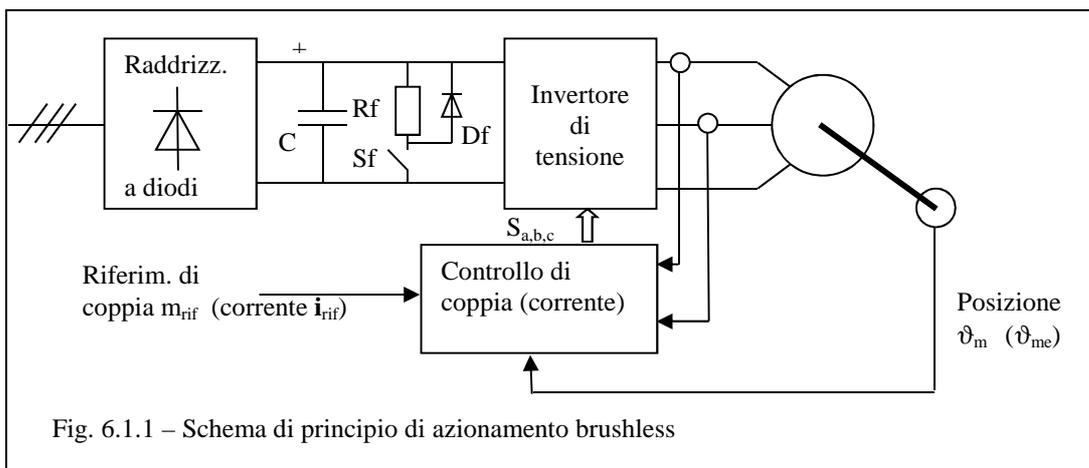


CAPITOLO 6

Azionamenti con motore sincrono a magneti permanenti

6.1 - Struttura dell'azionamento

La struttura di base di un azionamento con motore sincrono a magnete permanente (o brushless sinusoidale) si presenta come in Fig. 6.1.1.



Dalla sorgente di alimentazione, solitamente la rete trifase di distribuzione, si ottiene una tensione continua (U_{dc}) mediante un raddrizzatore a diodi (non controllato). La tensione continua alimenta un invertitore trifase i cui comandi $S_{a,b,c}$ provengono dal controllo di coppia dell'azionamento. Questo controllo è di fatto un controllo vettoriale di corrente, di uno dei tipi illustrati in seguito. Per un corretto ed efficace controllo di coppia è indispensabile misurare, oltre alle correnti di fase, anche la *posizione assoluta di rotore* ϑ_m dalla quale si ricava facilmente la ϑ_{em} . *La necessità della misura della posizione assoluta di rotore caratterizza tutti gli azionamenti con motore sincrono.* Per quanto riguarda la misura delle correnti, solitamente essa viene eseguita solo su due fasi, potendosi ricavare la corrente della terza fase dal principio di Kirchhoff come somma cambiata di segno delle prime due.

Sulla rete in continua fra raddrizzatore e invertitore (bus in continua) sono connessi un condensatore C di livellamento della tensione raddrizzata e il sistema di *dissipazione dell'energia di frenatura*. Quest'ultimo è costituito da una resistenza di frenatura R_f che viene collegata fra i terminali positivo e negativo del bus in continua da un interruttore statico (transistore) S_f ogniqualvolta la tensione continua del bus tende a superare un livello massimo ammissibile. L'interruttore S_f viene poi riaperto quando la tensione ritorna al di sotto di un secondo minore livello predefinito. L'intervento del sistema di frenatura dissipativa si rende necessario quando il motore funziona da freno (funzionamento nel II o IV quadrante del piano velocità-coppia) e la potenza di frenatura viene trasferita, mediante il motore e l'invertitore, dal carico meccanico al bus in continua. Qui essa andrebbe ad accrescere l'energia del condensatore C (e quindi la sua tensione) essendo il ponte a diodi incapace di trasferimenti di energia dalla rete in continua a quella in alternata.

Il riferimento di coppia proviene spesso da un anello di velocità che elabora l'errore di velocità fra un riferimento di velocità e la velocità misurata sul motore o sul carico.

6.1.1 – Invertitore PWM controllato in corrente (Controllo trifase (o vettoriale) di corrente)

I motori in corrente alternata sono sempre più frequentemente usati nella realizzazione di azionamenti ad alte prestazioni, che generalmente richiedono un accurato controllo delle correnti di statore. Tale controllo è di regola a catena chiusa e viene effettuato fornendo gli opportuni comandi (*switching patterns*) agli switch di un inverter di tensione. La struttura risultante viene spesso definita "inverter PWM controllato in corrente" ("Current-Controlled PWM Inverter"), ed è riportata schematicamente in Fig.6.1.2.

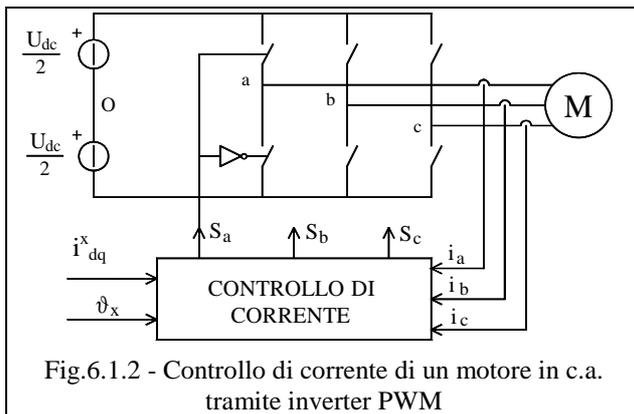


Fig.6.1.2 - Controllo di corrente di un motore in c.a. tramite inverter PWM

Come evidenziato in Fig.6.1.2, all'algoritmo per il controllo di corrente giungono la misura delle tre correnti di fase, il riferimento di corrente e la posizione angolare $\vartheta_x = \vartheta_{dq}$ del sistema di riferimento prescelto per effettuare il controllo, rispetto allo statore. Nel caso dei motori sincroni il sistema di riferimento d-q è solidale con lo statore, cioè $\vartheta_{dq} = 0$ oppure con il rotore e quindi $\vartheta_{dq} = \vartheta_{me}$, e le componenti del vettore spaziale delle correnti statoriche desiderate si ricavano dalle richieste di

coppia e del punto di lavoro desiderato nel piano d-q (vedi cap. sul motore brushless).

