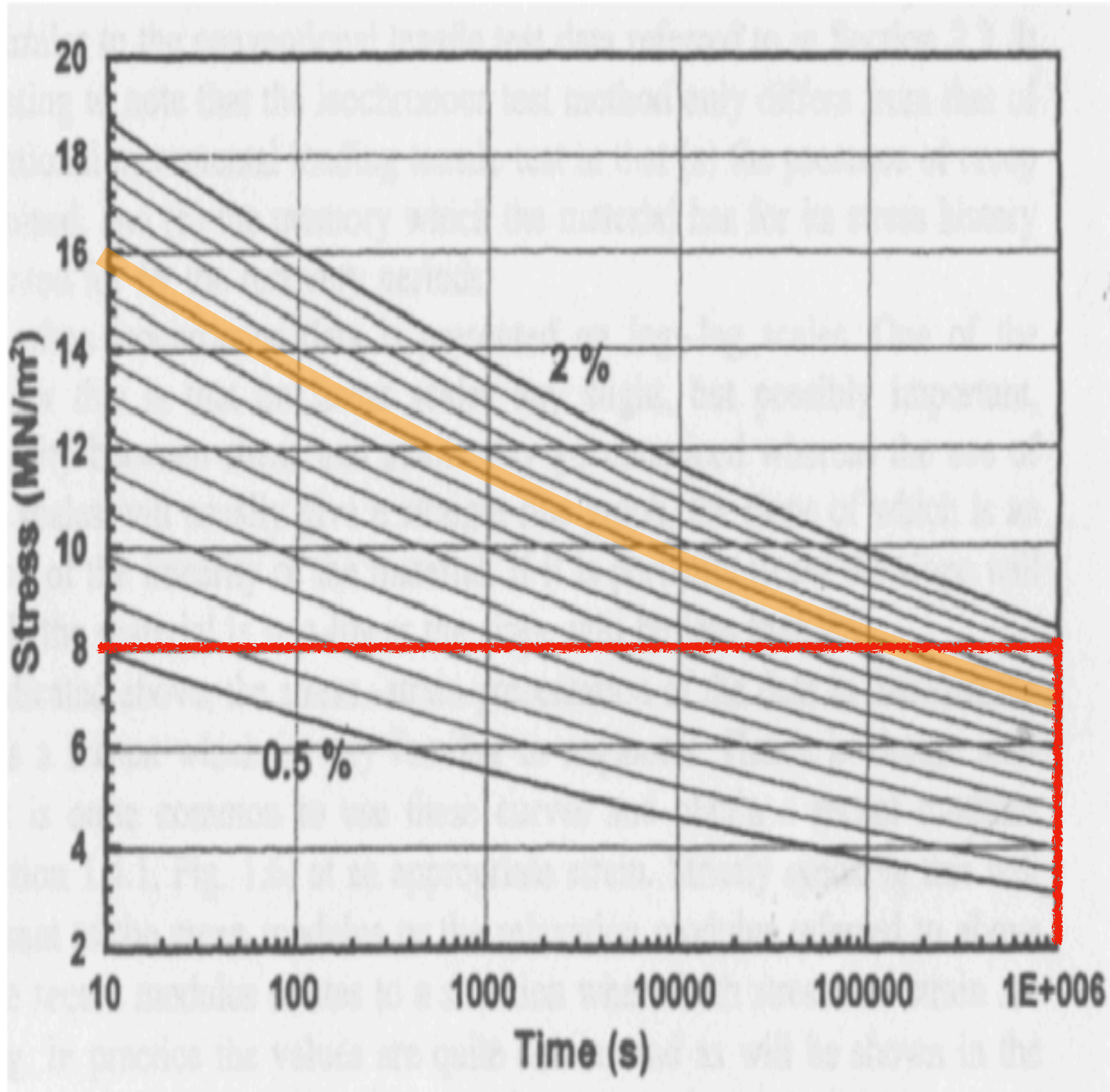
Una guarnizione in materiale polimerico, una volta montata in sede, vede una riduzione dello spessore da 2 cm a 1.97 cm.

