Electric Drives
Laboratory
DII - UniPD

Azionamenti Elettrici

Lezioni a.a. 2020-2021

prof. Silverio Bolognani

PARTE IV

Macchina asincrona (Macchina a induzione)

Sensitività parametrica degli stimatori del flusso rotorico per FOC

Funzione sensitività parametrica (per funzione reale)

Sia data una funzione **reale** *f(x,p)* della variabile reale *x* e che contiene il parametro reale positivo *p*. Si definisce *sensitività parametrica di f rispetto a p* la funzione reale $S_f^p(x,p)$:

$$\boxed{S_f^p(x,p) = \frac{variazione\ relativa\ di\ f}{variazione\ relativa\ di\ p} = \frac{\frac{df}{f}}{\frac{dp}{p}} = \frac{df}{dp}\frac{p}{f}}$$

Se il valore della funzione f è nullo, allora si può applicare in alternativa:

$$\boxed{S_f^{(fn)p}(x,p) = \frac{variazione\ relativa\ di\ f\ rispetto\ a\ un\ "valore\ nominale"}{variazione\ relativa\ di\ p} = \frac{\frac{df}{f_n}}{\frac{dp}{p}} = \frac{df}{dp}\frac{p}{f_n}}$$

Funzione sensitività parametrica (per funzione complessa)

Sia data una funzione **complessa** ***f****(x,p)* della variabile reale *x* e che contiene il parametro reale positivo *p*. Si definisce *sensitività parametrica di f rispetto a p* la funzione **complessa** $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{f}}^{p}(x,p)$:

$$\boxed{\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{f}}^{p}(x,p) = \frac{variazione\ relativa\ di\ f}{variazione\ relativa\ di\ p} = \frac{\frac{d\boldsymbol{f}}{\boldsymbol{f}}}{\frac{dp}{p}} = \frac{d\boldsymbol{f}}{dp}\frac{p}{\boldsymbol{f}}}$$

Vale:

$$\boldsymbol{f}(x,p) = |\boldsymbol{f}(x,p)|e^{j\varphi(x,p)}$$

quindi

$$\frac{d\boldsymbol{f}}{dp} = \frac{d|\boldsymbol{f}(x,p)|e^{j\varphi(x,p)}}{dp} = \frac{d|\boldsymbol{f}(x,p)|}{dp}e^{j\varphi(x,p)} + |\boldsymbol{f}(x,p)|j\frac{d\varphi(x,p)}{dp}e^{j\varphi(x,p)}$$

Funzione sensitività parametrica (per funzione complessa)

Allora:

$$S_{\boldsymbol{f}}^{p}(x,p)=\frac{d\boldsymbol{f}}{dp}\frac{p}{\boldsymbol{f}}=\overbrace{\left[\frac{d|\boldsymbol{f}(x,p)|}{dp}\cancel{e^{j\varphi(x,p)}}+|\boldsymbol{f}(x,p)|j\frac{d\varphi(x,p)}{dp}\cancel{e^{j\varphi(x,p)}}\right]}^{\frac{d\boldsymbol{f}}{dp}}\overbrace{\frac{p}{|\boldsymbol{f}(x,p)|\cancel{e^{j\varphi(x,p)}}}}^{\frac{p}{\boldsymbol{f}}}$$

Semplificando

$$S_{\boldsymbol{f}}^{p}(x,p)=\frac{d\boldsymbol{f}}{dp}\frac{p}{\boldsymbol{f}}=\left[\underbrace{\frac{d|\boldsymbol{f}(x,p)|}{dp}\frac{p}{|\boldsymbol{f}(x,p)|}}_{S_{|\boldsymbol{f}|}^{p}(x,p)}+j\underbrace{\frac{d\varphi(x,p)}{dp}\frac{p}{1}}_{S_{\varphi}^{(1)p}(x,p)}\right]$$

