

Electric Drives  
Laboratory  
DII - UniPD

# Azionamenti Elettrici

Lezioni a.a. 2020-2021

prof. Silverio Bolognani

PARTE IV

# Macchina asincrona (Macchina a induzione)

## Relazioni flusso-corrente

## *Relazioni flusso - corrente*

Ipotesi (già fatte):

- no correnti parassite

⇒ i flussi magnetici sono prodotti dalle soli correnti di fase

- no isteresi magnetica

⇒ il comportamento magnetico non ha memoria, relazioni istantanee fra flussi e correnti

Per esempio  $\lambda_{sa} = \lambda_{sa}(i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}, i_{ra}, i_{rb}, i_{rc})$  (in funzione anche di  $\vartheta_{me}$ )

## Relazioni flusso - corrente

Ipotesi (ulteriori):

- no saturazione del ferro (comportamento magnetico lineare)
  - ⇒ le relazioni flusso-correnti sono lineari
  - ⇒ si può applicare la sovrapposizione degli effetti

Contributo dovuto alle  
correnti di statore

Per esempio  $\lambda_{sa} = \lambda_{ssa}(i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}) + \lambda_{sra}(i_{ra}, i_{rb}, i_{rc})$

ove ciascun addendo sarà, a sua volta, una combinazione lineare degli effetti delle tre correnti di fase.

Questa proprietà vale per qualsiasi flusso si voglia calcolare.

## Relazioni flusso - corrente

Descrizione del termine  $\lambda_{ssa} = \lambda_{ssa}(i_{sa}, i_{sb}, i_{sc})$

$$\lambda_{ssa} = L_{ss}i_{sa} + L_{Mss}i_{sb} + L_{Mss}i_{sc}$$

- Le induttanze sono costanti: circuito magnetico lineare
- Le induttanze sono indipendenti dalla posizione rotorica: rotore isotropo
- Le mutue induttanze fra le fase **a-b** e le fase **a-c** sono identiche: le fase **b** e **c** sono disposte in modo speculare rispetto alla fase **a**
- Le mutue induttanze sono negative.

## Relazioni flusso - corrente

Per un macchina «a tre fili» (neutro isolato)

$$i_{sa} + i_{sb} + i_{sc} = 0 \quad \text{cioè} \quad -i_{sa} = (i_{sb} + i_{sc})$$

Quindi



$$\begin{aligned} \lambda_{ssa} &= L_{SS}i_{sa} + L_{MSS}(i_{sb} + i_{sc}) = (L_{SS} - L_{MSS})i_{sa} = \\ &= (L_{SS} + |L_{MSS}|)i_{sa} = L_S i_{sa} \end{aligned}$$

$L_S$  è l'induttanza (sincrona) statorica (non è l'autoinduttanza della fase ( $L_{SS}$ )).

## Relazioni flusso - corrente

Per l'intero statore trifase e in **forma vettoriale**

$$\lambda_{ssa} = L_s i_{sa}$$

$$\lambda_{ssb} = L_s i_{sb}$$

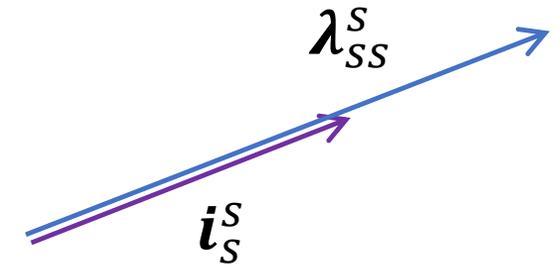
$$\lambda_{ssc} = L_s i_{sc}$$



$$\lambda_{ss}^s = L_s i_s^s$$



$$\lambda_{ss}^x = L_s i_s^x$$



I vettori del flusso e della corrente sono proporzionali: vale in qualsiasi sistema di riferimento

*NB: Con l'introduzione dell'induttanza sincrona pare che ogni fase statorica produca il suo flusso con la sua sola corrente senza accoppiamenti mutui con le altre fasi statoriche.*