Verificare se la guarnizione riesce a garantire una pressione di almeno 8 MPa dopo 300 ore di funzionamento.



Soluzione: 1.96-1.962 cm

Esercizi



20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
Stress (MN/m²)
2 %
0.5 %
10
100
1000
10000
100000
1E+006
Time (s)

Esercizi

6. Applicazione del modello di Zener

Il comportamento viscoelastico di alcuni materiali polimerici è approssimato dal modello di Zener con elementi molle e pistone dal valore riportato in tabella. Si calcoli per ciascun materiale la deformazione indotta da uno sforzo di 10 MPa dopo un mese e dopo un anno. Rappresentarne schematicamente la curva e associarlo ad un specifica famiglia di materiali polimerici.

	Polimero A	**Polimero B**	**Polimero C**
E_{un} (GPa)	2	2	5
E_d (GPa)	0.005	0.2	0.005
η (GPa·s)	$40 \cdot 10^3$	$40 \cdot 10^3$	0.4

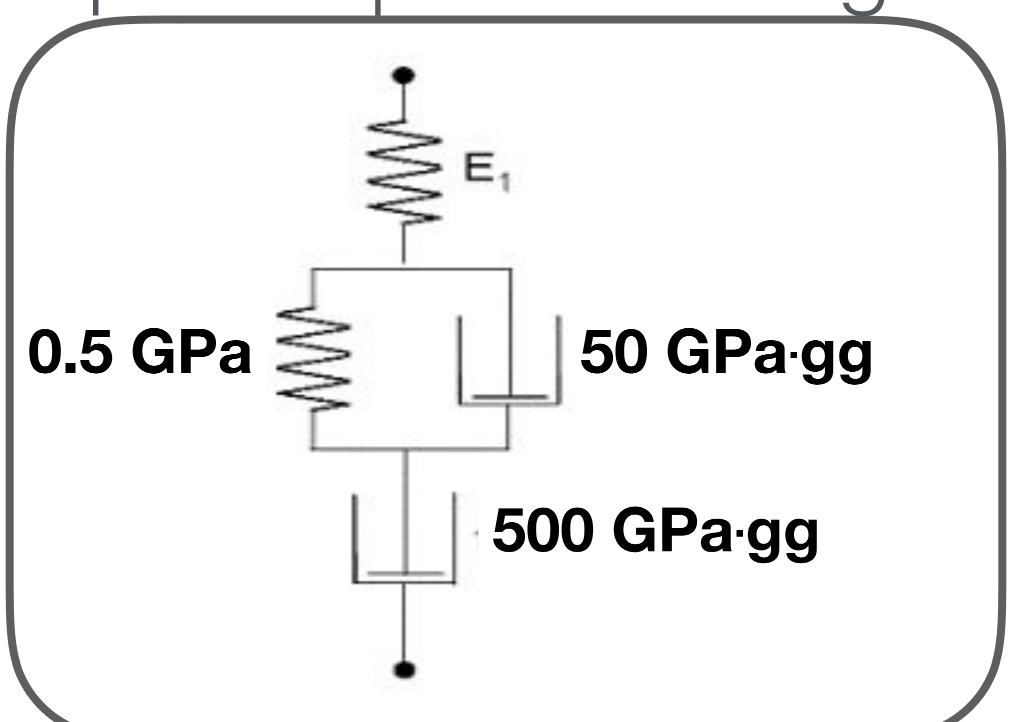
Soluzione: 1mese: A 54.5%, B 6%, C 200.4%; 1 anno: A 196.5%, B 6%, C 200.4%