Le uscite del controllo di corrente sono i comandi di commutazione agli switch dell'inverter di tensione. Si tratta di segnali logici (0 o 1); come al solito, si intenderà che un segnale di comando $S_j = 1$ ($j = a, b, c$) corrisponda a pilotare la chiusura dello switch alto S_j^+ del ramo j dell'inverter e contemporaneamente ad aprire lo switch basso S_j^- dello stesso ramo; un segnale di comando $S_j = 0$ ha naturalmente effetto opposto.

Il controllo di corrente genera i segnali logici di comando dal confronto dei riferimenti di corrente con i valori attuali delle correnti di fase, questi ultimi riportati al medesimo sistema di riferimento dei riferimenti di corrente tramite la posizione ϑ_x .

Solitamente il centro stella (punto neutro) del motore non è disponibile o comunque non viene collegato al centro dell'alimentazione in continua né ad altro punto. Dunque, la somma delle correnti di fase è forzosamente nulla e pertanto è sufficiente misurare solo due correnti di fase, la terza essendo ottenibile come somma cambiata di segno delle prime due.

Questo è un accorgimento molto usato in pratica, perché consente di risparmiare un sensore di corrente e garantisce che la somma delle tre misure delle correnti di statore i_a , i_b , i_c sia effettivamente sempre nulla. Particolare cura va posta, in sede di taratura, ad eliminare gli offset che affliggono i segnali di misura provenienti dai trasduttori di corrente, che sono quasi sempre sensori ad effetto Hall opportunamente condizionati. Un offset su un trasduttore comporta l'insorgere di un offset di segno opposto sulla corrente non misurata e un calcolo errato del vettore spaziale corrispondente alla terna misurata. Gli effetti di questi errori possono essere anche molto deleteri, specialmente in azionamenti avanzati, come quelli di tipo senza sensori (*sensorless drives*), che per la stima delle grandezze meccaniche non trasdotte si basano principalmente sulle informazioni contenute nella misura delle correnti di fase. È un argomento delicato e tuttora oggetto di ricerca nei laboratori specialistici del settore.

6.1.2 - Classificazione dei controllori di corrente - In base al sistema di riferimento prescelto, i controllori di corrente (come si dice anche: i *controlli di corrente*) si possono definire *stazionari* o *sincroni*.

Controllo di corrente stazionario – Nel caso di controllo di corrente stazionario il sistema di riferimento nel quale il controllo opera è solidale allo statore, dunque fisso ($\vartheta_x=0$ in Fig.6.1.2). Le correnti di fase reali $i_{a,b,c}$ vengono confrontate con un sistema trifase di correnti di riferimento $i^*_{a,b,c}$ per produrre una terna di errori di corrente che costituiranno gli ingressi di opportuni regolatori. In alternativa, le due terne di corrente possono essere espresse in forma di vettore spaziale definito in $\alpha\beta$ ed il controllo può essere effettuato sulle singole componenti reale ed immaginaria del vettore errore.

Controllo di corrente sincrono – Nei *controlli di tipo sincrono*, invece, si assume un sistema di riferimento (d,q) in rotazione rispetto allo statore con velocità angolare $\omega_x = d\vartheta_x/dt$ che nel caso degli azionamenti brushless è la $\omega_{me} = d\vartheta_{me}/dt$, avendo fissato $\vartheta_x = \vartheta_{me}$.

Nei *controlli sincroni* si suppone di disporre delle componenti reale ed immaginaria del riferimento vettoriale di corrente rispetto al sistema rotante sincrono con il rotore; le misure di corrente di fase andranno espresse secondo tale riferimento utilizzando le opportune matrici di trasformazione.

Una *diversa classificazione* dei controllori di corrente può poi essere fatta in base alle modalità con le quali si generano i segnali di comando dell’invertitore. Ad un primo gruppo appartengono i *controllori che prevedono l’uso di un controllo di PWM* al quale forniscono i riferimenti di tensione. Ad un secondo gruppo quelli che invece attuano un *comando diretto degli stati dell’invertitore* definendo istante per istante l’assetto dei sei interruttori di potenza, sulla base di una elaborazione degli errori.

Quanto descritto può essere riassunto, per praticità, tramite la seguente Tab. 6.1.1, ove sono elencate diverse tipologie di regolatori di corrente, alcune delle quali sono descritte nel seguito di questi appunti, discutendone i principali vantaggi e svantaggi e tracciando per ciascuna di esse uno schema di principio.

Tab. 6.1.1 - Classificazione dei controllori di corrente

		Tipo di comando dell’invertitore	
		Comando dell’invertitore mediante generatore PWM	Comando diretto degli stati dell’invertitore
Sistema di riferimento	Stazionario	<ul style="list-style-type: none"> • PID in abc • PID in $\alpha\beta$ • Predittivo in $\alpha\beta$ 	<ul style="list-style-type: none"> • Ad isteresi in abc • Ad isteresi in $\alpha\beta$
	Sincrono	<ul style="list-style-type: none"> • PID in d-q • Predittivo in d-q 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Ad isteresi in d-q (non di interesse)</i>

Nel valutare la complessità globale di ciascuno schema occorre tener conto anche degli eventuali blocchi di trasformazione di coordinate in ingresso che portano i riferimenti di corrente prodotti dagli anelli di regolazione più esterni ad essere espresse secondo il sistema di riferimento che è stato scelto per lo specifico controllo di corrente. In tutti gli schemi si partirà pertanto dal riferimento i_d^* e i_q^* che derivano dai controlli esterni combinati di flusso e coppia.

6.2. - Controllo di corrente stazionario con generatore di PWM

6.2.1 Controllo trifase con regolatori PID - Uno schema di controllo di tipo stazionario, con controllori di corrente aventi uscite che richiedono l'uso di un generatore di PWM ha la struttura riportata in Fig.6.2.1.

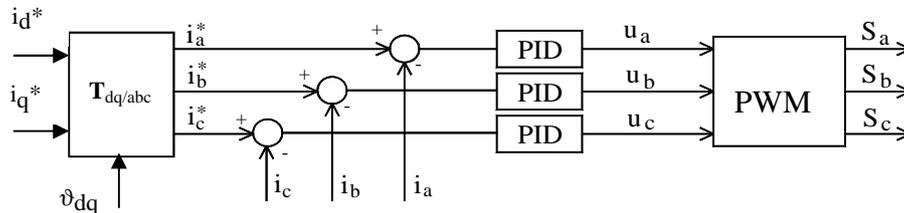


Fig.6.2.1 - Controllo di corrente stazionario, con controllori trifase PID

Si suppone di disporre dei riferimenti di corrente di fase, i_a^* , i_b^* , i_c^* , ricavati dai desiderati valori di corrente diretta e in quadratura da imporre al motore. Essi vengono confrontati direttamente con le correnti misurate, e i tre errori costituiscono gli ingressi ad altrettanti regolatori PID convenzionali. Questi producono i segnali di riferimento delle tensioni elaborando i segnali di errore di corrente con i noti algoritmi che prevedono un'uscita che è una combinazione lineare di una parte proporzionale all'errore ("P"), al suo integrale ("I") e alla sua derivata ("D"). Le uscite vengono poi convertite in segnali logici di comando dal generatore di PWM che potrà adottare differenti algoritmi di modulazione (vedi Cap. sull'invertitore).