In definitiva

$$\boxed{S_{\boldsymbol{f}}^{p}(x,p)=S_{|\boldsymbol{f}|}^{p}(x,p)+\mathrm{j}\,S_{\varphi}^{(1)p}(x,p)}$$

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle tensioni e correnti statoriche (a regime)

$$\boldsymbol{\lambda}_r^s = \frac{L_r}{L_M}\left[\int_{-\infty}^{t}(\mathbf{u}_s^s - R_s\mathbf{i}_s^s)dt - L_t\mathbf{i}_s^s\right]$$

Equazione dello stimatore

$$\mathbf{g}_x^s(t) = \mathbf{G}_x^s e^{j\Omega_s t}$$

Espressione del generico vettore spaziale a regime

$$\boxed{\boldsymbol{\Lambda}_r^s = \frac{L_r}{L_M}\left(\frac{\mathbf{U}_s^s - R_s\mathbf{I}_s^s}{j\Omega_s} - L_t\mathbf{I}_s^s\right)}$$

Soluzione a regime dello stimatore

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle tensioni e correnti statoriche (a regime)

$$\mathbf{\Lambda}_r^s = \frac{L_r}{L_M}\left(\frac{\mathbf{U}_s^s - R_s\mathbf{I}_s^s}{j\Omega_s} - L_t\mathbf{I}_s^s\right)$$

Applicando la definizione di sensitività per il parametro (L_r/L_M) si ottiene:

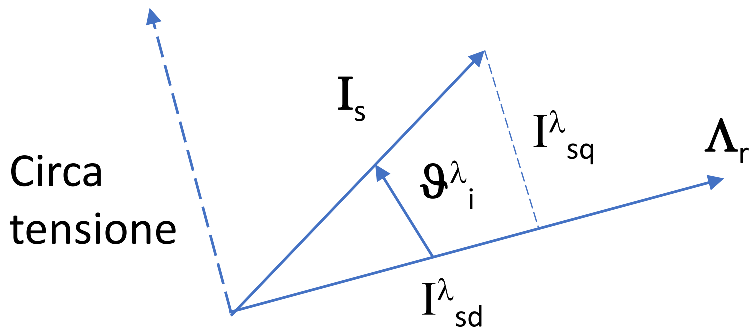
$$\mathbf{S}_{\mathbf{\Lambda}_r^s}^{L_r/L_M} = \underbrace{\frac{\cancel{\left(\frac{\mathbf{U}_s^s - R_s\mathbf{I}_s^s}{j\Omega_s} - L_t\mathbf{I}_s^s\right)}}{1}}_{\frac{d\boldsymbol{f}}{dp}} \underbrace{\frac{\cancel{\frac{L_r}{L_M}}}{\cancel{\left(\frac{\mathbf{U}_s^s - R_s\mathbf{I}_s^s}{j\Omega_s} - L_t\mathbf{I}_s^s\right)}\cancel{\frac{L_r}{L_M}}}}_{\frac{p}{\boldsymbol{f}}} = 1$$

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle tensioni e correnti statoriche (a regime)

$$\mathbf{\Lambda}_r^s = \frac{L_r}{L_M}\left(\frac{\mathbf{U}_s^s - R_s\mathbf{I}_s^s}{j\Omega_s} - L_t\mathbf{I}_s^s\right)$$

Applicando la definizione di sensitività per il parametro L_t si ottiene:

$$S_{\Lambda_r^s}^{L_t} = \frac{\frac{L_r}{L_M}\left(-\mathbf{I}_s^s\right)}{1}\frac{L_t}{\mathbf{\Lambda}_r^s} = -\frac{L_r L_t}{L_M}\frac{|\mathbf{I}_s|}{|\mathbf{\Lambda}_r|}e^{j\vartheta_i^\lambda} = -\frac{L_r L_t}{L_M}\frac{I_{sd}^\lambda(1+j\tan\vartheta_i^\lambda)}{|\mathbf{\Lambda}_r|} = (1-\frac{L_r L_s}{L_M^2})(1+j\tan\vartheta_i^\lambda)$$



$$\tan\vartheta_i^\lambda = \frac{I_{sq}^\lambda}{I_{sd}^\lambda} \cong \frac{\text{corrente attiva}}{\text{corrente reattiva}} = 0 \ldots \pm 3$$