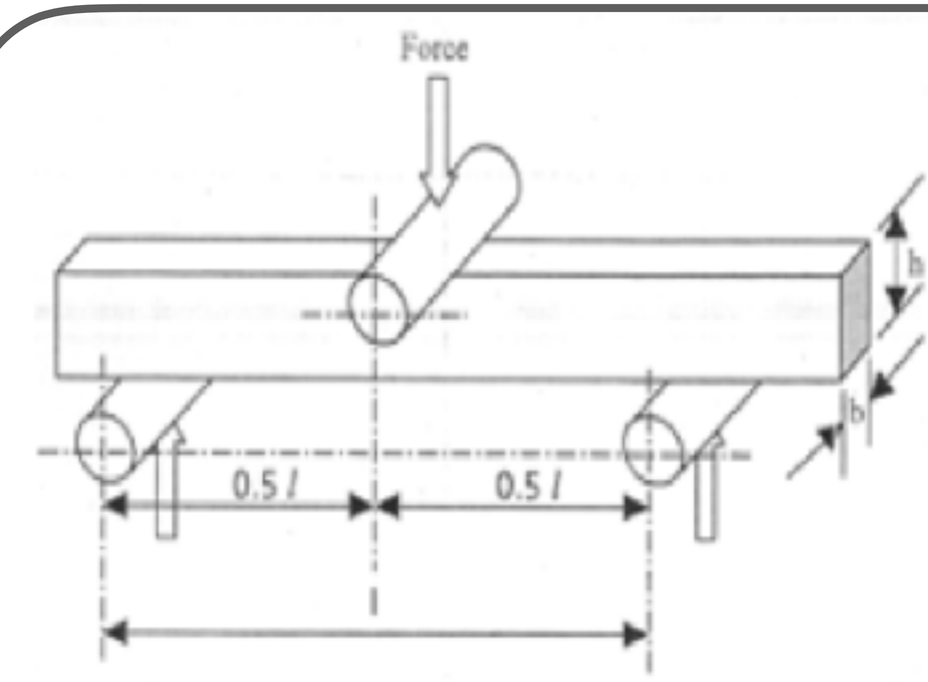
Esercizi

7. Applicazione del modello di Burgers

Una mensola in materiale polimerico, lunga 1m (fra i punti di appoggio), larga 40 cm e spessa 10mm è soggetta ad un carico verticale di 6N.

Facendo riferimento al modello a 4 elementi di Burgers e alle formule della deformazione a flessione, entrambe rappresentate in figura si calcoli la deflessione effettiva dopo un’anno e la deformazione che non verrà recuperata, anche dopo tempi molto lunghi alla rimozione del carico.





$$\sigma = \frac{3}{2}\frac{F \cdot l}{w \cdot th^2}$$

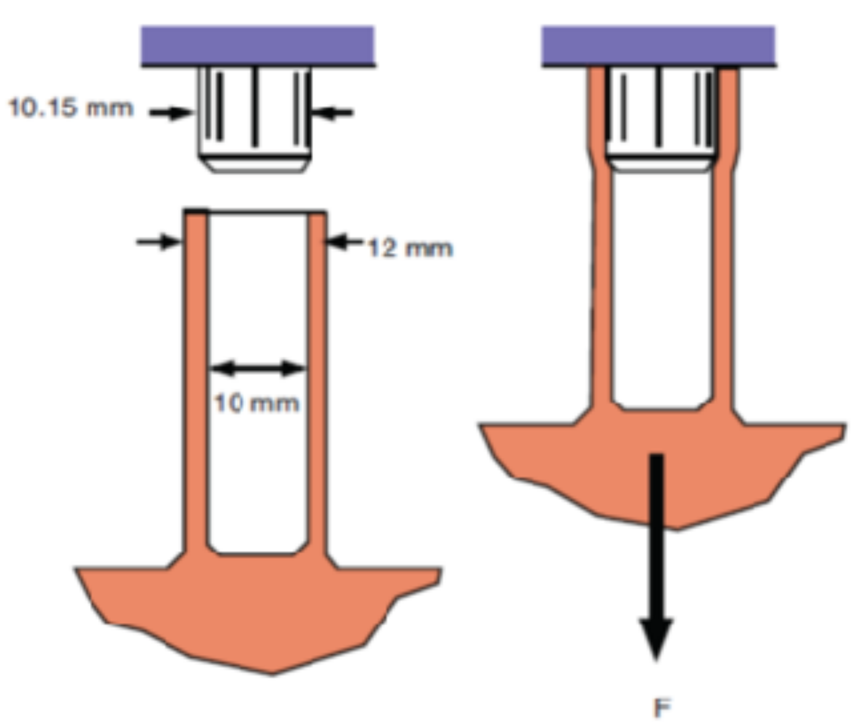
$$\varepsilon = 6\frac{th \cdot \delta}{l^2}$$