## Relazioni flusso - corrente

Descrizione del termine  $\lambda_{sra} = \lambda_{sra}(i_{ra}, i_{rb}, i_{rc})$

$$\lambda_{sra} = l_{Msr}(\vartheta_{me})i_{ra} + l_{Msr}(\vartheta_{me} + 2\pi/3)i_{rb} + l_{Msr}(\vartheta_{me} + 4\pi/3)i_{rc}$$

Induttanza mutua  
fra fase  $a_r$  e fase  $a_s$

Induttanza mutua  
fra fase  $b_r$  e fase  $a_s$

Induttanza mutua  
fra fase  $c_r$  e fase  $a_s$

## Relazioni flusso - corrente

Ipotesi (**ulteriore**): le induttanze mutue variano con legge cosinusoidale

$$\lambda_{sra} = L_{Msr} \cos(\vartheta_{me}) i_{ra} + L_{Msr} \cos(\vartheta_{me} + 2\pi/3) i_{rb} + L_{Msr} \cos(\vartheta_{me} + 4\pi/3) i_{rc}$$

Induttanza mutua  
fra fase  $a_r$  e fase  $a_s$

Induttanza mutua  
fra fase  $b_r$  e fase  $a_s$

Induttanza mutua  
fra fase  $c_r$  e fase  $a_s$

Simili equazioni si possono scrivere per le altre due fasi statoriche, da cui ricavare le espressioni vettoriali.

## Relazioni flusso - corrente

Si ricorda che: *Nel caso di terne bilanciate la componente relativa all'asse  $d^s$  (alfa stazionario) coincide con la grandezza della fase a.*

Per il flusso allora si può scrivere

$$\lambda_{sra} = \lambda_{srd}^s = \frac{3}{2} L_{Msr} \underbrace{\left\{ \frac{2}{3} \left[ \cos(\vartheta_{me}) i_{ra} + \cos\left(\vartheta_{me} + \frac{2\pi}{3}\right) i_{rb} + \cos\left(\vartheta_{me} + \frac{4\pi}{3}\right) i_{rc} \right] \right\}}_{i_{rd}^s}$$

Formula di trasformazione da  $a_r, b_r, c_r$  a  $d^s$  (alfa statorico).

Risulta dalla trasformazione da  $a_r, b_r, c_r$  a  $d^r q^r$  (alfa-beta rotorico) seguita dalla trasformazione da  $d^r q^r$  a  $d^s q^s$  (sfasati di  $\vartheta_{me}$ ).

## Relazioni flusso - corrente

In definitiva si può scrivere

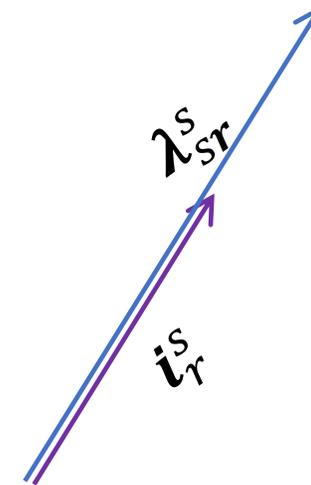
$$\lambda_{srd}^s = \left( \frac{3}{2} L_{Msr} \right) i_{rd}^s = L_M i_{rd}^s$$

con  $L_M = \frac{3}{2} L_{Msr}$ .

Se vale per l'asse d vale anche per l'asse q:  $\lambda_{srq}^s = L_M i_{rq}^s$

e quindi

$$\lambda_{sr}^s = L_M i_r^s \quad \text{e in generale} \quad \lambda_{sr}^x = L_M i_r^x$$