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle tensioni e correnti statoriche (a regime)

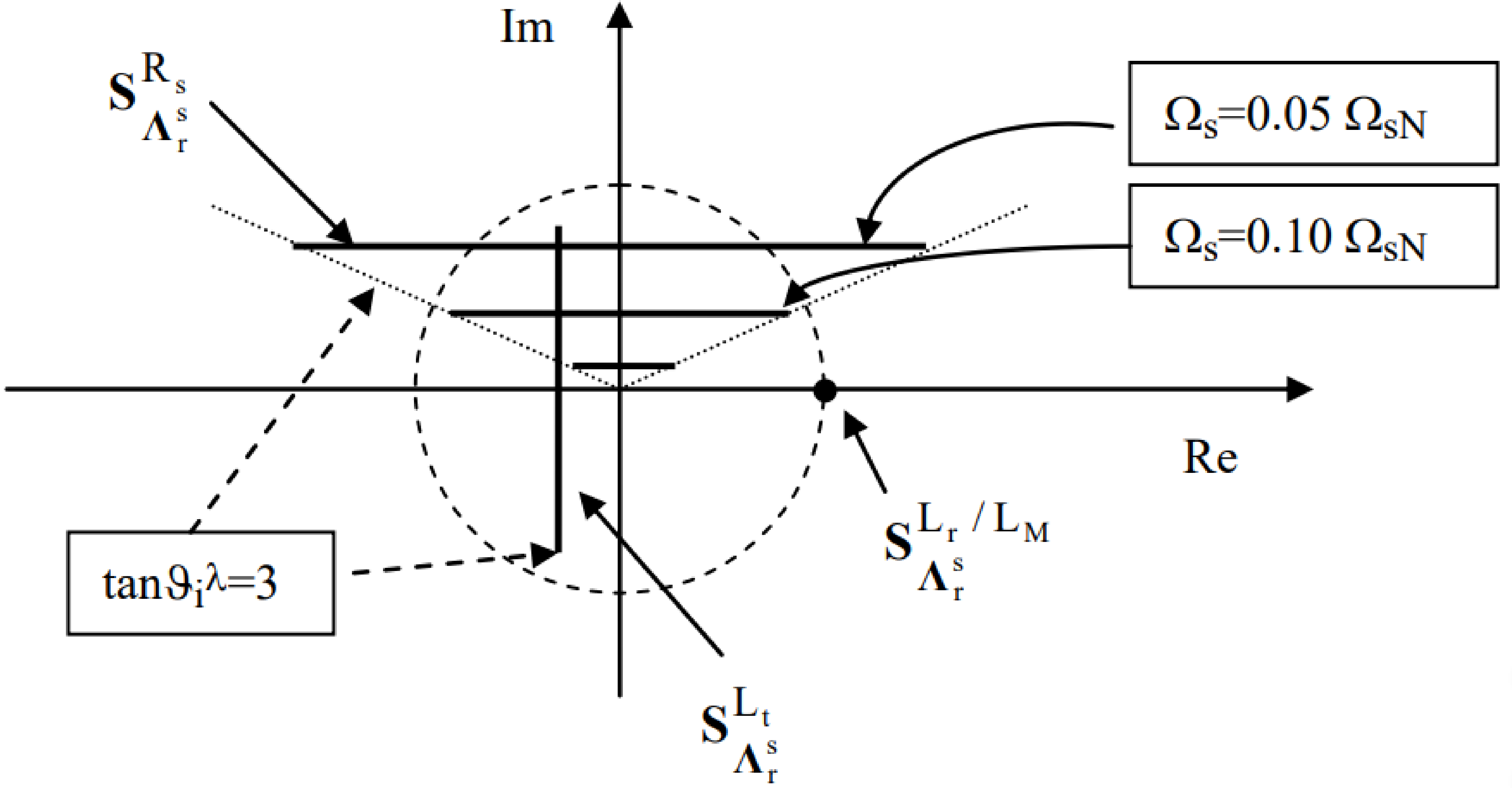
$$\mathbf{\Lambda}_r^s = \frac{L_r}{L_M}\left(\frac{\mathbf{U}_s^s - R_s\mathbf{I}_s^s}{j\Omega_s} - L_t\mathbf{I}_s^s\right)$$