Soluzione: 13.7425mm, di cui 2.7375 permanenti

Esercizi

8. Applicazione del modello di Maxwell multi-elemento

Nell’assemblaggio rappresentato in figura, un tubo in polipropilene è incastrato a pressione su un perno metallico lungo 15mm. Il diametro interno del tubo, di spessore 1 mm, è di 10 mm, mentre il diametro del perno metallico è di 10.15mm. Se il coefficiente di attrito fra le due superfici è = 0.3, valutare la forza necessaria per disassemblare i due componenti dopo una settimana nel caso di un sistema descrivibile da un modello di Maxwell a un elemento (E=1.6GPa; $\tau_{rel} = 5*10^6$s) e a tre elementi (E_1 = 500 MPa, $\tau_{rel,1} = 10^5$s; E_2 = 800 MPa, $\tau_{rel,2} = 5*10^6$s; E_3 = 300 MPa, $\tau_{rel,3} = 10^8$s).



Suggerimento: si utilizzino le seguenti aprossimazioni:

- *deformazione circonferenziale:* $\varepsilon = \dfrac{\Delta d}{\bar{d}}$
- *sforzo circonferenziale:* $\sigma = \dfrac{p\bar{d}}{2h}$

Soluzione: 1elem: 169 N; 3 elem. 184.9692

Esercizi

9. Storie articolate di creep

Il comportamento viscoelastico di un materiale polimerico è approssimato da un modello di Zener con elementi molla E_{un} = 1 GPa e E_d = 0.2 GPa, e pistone con costante pari a 40 GPa·gg.

Uno sforzo di 10 MPa viene applicato per 100 giorni e poi ridotto a 4 MPa per altri 500 gg.

Applicando il principio di sovrapposizione di Boltzmann, si calcoli il valore di deformazione al raggiungimento dei 100 gg e dei 400 gg.

Soluzione: 2.967%; 2.4%

Esercizi

10. Storie articolate di rilassamento degli sforzi

Il comportamento di un materiale polimerico è approssimato dal modello di Maxwell, con un elemento molla di valore E = 2 GPa e un elemento pistone di valore η = 1000 GPa·gg, calcolare lo sforzo dopo 100 gg per la seguente storia meccanica:

- applicazione di una deformazione pari a 0.5% a t = 0 s;
- riduzione della deformazione a 0.2% a t = 50 gg.

Soluzione: 2.76 MPa

Esercizi

11. Storia di creep e recupero

Un polimero viene sottoposto alla seguente storia di carico:

- al tempo t = 0 è applicato uno sforzo di trazione pari a 10 MPa ed è mantenuto per 100 gg
- a 100 gg lo sforzo viene rimosso istantaneamente.

Si calcoli la deformazione dopo 100 gg e 200 gg, nell'ipotesi di validità del principio di sovrapposizione di Boltzmann, e potendo descrivere la cedevolezza a creep del materiale secondo l'equazione di Kelvin-Voigt con $C_0 = 2\ GPa^{-1}$ e $\tau_0 = 200$ gg.

Soluzione: 0.786%; 0.478%

Esercizi

12. Storie articolate di creep

Una barra di polipropilene di lunghezza pari a 100 mm e sezione pari a 4x10 mm^2 è soggetta alla seguente storia di carico:

- σ = 0 MPa per $t<0$ s;
- σ = 1 MPa per 0 s $\leq t \leq$ 1000 s;
- σ = 1.5 MPa per 1000 s $\leq t \leq$ 2000 s;
- σ = 0 MPa per $t >$ 2000 s.

Nell'ipotesi di validità del principio di sovrapposizione di Boltzmann, e potendo descrivere il modulo di creep del materiale secondo la:

$C(t) = 1.2 \cdot t^{0.1}$ [GPa-1]

dove il tempo, t, è espresso in secondi, si calcoli la deformazione dopo 1500 s e 2500 s.

Valutare inoltre la correlazione fra sforzo e deformazione quando la barra è sottoposta ad una prova di trazione con velocità di avanzamento della traversa di 100 N/min.