Uno svantaggio di questo schema è che anche con i regolatori PID, il controllo mostra in comunque un errore non nullo nel funzionamento a regime con grandezze sinusoidali (essendo il guadagno del regolatore alla frequenza di lavoro è finito). Ciò spiega perché spesso sono impiegati semplici regolatori di tipo proporzionale (P) o proporzionale derivativo (PD); in tal caso le correnti reali seguono i riferimenti con un errore di ampiezza e fase che può essere contenuto nel limite in cui si possono alzare i guadagni dei regolatori stessi.

6.2.2 Controllo in $\alpha\beta$ con regolatori PID - Uno schema alternativo a quello precedente è riportato in Fig.6.2.2.

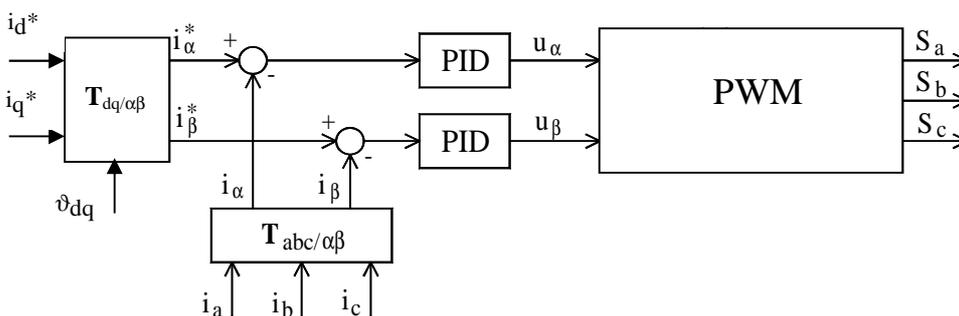


Fig.6.2.2 - Controllo di corrente in $\alpha\beta$ con PID

In questo caso si suppone sia disponibile il vettore spaziale di riferimento della corrente, in un sistema di riferimento stazionario, ricavato dai desiderati valori di corrente diretta e in quadratura da imporre al motore. I segnali di retroazione vengono ricavati tramite una combinazione lineare delle correnti reali di fase. I regolatori PID, come nel caso precedente, operano con grandezze non costanti a regime ed il controllo presenta errore di corrente a regime

non nullo. Le loro uscite costituiscono le componenti reale ed immaginaria del vettore spaziale di tensione di riferimento; rispetto allo schema precedente, si ha un regolatore PID in meno¹.

6.3 - Controllo di corrente stazionario con comando diretto degli stati dell'invertitore

6.3.1 Controllo trifase a isteresi - Uno schema di controllo stazionario con comando diretto degli stati dell'invertitore è mostrato in Fig. 6.3.1.

In questo caso, le uscite dei regolatori sono direttamente i segnali logici di comando agli switch dell'inverter S_a , S_b , S_c . L'uscita in questione dei blocchi a isteresi vale +1 se l'errore di corrente è maggiore di $+\sigma$, -1 se inferiore a $-\sigma$, mentre resta sul suo livello se l'errore è compreso fra $-\sigma$ e $+\sigma$. La soluzione di Fig. 6.3.1 prende il nome di *controllo con isteresi indipendenti* in quanto ciascuno dei segnali logici $S_{a,b,c}$ dipende unicamente dal rispettivo errore.

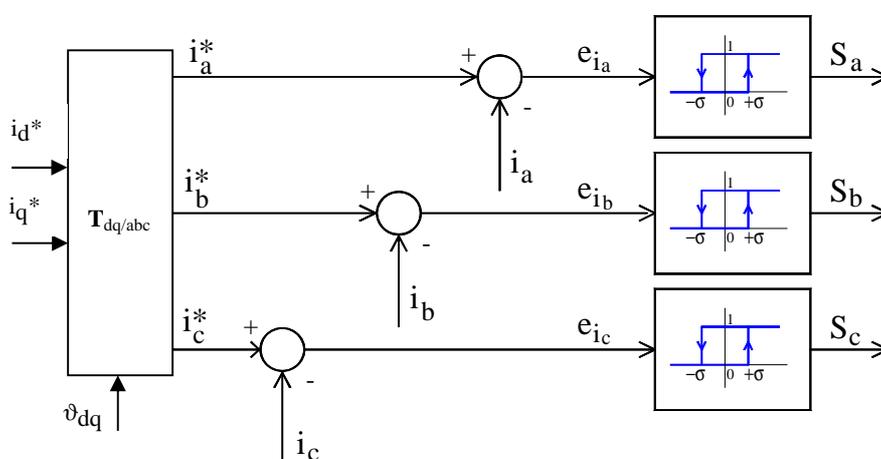


Fig.6.3.1 - Controllo di corrente trifase a isteresi

Uno svantaggio del controllo con isteresi indipendenti è che gli errori di corrente (ripple) possono raggiungere un'ampiezza pari al doppio della banda di isteresi.

Questo fenomeno, in apparente contraddizione con quanto visto finora, può essere spiegato con il fatto che, a seguito della dinamica indipendente dei tre controllori può succedere che in qualche momento tutti e tre richiedano un aumento della rispettiva corrente di fase, pretesa che è impossibile per il vincolo sulle correnti dettato dal principio di Kirchhoff e che il controllo tenta di soddisfare mettendo a 1 tutti e tre i comandi, producendo di fatto il vettore di tensione nullo ai morsetti del motore. Si dimostra che il conflitto si risolve quando uno degli errori di corrente raggiunge un'ampiezza (positiva o negativa) superiore a σ , ma non superiore a 2σ .