## Relazioni flusso - corrente

Combinando i due contributi

$$\lambda_s^x = \lambda_{ss}^x + \lambda_{sr}^x = L_s i_s^x + L_M i_r^x$$

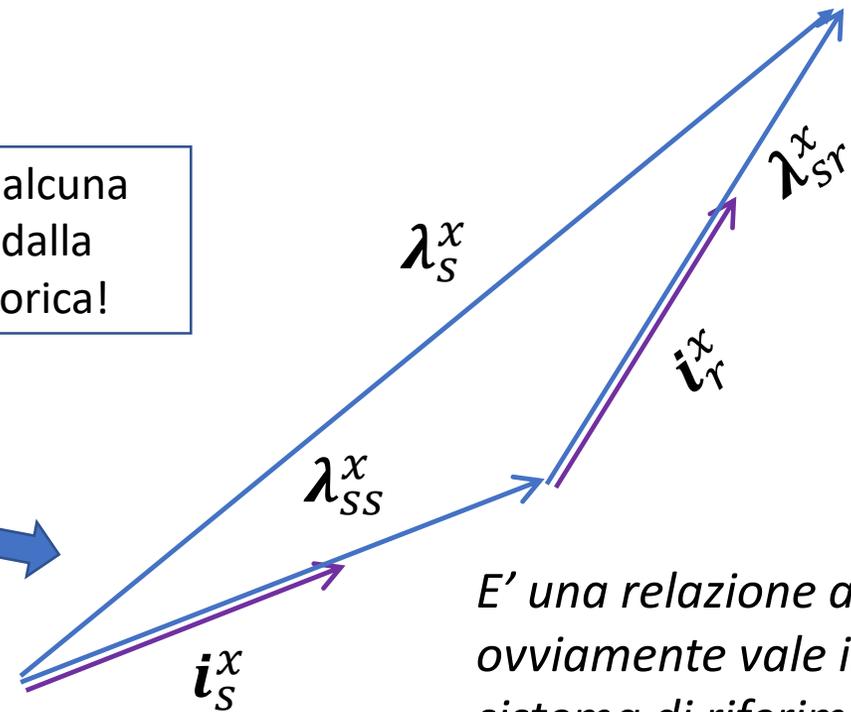
e sarà anche

$$\lambda_r^x = L_M i_s^x + L_r i_r^x$$

Nel complesso valgono i sistemi

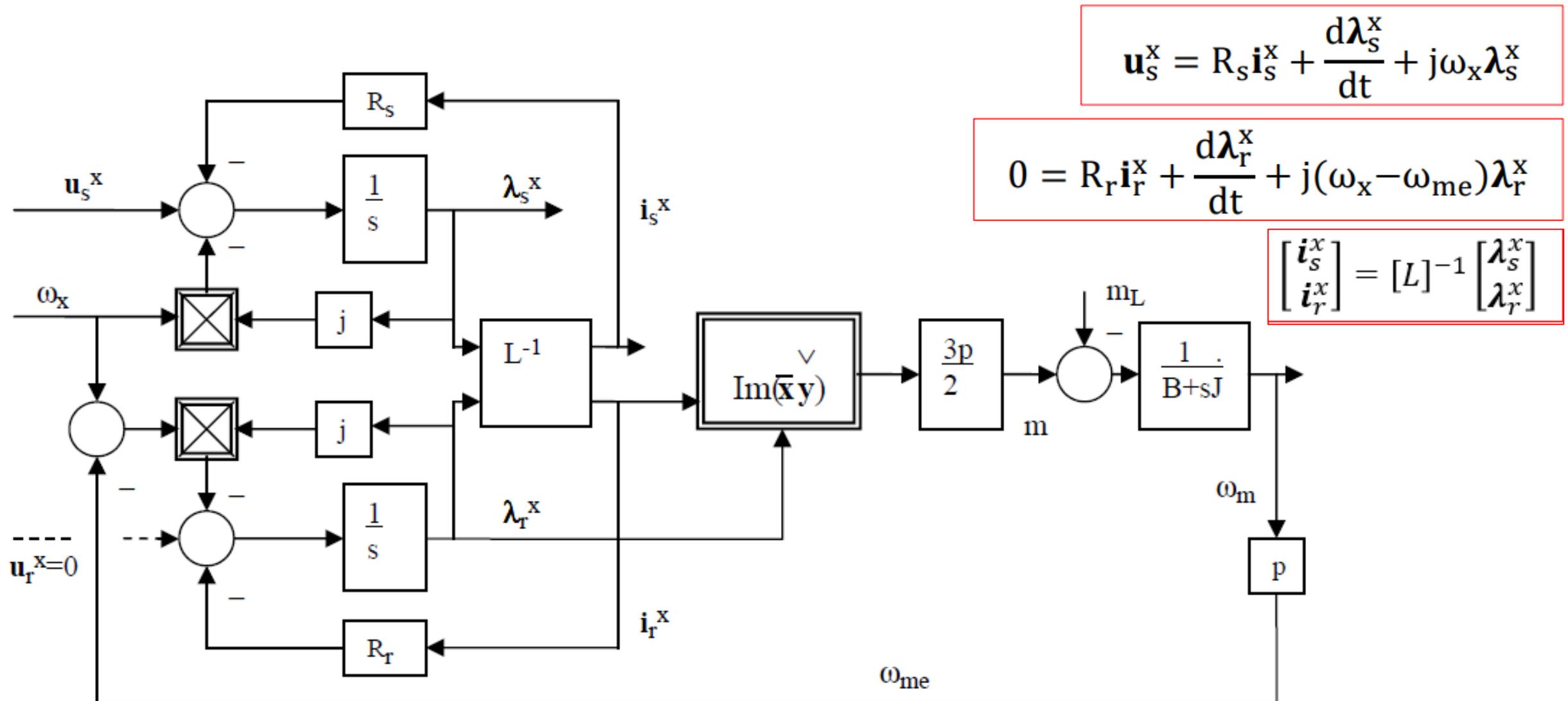
$$\begin{bmatrix} \lambda_s^x \\ \lambda_r^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_M \\ L_M & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s^x \\ i_r^x \end{bmatrix} = [L] \begin{bmatrix} i_s^x \\ i_r^x \end{bmatrix} \quad \text{ed anche} \quad \begin{bmatrix} i_s^x \\ i_r^x \end{bmatrix} = [L]^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_s^x \\ \lambda_r^x \end{bmatrix}$$