Applicando la definizione di sensitività per il parametro R_s si ottiene:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{\Lambda}_r^s}^{R_s} = -\frac{L_r}{L_M}\frac{\mathbf{I}_s^s}{j\Omega_s}\frac{R_s}{\mathbf{\Lambda}_r^s} = -\frac{L_r}{L_M^2}\frac{(1+j\tan\vartheta_i^\lambda)}{j\Omega_s}R_s = -\frac{L_rL_s}{L_M^2}\frac{R_s}{\Omega_sL_s}(\tan\vartheta_i^\lambda - j)$$

Cresce al diminuire della frequenza (velocità)

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle tensioni e correnti statoriche (a regime)



Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche (a regime)

$$\frac{d\lambda_r^s}{dt} = (j\omega_{me} - \frac{R_r}{L_r})\boldsymbol{\lambda}_r^s + \frac{R_r L_M}{L_r}\mathbf{i}_s^s$$

Equazione dello stimatore

$$\boldsymbol{\Lambda}_r^s = \frac{\frac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{I}_s^s}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})}$$

Soluzione a regime dello stimatore

NB: la soluzione a regime è la stessa del flux-model e per il FOC indiretto

$$\Omega_\lambda^r = \Omega_x^r$$

Razionalizzando.

$$\Lambda_r^s = \frac{\frac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{I}_s^s}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})} \; \frac{\frac{R_r}{L_r} - j(\Omega_s - \Omega_{me})}{\frac{R_r}{L_r} - j(\Omega_s - \Omega_{me})}$$

$$\Lambda_{rd}^x = L_M \frac{\frac{L_r}{R_r}\Omega_x^r I_{sq}^x + I_{sd}^x}{1 + \left(\frac{L_r}{R_r}\Omega_x^r\right)^2} \qquad \Lambda_{rq}^x = L_M \frac{I_{sq}^x - \frac{L_r}{R_r}\Omega_x^r I_{sd}^x}{1 + \left(\frac{L_r}{R_r}\Omega_x^r\right)^2}$$

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche (a regime)

Applicando la definizione di sensitività per il parametro L_M e poi per (R_r/L_r) si ottiene:

$$\boxed{\mathbf{\Lambda}_r^s = \frac{\dfrac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{I}_s^s}{\dfrac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})}}$$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{\Lambda}_r^s}^{L_M} = 1$$

e

$$\mathbf{S}_{\mathbf{\Lambda}_r^s}^{R_r/L_r} = L_M \mathbf{I}_s^s \overbrace{\frac{\left[\dfrac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})\right] - \dfrac{R_r}{L_r}}{\left[\dfrac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})\right]^2}}^{\frac{d\boldsymbol{f}}{dp}} \cdot \overbrace{\frac{\dfrac{R_r}{L_r}\left[\dfrac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})\right]}{\dfrac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{I}_s^s}}^{\frac{p}{\boldsymbol{f}}}$$

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche (a regime)

$$
\mathbf{S}^{R_r/L_r}_{\boldsymbol{\Lambda}_r^s} = \cancel{L_M \mathbf{I}_s^s}\, \frac{\left[\cancel{\frac{R_r}{L_r}} + j(\Omega_s - \Omega_{me})\right] - \cancel{\frac{R_r}{L_r}}}{\left[\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})\right]^{\cancel{2}}} \cdot \frac{\cancel{\frac{R_r}{L_r}} \cancel{\left[\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})\right]}}{\cancel{\frac{R_r}{L_r}}\, \cancel{L_M \mathbf{I}_s^s}}
$$