Va ancora evidenziato che la frequenza di commutazione è solo mediamente controllabile con la scelta del valore di σ (più alto è σ più bassa è la frequenza media di commutazione). La larga variazione della frequenza di switching (che richiede in pratica una limitazione) intorno al valor medio rappresenta un grosso inconveniente e sono state proposte numerose tecniche per stabilizzarla, ad esempio facendo uso di *regolatori ad isteresi tra loro dipendenti*, in cui le

¹ Anche lo schema di Fig. 6.2.1 si potrebbe realizzare con due soli regolatori PID agenti su due dei tre errori di corrente. La terza tensione di riferimento si può poi calcolare come somma delle altre due cambiata di segno. Ciò corrisponde sostanzialmente a controllare a catena chiusa due delle tre correnti di fase assumendo la terza come corrente comune di ritorno.

uscite logiche proposte vengono passate contemporaneamente agli switch dell'inverter solo in corrispondenza alla variazione di qualcuna di esse. Lo schema di riferimento è riportato in Fig.6.3.2: *I blocchi comparatori valutano il segno dei tre errori di corrente e propongono in base ad essi il vettore di tensione da applicare.* Questo viene però applicato solo quando uno (o più) dei tre errori tende ad uscire dalla prefissata banda di isteresi. La peculiarità dello schema risiede nel fatto che basta il superamento della soglia $\pm\sigma$ da parte di una qualsiasi delle componenti del vettore di errore delle correnti per provocare l'aggiornamento contemporaneo di tutti i comandi S_j . Per questo il controllo viene detto *ad isteresi dipendenti*.

Si prova che ora la corrente viene effettivamente mantenuta sempre entro la banda prefissata, ma a costo di un aumento della frequenza media di switching che, peraltro, appare più regolarizzata, agevolando il dimensionamento del circuito di potenza.

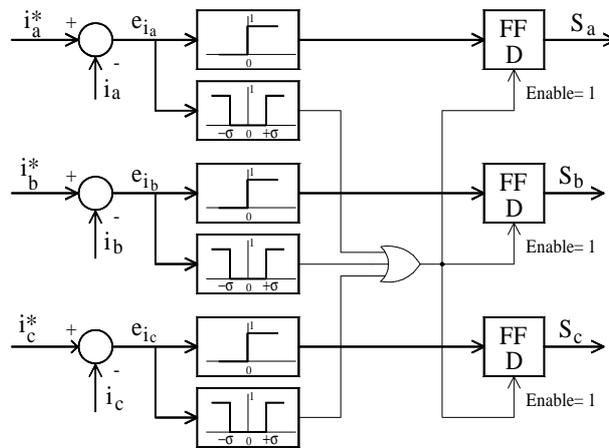


Fig.6.3.2 - Controllo di corrente con isteresi dipendenti

6.4 - Controllo di corrente sincrono con modulatore di PWM

6.4.1 Controllo in d-q con regolatori PID - Un esempio di controllo di corrente di tipo sincrono, impiegante regolatori che richiedono l'uso di generatori di PWM è riportato in Fig.6.4.1.

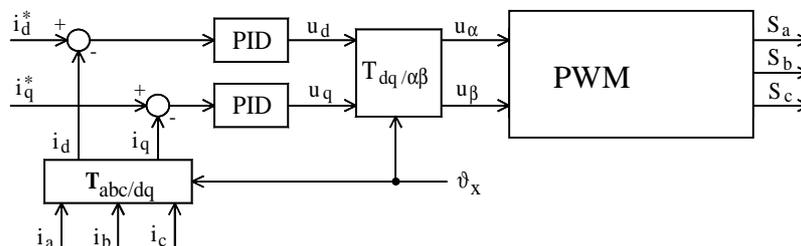


Fig.6.4.1 - Controllo di corrente sincrono, con controllori PID

In questo caso, le uscite dei regolatori sono i riferimenti di tensione diretto ed in quadratura, che vengono successivamente convertiti in segnali logici di controllo dal blocco di conversione $T_{dq/\alpha\beta}$ e successivo blocco di PWM. In ingresso si suppone siano disponibili direttamente i segnali di riferimento espressi nel sistema di riferimento sincrono. Il sistema di riferimento viene scelto sincrono con il rotore (cioè $\vartheta_x = \vartheta_{me}$) in modo che a regime i regolatori PID lavorino

con grandezze continue e dunque presentino, sempre a regime, errore nullo nel caso di presenza dell'azione integrale. Questo è il notevole vantaggio di questo schema di controllo rispetto a quelli che operano nei sistemi stazionari. Lo schema sarà oggetto di dettagliato studio nei paragrafi successivi.

6.4.2 Controllo predittivo in d-q (con stima dei parametri del motore) - Un esempio di controllo di corrente di tipo sincrono, impiegante regolatori predittivi che richiedono l'uso di generatore di PWM è riportato in Fig.6.4.2.

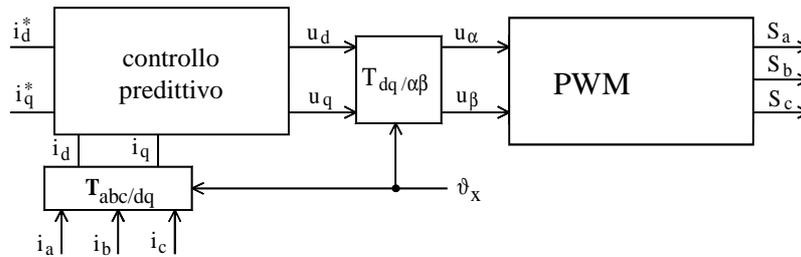


Fig.6.4.2 - Controllo di corrente sincrono, con controllori PID

Anche in questo caso, le uscite del controllo sono i riferimenti di tensione diretto ed in quadratura, che vengono successivamente convertiti in segnali logici di controllo dal blocco di conversione $T_{dq/\alpha\beta}$ e successivo blocco di PWM. In ingresso si suppone siano disponibili direttamente i segnali di riferimento espressi nel sistema di riferimento sincrono.

L'algoritmo di controllo predittivo è pensato in funzione di una sua realizzazione di tipo digitale e quindi a tempo discreto. Nel seguito, si indicherà con kT_c la successione di istanti di campionamento (il tempo di campionamento T_c corrisponde in genere al periodo T_s di switching dell'invertitore) e con il pedice k il valore della generica grandezza all'istante kT_c .