Equivalenza tempo-temperatura

Esempi di utilizzo del principio di equivalenza tempo-temperatura

Predizione della risposta meccanica del materiale: $\underline{C_T(t)}$

Esercizio 1 - Cedevolezza a creep

Un cilindro in polietilene, di lunghezza pari a 1 m e diametro pari a 10 mm, è posto in verticale e vincolato all'estremità superiore. Il materiale presenta una cedevolezza a creep, misurata a trazione, descrivibile dall'equazione:

$C(t) = 2 - e^{-0.1t}$ [GPa^{-1}],

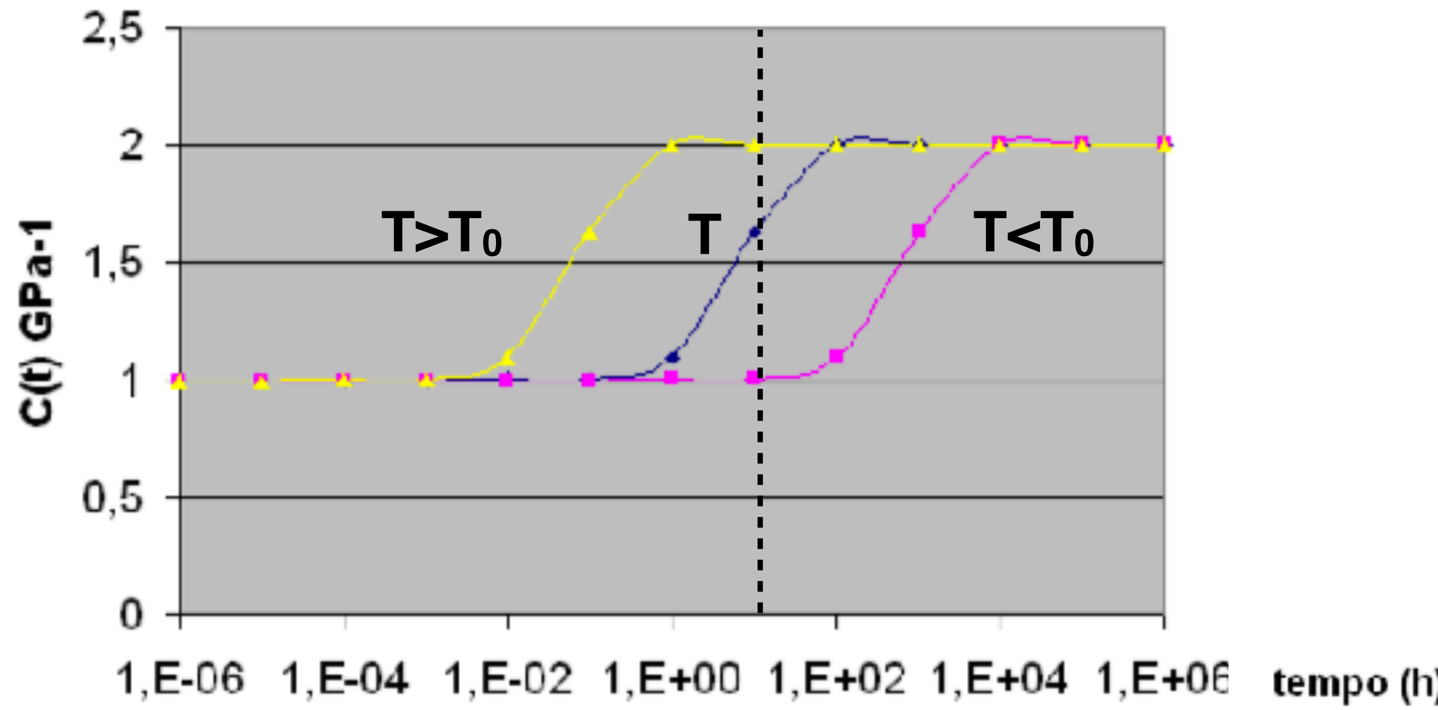
in cui il tempo t è espresso in ore.

Ponendo in sospensione sul cilindro un peso di 10 kg, calcolare la lunghezza del cilindro dopo 10 ore.