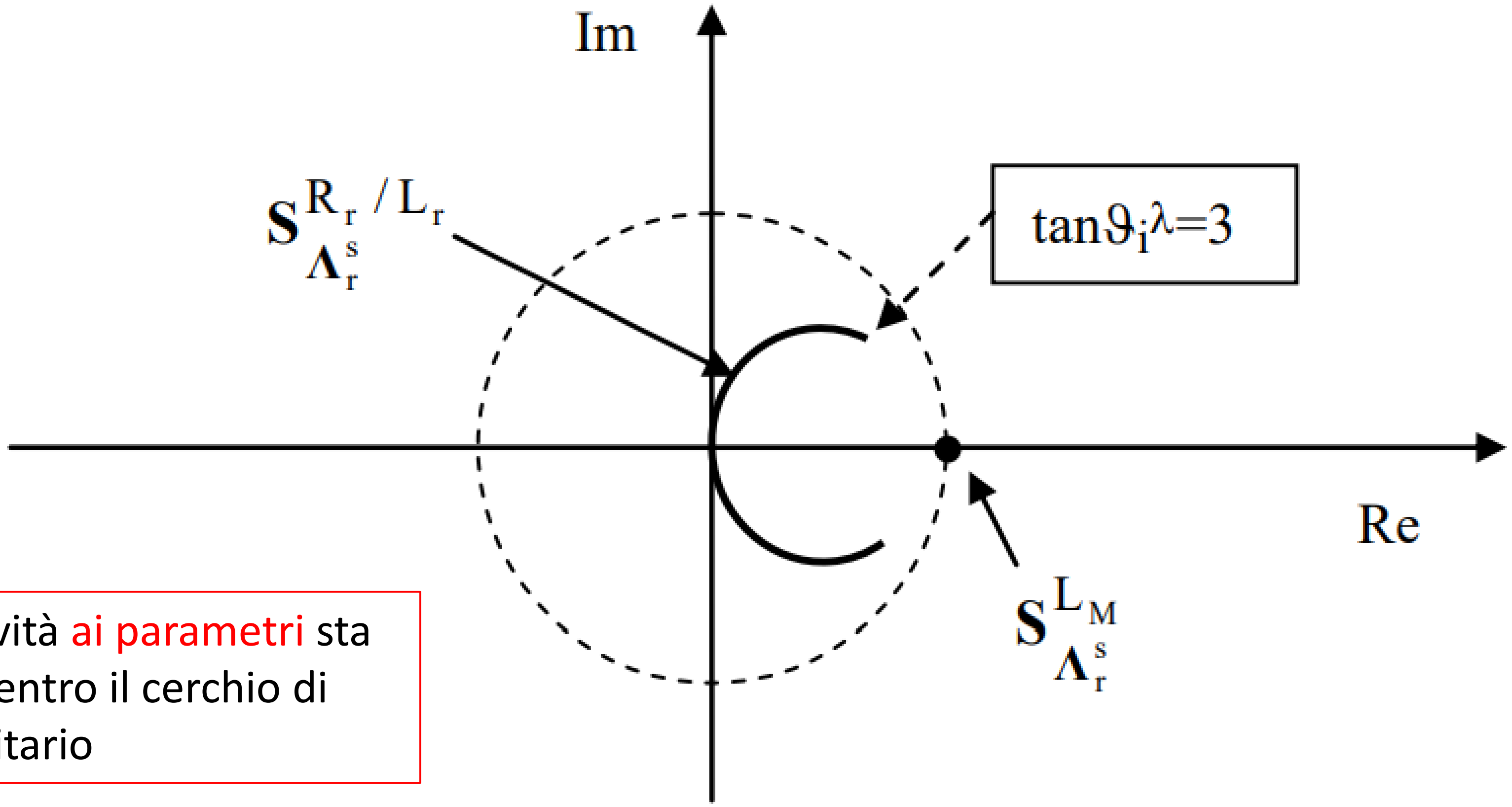
$$
\mathbf{S}^{R_r/L_r}_{\boldsymbol{\Lambda}_r^s} = \frac{j(\Omega_s - \Omega_{me})}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})}
$$