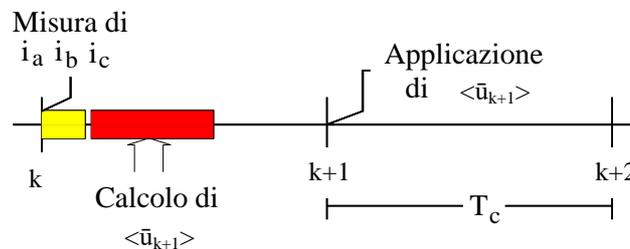


Fig.6.4.3 - Diagramma temporale dell'algoritmo di controllo predittivo

Con riferimento allo schema temporale di Fig. 6.4.3, si supponga di essere nell'intervallo k -esimo fra kT_c e $(k+1)T_c$ mentre al motore è applicata, attraverso l'invertitore, la tensione $\bar{u}_k = \langle \bar{u}_k \rangle$ definita dal controllo nel precedente intervallo. All'istante k sono state acquisite (per l'ultima volta) le tre correnti di fase, oltre alla posizione ϑ_m e alla velocità ω_m poi convertite in ϑ_{me} e ω_{me} . Si assumono pertanto disponibili le grandezze (i campioni) $\bar{i}_{dq,k} = i_{d,k} + j i_{q,k}$, $\omega_{me,k}$ e $\vartheta_{me,k}$.

L'obiettivo dell'algoritmo di controllo è quello di calcolare il valore medio del vettore spaziale di tensione $\langle \bar{u}_{k+1} \rangle$ da applicare nell'intervallo $(k+1)$ -esimo a partire dall'istante $k+1$ in modo che all'istante $k+2$ il vettore spaziale di corrente coincida con il suo riferimento $\bar{i}_{dq,k+2}^*$.

Nel caso ideale di poter acquisire le correnti ed effettuare i calcoli in tempi nulli, sarebbe possibile applicare il nuovo vettore di tensione istantaneamente, nello stesso intervallo che inizia con le misure; nella pratica, il tempo non nullo di elaborazione numerica obbliga ad una scelta di sincronismo come quella evidenziata in Fig.6.4.3; appare subito chiaro che in questo caso il tempo di calcolo richiesto dal controllo di corrente si traduce in un ritardo nel controllo di un passo di campionamento.

Trattandosi di un controllore sincrono ogni sua elaborazione è fatta nel sistema di riferimento rotante (dq) sincrono con il rotore nel quale come noto vale la

$$\bar{u}^r = R\bar{i}^r + L\frac{d\bar{i}^r}{dt} + j\omega_{me}L\bar{i}^r + j\omega_{me}\Lambda_{mg} \quad (6.4.2.1)$$

dove l'apice "r" indica che i vettori spaziali sono espressi secondo il sistema di riferimento rotorico. Per semplicità di scrittura nel seguito di questo paragrafo l'apice "r" sarà omissivo e assunto implicitamente.

Scrivendo la (6.4.2.1) ai valori medi nell'intervallo (k+1)-esimo tra (k+1)T_c e (k+2)T_c si può ricavare la seguente espressione ricorsiva:

$$\langle \bar{u} \rangle_{k+1} = R\langle \bar{i} \rangle_{k+1} + \frac{L}{T_c}(\bar{i}_{k+2} - \bar{i}_{k+1}) + jL\langle \omega_{me} \bar{i} \rangle_{k+1} + j\langle \omega_{me} \rangle_{k+1} \Lambda_{mg} \quad (6.4.2.2)$$

Nella (6.4.2.2) si può porre

$$\bar{i}_{k+2} = \bar{i}_{k+2}^*$$

cioè il valore della corrente desiderata all'istante (k+2) T_c essendo quello in (k+1)T_c non più controllabile perché conseguente alla tensione \bar{u}_k già agente.

Inoltre vale

$$\langle \bar{i} \rangle_{k+1} = \frac{\bar{i}_{k+1} + \bar{i}_{k+2}}{2} = \frac{\bar{i}_{k+1} + \bar{i}_{k+2}^*}{2} \quad (6.4.2.3)$$

$$\langle \omega_{me} \bar{i} \rangle_{k+1} \cong \omega_{me,k+1} \langle \bar{i} \rangle_{k+1}$$

la seconda equazione approssimata essendo giustificata dalla dinamica relativamente lenta della velocità che varia poco all'interno di un intervallo di campionamento per cui nell'intervallo in questione $\omega_{me} \cong \text{costante} = \omega_{me,k+1}$.

La (6.4.2.2) è pertanto valutabile a partire dai valori di \bar{i}_{k+1} e $\omega_{me,k+1}$ per i quali si devono necessariamente impiegare le loro predizioni \tilde{i}_{k+1} e $\tilde{\omega}_{me,k+1}$ essendo l'istante $(k+1)T_c$ appartenente al futuro.

La predizione della corrente si può ottenere riscrivendo la (6.4.2.2) per l'intervallo k-esimo che diventa

$$\langle \bar{u} \rangle_k = R \langle \bar{i} \rangle_k + \frac{L}{T_c} (\tilde{i}_{k+1} - \bar{i}_k) + jL \langle \omega_{me} \bar{i} \rangle_k + j \langle \omega_{me} \rangle_k \Lambda_{mg} \quad (6.4.2.4)$$

che attraverso le (6.4.2.3) riscritte per l'intervallo k-esimo diventa in definitiva

$$\langle \bar{u} \rangle_k = R \frac{\tilde{i}_{k+1} + \bar{i}_k}{2} + \frac{L}{T_c} (\tilde{i}_{k+1} - \bar{i}_k) + jL \omega_{me,k} \frac{\tilde{i}_{k+1} + \bar{i}_k}{2} + j \omega_{me,k} \Lambda_{mg} \quad (6.4.2.5)$$

la cui unica incognita è \tilde{i}_{k+1} essendo tutte le altre grandezze misurate (correnti e velocità) o imposte dal controllo (tensione).

Ci si potrebbe chiedere se al posto della soluzione della (6.4.2.5) non si possa semplicemente usare come stima della corrente all'istante k+1 il suo valore di riferimento \tilde{i}_{k+1}^* precedentemente usato per definire $\langle \bar{u} \rangle_k$ al fine di avere $\tilde{i}_{k+1} = \tilde{i}_{k+1}^*$. Se il controllo di corrente fosse perfettamente funzionante, ed in particolare non ci fosse alcun errore sui parametri, dal punto di vista teorico la sostituzione sarebbe possibile. Osservando la (6.4.2.2) ci si rende conto però che così facendo ci si svincolerebbe quasi completamente dalle correnti misurate e la sequenza delle tensioni deriverebbe dalla sequenza dei riferimenti di corrente, traducendosi in un controllo a catena aperta. Ne consegue che il minimo errore nel modello porterebbe ad errori di corrente che si sommerebbero senza controllo. Con la (6.4.2.5) si vede invece chiaramente che il modello viene usato solo per stimare l'incremento della corrente rispetto all'ultimo valore misurato (e quindi corretto); ne consegue che le imprecisioni hanno peso minore e che, soprattutto, gli effetti non si sommano, dato che ad ogni passo la stima ricomincia dall'ultimo valore misurato all'istante k (controllo a catena chiusa).