Es:
- $T<T_0$: $\log a^T_{T0} = 2 \quad \Rightarrow \quad a^T_{T0} = 100$
- $T>T_0$: $\log a^T_{T0} = -2 \quad \Rightarrow \quad a^T_{T0} = 0.01$

Equivalenza tempo-temperatura

Esempi di utilizzo del principio di equivalenza tempo-temperatura



$$\boxed{C_T(t) = C_{T_0}(t / a^T_{T_0})}$$

$T<T_0 : a^T_{T0} = 100$

$$C_T(t) = C_{T_0}(t / a^T_{T_0}) =$$
$$= 2 - e^{-0.1t/a^T_{T0}} GPa^{-1} =$$
$$= 2 - e^{-0.001t} GPa^{-1}$$

$$\varepsilon_T(10h) =$$
$$= (2 - e^{-0.001 \cdot 10} GPa^{-1}) \cdot 1.248 MPa =$$
$$= 0.126\%$$

l_{fin} **= 1.00126**

$T=T_0$

$$C_{T_0}(t) = 2 - e^{-0.1t} GPa^{-1}$$

$$\varepsilon_{T_0}(10h) =$$
$$= (2 - e^{-0.1 \cdot 10} GPa^{-1}) \cdot 1.248 MPa =$$
$$= 0.204\%$$

l_{fin} **= 1.00204**

$T>T_0 : a^T_{T0} = 0.01$

$$C_T(t) = C_{T_0}(t / a^T_{T_0}) =$$
$$= 2 - e^{-0.1t/a^T_{T0}} GPa^{-1} =$$
$$= 2 - e^{-10t} GPa^{-1}$$

$$\varepsilon_T(10h) =$$
$$= (2 - e^{-10 \cdot 10} GPa^{-1}) \cdot 1.248 MPa =$$
$$= 0.25\%$$

l_{fin} **= 1.0025**

Esempi di utilizzo del principio di equivalenza tempo-temperatura

Predizione della risposta meccanica del materiale: ***<u>curve isometriche</u>***

Esercizio 4 - Cedevolezza a creep

Un tubo di polipropilene di diametro interno d = 150 mm alla temperatura di 20°C è sottoposto ad una pressione interna p = 0.35MPa.

Facendo ricorso alle curve di creep rappresentate in figura, calcolare lo spessore, s, del tubo, nell'ipotesi di una deformazione massima ammissibile pari al 2% dopo 4 mesi di esercizio.

Es:

- $T<T_0$: $\log a^T{}_{T0} = 1 \quad \Rightarrow \quad a^T{}_{T0} = 10$
- $T>T_0$: $\log a^T{}_{T0} = -1 \quad \Rightarrow \quad a^T{}_{T0} = 0.1$