Non compare alcuna dipendenza dalla posizione rotorica!

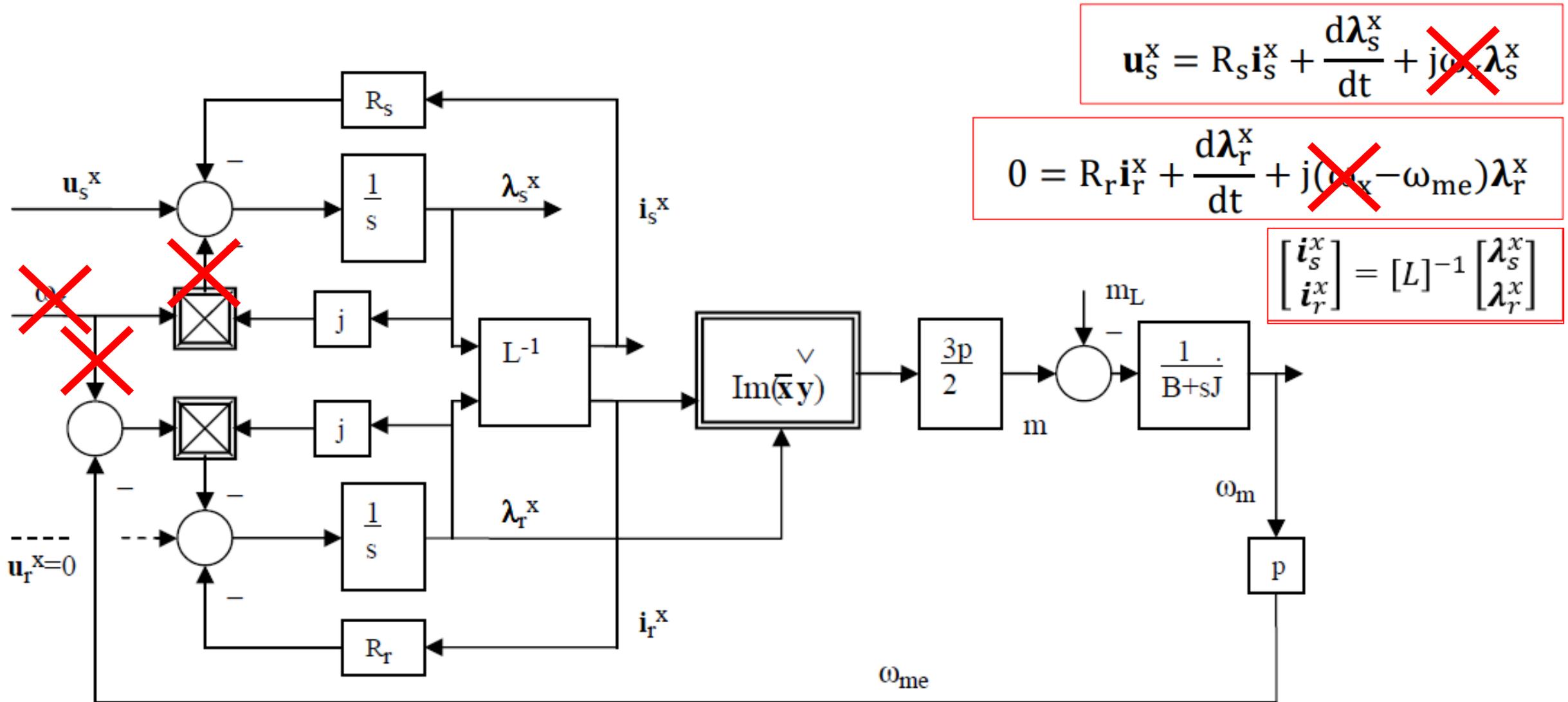


*E' una relazione algebrica che ovviamente vale in qualsiasi sistema di riferimento*

## Schema a blocchi della macchina asincrona (vettoriale in $d^xq^x$ )



# Schema a blocchi della macchina asincrona (vettoriale in $d^s q^s : \omega_x=0$ )



## Schema a blocchi della macchina asincrona (*proprietà*)

- Le variabili sono (quasi tutte) vettoriali. Si tratta di due schemi a blocchi (due piani) uno per l'asse d e uno per l'asse q fra di loro connessi dalle fem mozionali

- Per esempio 
$$u_{sd}^x = R_s i_{sd}^x + \frac{d\lambda_{sd}^x}{dt} - \omega_x \lambda_{sq}^x \quad (\text{asse d})$$
$$u_{sq}^x = R_s i_{sq}^x + \frac{d\lambda_{sq}^x}{dt} + \omega_x \lambda_{sd}^x \quad (\text{asse q})$$

Simile situazione per il rotore.

- Esprimendo i flussi in funzione delle correnti si trovano correnti statoriche e rotoriche di entrambi gli assi d e q in tutte le equazioni.
- Il sistema non è lineare (ci sono blocchi con doppia cornice).