Per quanto riguarda la predizione $\tilde{\omega}_{me,k+1}$ della velocità, non avendo a disposizione (e non volendo utilizzare) l'equazione meccanica, si può ricorrere ad una estrapolazione a partire dagli ultimi valori misurati. Assumendo che l'accelerazione fra $(k-1)T_c$ e kT_c si applichi anche nell'intervallo successivo si può scrivere:

$$\tilde{\omega}_{me,k+1} = \omega_{me,k} + \left(\frac{\omega_{me,k} - \omega_{me,k-1}}{T_c} \right) T_c = 2\omega_{me,k} - \omega_{me,k-1} \quad (6.4.2.6)$$

che completa i dati necessari per applicare la (6.4.2.2).

Stima dei parametri del motore - Si riconosce che sia la definizione della tensione in (6.4.2.2) che la predizione mediante la (6.4.2.5) richiedono la conoscenza dei parametri elettrici del motore. L'efficacia e la precisione del controllo dipendono dall'accuratezza nella conoscenza di detti parametri.

Per questo motivo è di interesse, in controlli di questo tipo, il loro abbinamento con algoritmi di *identificazione dei parametri*. Si illustra di seguito la possibilità di identificare l'induttanza L e il flusso Λ_{mg} che, più di R, influenzano i risultati delle espressioni citate.

L'identificazione si ottiene sfruttando ancora l'equazione di bilancio della tensione storica scritta per l'intervallo (k-1)esimo (che appartiene al passato e del quale pertanto sono note le grandezze elettriche misurate al suo inizio e alla sua fine e la tensione applicata) che diventa:

$$\langle \bar{u} \rangle_{k-1} = R \frac{\bar{i}_k + \bar{i}_{k-1}}{2} + \frac{L}{T_c} (\bar{i}_k - \bar{i}_{k-1}) + jL\omega_{me,k-1} \frac{\bar{i}_k + \bar{i}_{k-1}}{2} + j\omega_{me,k-1} \Lambda_{mg} \quad (6.4.2.7)$$

ove tensioni, correnti e velocità sono appunto tutti noti.

Separando la (6.4.2.7) nella parte reale (bilancio delle tensioni di asse d) e immaginaria (bilancio delle tensioni di asse q) si ottiene il sistema:

$$\langle u_d \rangle_{k-1} = R \frac{i_{d,k} + i_{d,k-1}}{2} + \frac{L}{T_c} (i_{d,k} - i_{d,k-1}) - L\omega_{me,k-1} \frac{i_{q,k} + i_{q,k-1}}{2} \quad (6.4.2.8)$$

$$\langle u_q \rangle_{k-1} = R \frac{i_{q,k} + i_{q,k-1}}{2} + \frac{L}{T_c} (i_{q,k} - i_{q,k-1}) + L\omega_{me,k-1} \frac{i_{d,k} + i_{d,k-1}}{2} + \omega_{me,k-1} \Lambda_{mg} \quad (6.4.2.9)$$

che consente di ricavare l'induttanza L dalla prima equazione (assunta nota la resistenza R per esempio pari al suo valore nominale) e quindi Λ_{mg} dalla seconda.

Il controllore predittivo sopra illustrato tende ad annullare l'errore della grandezza controllata ad ogni passo, ed è pertanto assimilabile ad un *dead-beat controller*. La dinamica è particolarmente veloce; la sua struttura è semplice e ben si integra con altri algoritmi digitali di controllo e stima nei moderni azionamenti anche *sensorless*. Tra gli svantaggi si riscontra la necessità di eseguire un controllo accurato e lineare della tensione così da poter impiegare il suo valore di riferimento al posto della misura, non sempre agevole. Un errore sul vettore medio di tensione *effettivamente* applicato al motore porta la corrente a non seguire correttamente il suo riferimento.

In alcuni schemi più avanzati e completi si aggiunge al valore di tensione calcolato tramite la (6.2.3.2) un ulteriore termine, ottenuto applicando un controllore di tipo PI all'errore tra il valore di corrente stimato e quello effettivamente misurato, per minimizzare tutti gli errori e le inadeguatezze del modello prescelto.

6.5 – Schema di controllo di un azionamento con motore isotropo e regolatori PID sincroni

Uno schema a blocchi del controllo di un azionamento di velocità con motore brushless basato su controllori sincroni di corrente (del tipo introdotto nel par. 6.4.1) è dato in Fig. 6.5.1. Per comodità di trattazione, lo schema riporta retroazioni a guadagno unitario e i riferimenti (contrassegnati dall'indice *) sono quindi definiti nella stessa scala delle grandezze che rappresentano.

Il riferimento di velocità ω_m^* viene confrontato con la velocità misurata ed attraverso il regolatore di velocità R_ω (completo di ogni necessario algoritmo di anti wind-up) si produce il riferimento di corrente in quadratura i_q^* che, come noto, è proporzionale alla coppia. Il riferimento di corrente diretta i_d^* è invece mantenuto a zero. La corrente i_d infatti non contribuisce alla coppia del motore e il funzionamento con velocità superiori alla velocità base non è di interesse per i brushless con rotore isotropo. I due riferimenti di corrente sono confrontati con le rispettive misure e gli errori sono elaborati dai regolatori di corrente per produrre i riferimenti di tensione u_d^* e u_q^* (si ignorino per il momento i sommatori posti all'uscita di ciascun regolatore di corrente).