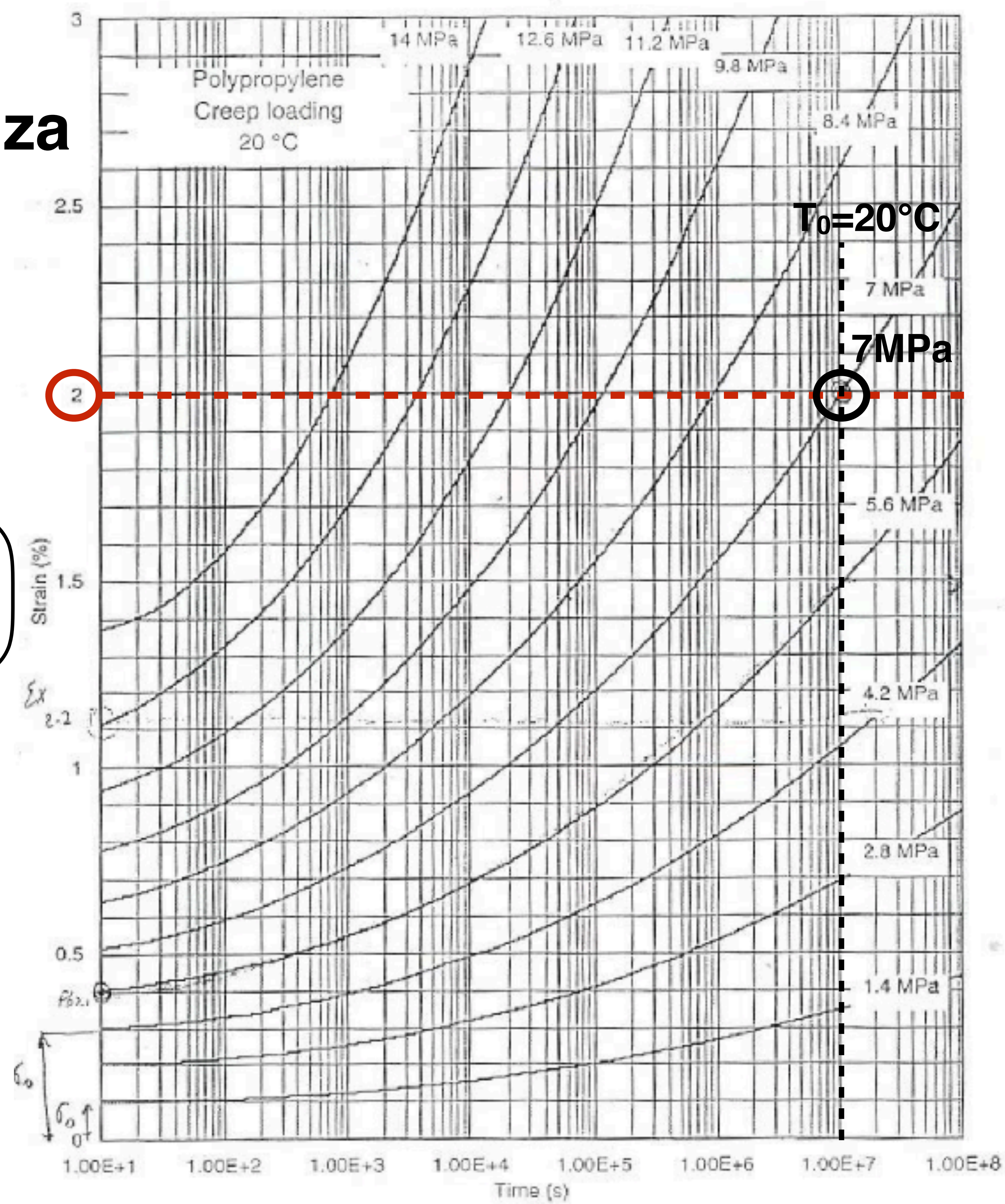
Equivalenza tempo-temperatura

Esempi di utilizzo del principio di equivalenza tempo-temperatura

$$C_T(\log t) = C_{T_0}(\log t - \log a_{T_0}^T)$$

$T=T_0 \Rightarrow \sigma = 7MPa$

$$s = (0.35MPa \cdot 150mm)/(2 \cdot 7MPa) =$$
$$= 3.75mm$$



Equivalenza tempo-temperatura

Esempi di utilizzo del principio di equivalenza tempo-temperatura

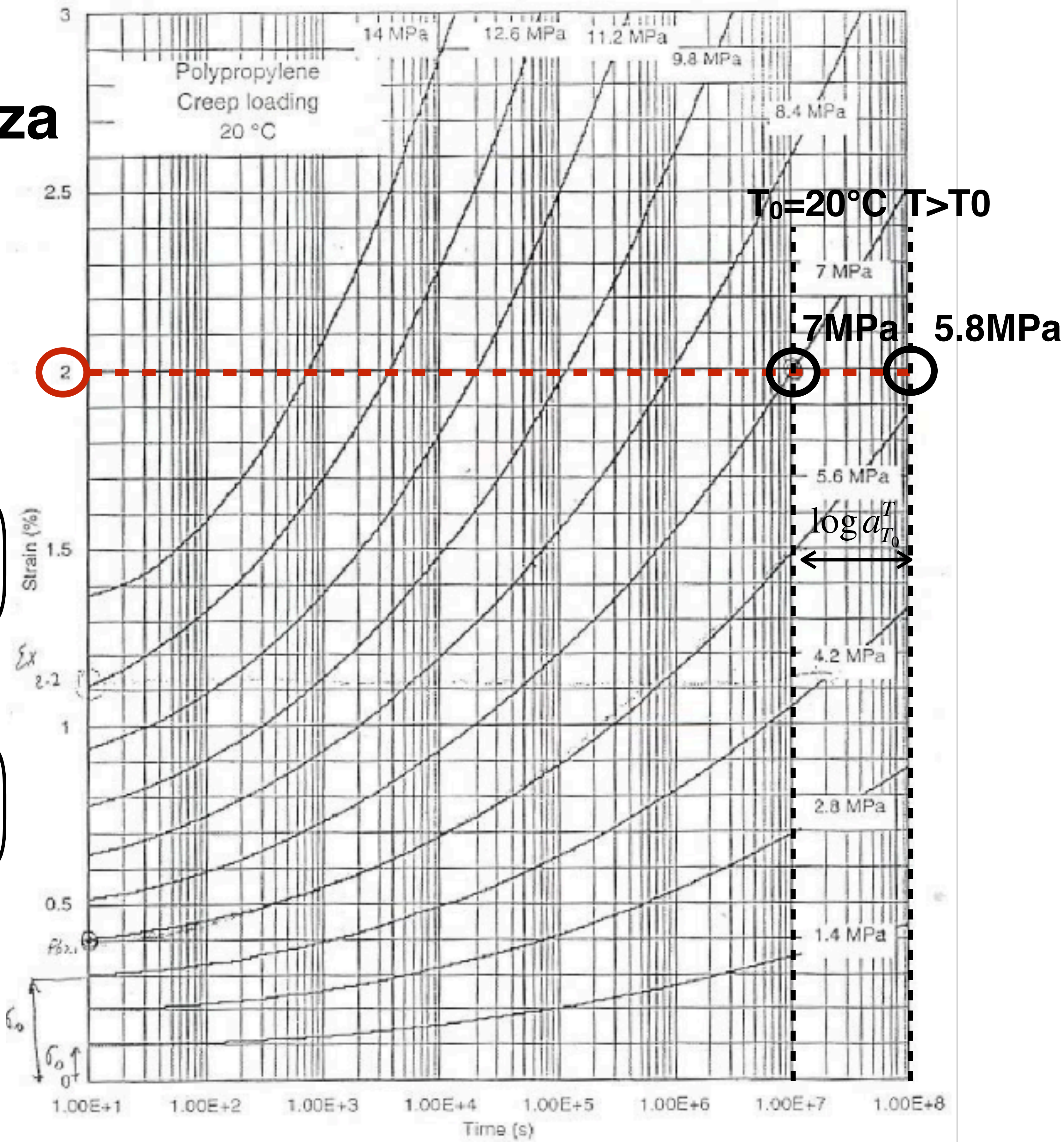
$$C_T(\log t) = C_{T_0}(\log t - \log a_{T_0}^T)$$

$T=T_0 \Rightarrow \sigma = 7MPa$

$$s = (0.35MPa \cdot 150mm)/(2 \cdot 7MPa) =$$
$$= 3.75mm$$

$T>T_0 \Rightarrow \sigma = 5.8MPa$

$$s = (0.35MPa \cdot 150mm)/(2 \cdot 5.8MPa) =$$
$$= 4.52mm$$



Equivalenza tempo-temperatura

Esempi di utilizzo del principio di equivalenza tempo-temperatura

$$C_T(\log t) = C_{T_0}(\log t - \log a_{T_0}^T)$$

$T = T_0 \Rightarrow \sigma = 7MPa$

$$s = (0.35MPa \cdot 150mm)/(2 \cdot 7MPa) = 3.75mm$$

$T > T_0 \Rightarrow \sigma = 5.8MPa$

$$s = (0.35MPa \cdot 150mm)/(2 \cdot 5.8MPa) = 4.52mm$$

$T < T_0 \Rightarrow \sigma = 8.4MPa$

$$s = (0.35MPa \cdot 150mm)/(2 \cdot 8.4\,MPa) = 3.12mm$$