## Altre espressioni della coppia

Si trovato

$$m = \frac{3}{2}p \left[ \lambda_{rq}^x i_{rd}^x - \lambda_{rd}^x i_{rq}^x \right]$$

$$\text{Ma } \lambda_r^x = L_M i_s^x + L_r i_r^x \quad \text{da cui} \quad i_r^x = \frac{1}{L_r} \lambda_r^x - \frac{L_M}{L_r} i_s^x$$

$$m = \frac{3}{2}p \left[ \lambda_{rq}^x \left( \frac{1}{L_r} \lambda_{rd}^x - \frac{L_M}{L_r} i_{sd}^x \right) - \lambda_{rd}^x \left( \frac{1}{L_r} \lambda_{rq}^x - \frac{L_M}{L_r} i_{sq}^x \right) \right] = \frac{3}{2}p \frac{L_M}{L_r} \left[ \lambda_{rd}^x i_{sq}^x - \lambda_{rq}^x i_{sd}^x \right]$$

## Espressioni della coppia (homework: completare)

	$i_s$	$i_r$	$\lambda_s$	$\lambda_r$
$i_s$	XXX			$\frac{3}{2}p \frac{L_M}{L_r} [ \lambda_{rd}^x i_{sq}^x - \lambda_{rq}^x i_{sd}^x ]$
$i_r$		XXX		$\frac{3}{2}p [ \lambda_{rq}^x i_{rd}^x - \lambda_{rd}^x i_{rq}^x ]$
$\lambda_s$			XXX	
$\lambda_r$	$\frac{3}{2}p \frac{L_M}{L_r} [ \lambda_{rd}^x i_{sq}^x - \lambda_{rq}^x i_{sd}^x ]$	$\frac{3}{2}p [ \lambda_{rq}^x i_{rd}^x - \lambda_{rd}^x i_{rq}^x ]$		XXX