All'atto pratico, i due riferimenti di tensione sono convertiti nei corrispondenti riferimenti

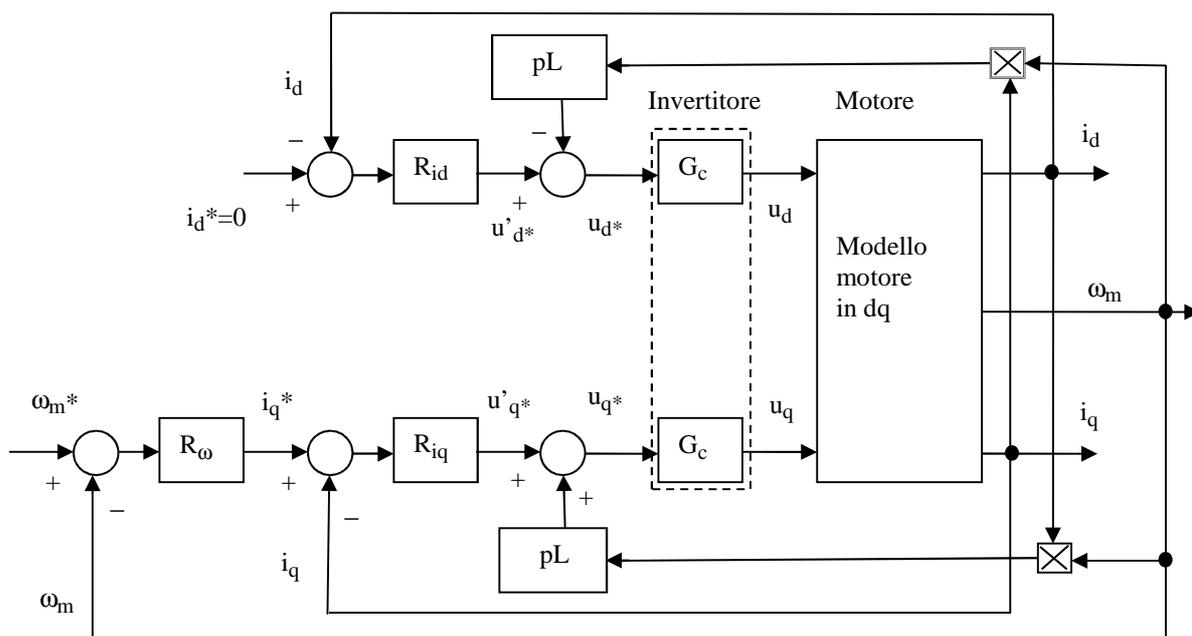


Fig. 6.5.1 – Schema a blocchi del controllo di un azionamento brushless isotropo

u_α^* e u_β^* (a partire dalla conoscenza della posizione ϑ_{me}) i quali, attraverso un controllo a PWM, comandano l'invertitore che alimenta il motore. Allo stesso modo le correnti di fase sono misurate e convertite nelle componenti i_d, i_q , (v. Fig. 6.4.1).

Dal punto di vista del progetto del controllo si può immaginare che i riferimenti di tensione u_d^* e u_q^* producano, con la dinamica che caratterizza l'invertitore, analoghe tensioni u_d e u_q applicate al motore il quale restituisce le conseguenti correnti i_d e i_q . In base a tale assunzione è completato lo schema di Fig. 6.5.1 ove $G_c(s)$ è la fdt dell'invertitore per la quale si pone

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{U^*(s)} = \frac{1}{1+s\tau_c} \quad (6.5.1)$$

con τ_c legato al periodo di modulazione T_s dell'invertitore ($\tau_c = T_s/2$, dell'ordine delle decine o prime centinaia di μs^2), mentre il motore è descritto da un unico blocco che contiene il modello del motore nel sistema di riferimento d-q.

Disaccoppiamento degli assi - Il progetto dei controllori di corrente è reso complicato dal fatto che i due anelli non sono fra loro indipendenti, ma si influenzano reciprocamente a causa dell'accoppiamento incrociato presente fra gli assi d e q del motore a causa dei termini ωL_{i_d} e ωL_{i_q} (cfr. Fig. 5.1.3 del capitolo sul motore brushless). Se la costante di tempo τ_c dell'invertitore è piccola rispetto alle altre costanti di tempo presenti nel sistema (come solitamente accade), si può eliminare il mutuo accoppiamento fra gli assi d e q inserendo all'uscita dei regolatori di corrente un accoppiamento incrociato uguale e contrario a quello intrinseco nel motore (*disaccoppiamento*) come fatto in Fig. 6.5.1. Confrontando e unendo la Fig. 6.5.1 con la 5.1.3 e approssimando con guadagno unitario l'invertitore si riconosce infatti che i due anelli di corrente risultano ora indipendenti e rappresentabili come in Fig. 6.5.2 ove $u'_{d,q}$ indica la tensione applicata allo statore a meno della componente rotazione del mutuo accoppiamento e la coppia di disturbo $m_L(t)$ non è evidenziata.

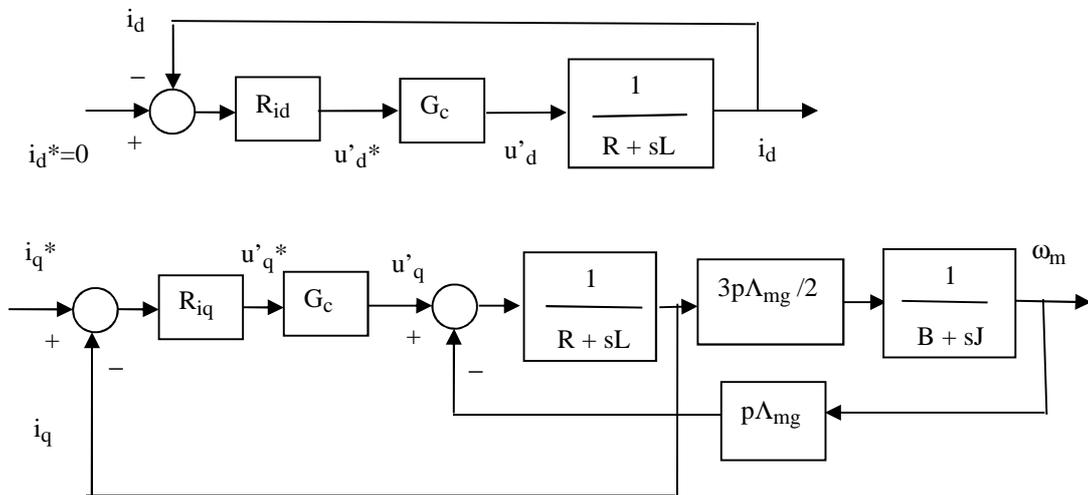


Fig. 6.5.2 – Schema a blocchi dei controlli di corrente diretta e in quadratura dopo disaccoppiamento

Si riconosce che l'anello di asse diretto è molto semplice, mentre quello di asse in quadratura ha una struttura che merita un certo approfondimento, qui di seguito svolto.

² Il citato ritardo $\tau_c = T_s/2$ approssima il solo ritardo dovuto all'invertitore. In un'implementazione digitale del controllo (quindi a tempo discreto) con ciclo di controllo pari proprio a T_s , il risultato dell'elaborazione dell'errore svolta dal controllo in un ciclo di calcolo viene utilizzato nel ciclo successivo e pertanto si introduce nell'anello di controllo un ulteriore ritardo pari a T_c . Un altro ritardo pari a $T_c/2$ potrebbe essere considerato per descrivere la dinamica della misura di corrente che si svolge con campionamento ad ogni T_c . In definitiva, raccogliendo tutto in un unico blocco di ritardo del primo ordine, si ha $\tau_c \approx T_s/2 \div 2T_s$. Anche nel caso del valore maggiore, la costante di tempo τ_c rimane solitamente la più piccola di tutte.