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche (a regime)

$$(\Omega_s - \Omega_{me}) = \quad \Omega_\lambda^r = R_r \frac{L_M}{L_r} \frac{I_{sq}^\lambda}{\Lambda_r} = \frac{R_r}{L_r} \frac{I_{sq}^\lambda}{I_{sd}^\lambda} \quad = \frac{R_r}{L_r} \tan \vartheta_i^\lambda$$

$$S_{\Lambda_r^s}^{R_r/L_r} = \frac{j(\Omega_s - \Omega_{me})}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})} \quad = \frac{j \tan \vartheta_i^\lambda}{1 + j \tan \vartheta_i^\lambda}$$

Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche (a regime)



La sensitività ai parametri sta sempre dentro il cerchio di raggio unitario

Sensitività alla misura di velocità della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche

pari a $\Omega_{me,0,N}$

$$S_{\boldsymbol{\Lambda}_r}^{\Omega_{me}} = \frac{d\boldsymbol{\Lambda}_r}{d\Omega_{me}} \frac{\Omega_{s,N}}{\boldsymbol{\Lambda}_r}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_r^s = \frac{\frac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{I}_s^s}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})}$$

$$S_{\boldsymbol{\Lambda}_r}^{\Omega_{me}} = \underbrace{\frac{\cancel{-}\cancel{\frac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{I}_s^s}(\cancel{-}j)}{\left[\frac{R_r}{L_r} + j\left(\Omega_s - \Omega_{me}\right)\right]^{\cancel{2}}}}_{\frac{d\boldsymbol{f}}{dp}} \cdot \underbrace{\frac{\Omega_{s,N}\cancel{\left[\frac{R_r}{L_r} + j\left(\Omega_s - \Omega_{me}\right)\right]}}{\cancel{\frac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{I}_s^s}}}_{\frac{p}{\boldsymbol{f}}}$$

Sensitività alla misura di velocità della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche

$$S_{\Lambda_r}^{\Omega_{me}} = \frac{j\Omega_{s,N}}{\frac{R_r}{L_r} + j\,(\Omega_s - \Omega_{me})} = \frac{\Omega_{s,N}}{(\Omega_s - \Omega_{me})} \cdot \underbrace{\frac{j(\Omega_s - \Omega_{me})}{\frac{R_r}{L_r} + j\,(\Omega_s - \Omega_{me})}}_{S_{\Lambda_r}^{Rr/Lr}}$$

A vuoto $(\Omega_s - \Omega_{me})=0$:

$$S_{\Lambda_r}^{\Omega_{me}} = \frac{j\Omega_{s,N}}{\frac{R_r}{L_r}} = \frac{j\Omega_{s,N} L_r}{R_r} = j(10 \ldots 50)$$

Sensitività alla misura di velocità della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche

A coppia nominale $(\Omega_{s,N} - \Omega_{me}) = s_N \Omega_{s,N}$:

$$S_{\Lambda_r}^{\Omega_{me}} = \frac{\Omega_{s,N}}{(\Omega_s - \Omega_{me})} \cdot \frac{j(\Omega_s - \Omega_{me})}{\frac{R_r}{L_r} + j\,(\Omega_s - \Omega_{me})} =$$

$$= \frac{\cancel{\Omega_{s,N}}}{s_N \cancel{\Omega_{s,N}}} \cdot \frac{j(\Omega_s - \Omega_{me})}{\frac{R_r}{L_r} + j\,(\Omega_s - \Omega_{me})}$$

10 … 50 …