6.6 - Comportamento dinamico di asse q (disaccoppiato) del motore brushless sinusoidale isotropo

Se l'asse q è disaccoppiato dall'asse d, la sua descrizione dinamica è dall'equazioni di bilancio dell'equazione di asse q dopo aver eliminato l'accoppiamento con l'asse d. Tale equazione risulta lineare e si può ricavare un modello matematico e a blocchi nel dominio di Laplace (variabile s) descritti dalla:

$$U'_q(s) = (R + sL)I_q(s) + p\Lambda_{mg} \Omega_m(s) \quad (6.6.1)$$

Indicando con $M_L(s)$ la trasformata di Laplace della coppia di carico $m_L(t)$, il bilancio delle coppie diventa:

$$\frac{3}{2} p\Lambda_{mg} I_q(s) = M(s) = M_L(s) + (B + sJ)\Omega_m(s) \quad (6.6.2)$$

Per caratterizzare il comportamento dinamico dell'asse q del motore brushless, assunto come ingresso (comando) la tensione U'_q , come disturbo la coppia di carico M_L e come uscite la velocità Ω_m e la corrente I_a , si possono ricavare le *funzioni di trasferimento* che legano le uscite di interesse all'ingresso e al disturbo.

Nell'ordine esse risultano:

$$\Gamma_{u\omega}(s) = \frac{\Omega_m(s)}{U'_q(s)} = \frac{\frac{1}{R + sL} \frac{3}{2} p\Lambda_{mg} \frac{1}{B + sJ}}{1 + \frac{1}{R + sL} \frac{3}{2} (p\Lambda_{mg})^2 \frac{1}{B + sJ}} = \frac{1}{p\Lambda_{mg}} \frac{1}{D(s)} \quad (6.6.3)$$

$$Y_q(s) = \frac{I_q(s)}{U'_q(s)} = \frac{\frac{1}{R + sL}}{1 + \frac{1}{R + sL} \frac{3}{2} (p\Lambda_{mg})^2 \frac{1}{B + sJ}} = \frac{1}{\frac{3}{2} (p\Lambda_{mg})^2} \frac{B + sJ}{D(s)} \quad (6.6.4)$$

$$\Gamma_{m\omega}(s) = \frac{\Omega_m(s)}{M_L(s)} = -\frac{\frac{1}{B + sJ}}{1 + \frac{1}{R + sL} \frac{3}{2} (p\Lambda_{mg})^2 \frac{1}{B + sJ}} = -\frac{1}{\frac{3}{2} (p\Lambda_{mg})^2} \frac{R + sL}{D(s)} \quad (6.6.5)$$

$$\Gamma_{mi}(s) = \frac{I_q(s)}{M_L(s)} = \frac{\frac{1}{R + sL} p\Lambda_{mg} \frac{1}{B + sJ}}{1 + \frac{1}{R + sL} \frac{3}{2} (p\Lambda_{mg})^2 \frac{1}{B + sJ}} = \frac{2}{3p\Lambda_{mg}} \frac{1}{D(s)} = \frac{2}{3} \Gamma_{u\omega}(s) \quad (6.6.6)$$

ove si è posto

$$D(s) = \frac{JL_a}{\frac{3}{2}(p\Lambda_{mg})^2} s^2 + \frac{(RJ + LB)}{\frac{3}{2}(p\Lambda_{mg})^2} s + \frac{RB}{\frac{3}{2}(p\Lambda_{mg})^2} + 1 \quad (6.6.7)$$

che può essere riscritto nella forma

$$D(s) = s^2 \tau_e \tau_{m1} + s \tau_{m1} \left(1 + \frac{\tau_e}{\tau_m} \right) + \left(1 + \frac{\tau_{m1}}{\tau_m} \right) = \left(1 + \frac{RB}{\frac{3}{2}(p\Lambda_{mg})^2} \right) \left(1 - \frac{s}{p_1} \right) \left(1 - \frac{s}{p_2} \right) \quad (6.6.8)$$

in cui p_1 e p_2 sono le radici di $D(s) = 0$ (poli delle funzioni di trasferimento (6.6.3)-(6.6.6)) e si è posto

$$\tau_e = L/R \quad (\text{costante di tempo elettrica}) \quad (6.6.9)$$

$$\tau_m = J/B \quad (\text{costante di tempo meccanica}) \quad (6.6.10)$$

$$\tau_{m1} = JR/(3/2(p\Lambda_{mg})^2) \quad (\text{costante di tempo elettromeccanica}) \quad (6.6.11)$$

Di interesse è lo studio delle caratteristiche del denominatore $D(s)$ e delle sue radici (frequenze proprie) in particolare per il loro uso nella $Y_q(s)$ che è coinvolta nel progetto controllo di corrente di asse q .

Per i motori brushless molto spesso nella pratica sono verificate due condizioni, di seguito illustrate, che permettono una scrittura semplificata della (6.6.7) e della (6.6.8).

- a) $\tau_e \ll \tau_m$; la costante di tempo elettrica è solitamente molto minore di quella meccanica, che equivale a dire $LB \ll JR$. Ciò trova dimostrazione dall'osservazione diretta che il transitorio di estinzione di una corrente in un circuito R-L messo in corto circuito (transitorio governato dalla costante di tempo τ_e) è assai più rapido del transitorio di estinzione della velocità di un carico meccanico con parametri B-J in evoluzione libera (transitorio governato dalla costante di tempo τ_m).
- b) $\tau_{m1} \ll \tau_m$; se si sostituiscono le definizioni (6.6.10) e (6.6.11), questa disuguaglianza equivale a supporre $RB \ll 3/2(p\Lambda_{mg})^2$. Indicando infatti con $U_{Rq} = RI_{qN}$ la caduta di tensione sulla resistenza statorica prodotta dalla corrente nominale in quadratura I_{qN} (pari al più alla corrente nominale se quella diretta è nulla), con $M_\omega = B\Omega_{mN}$ la coppia d'attrito viscoso alla velocità nominale e con E_N ed M_N rispettivamente la f.e.m. e la coppia nominali, si può scrivere:

$$RB = \frac{1}{\Omega_{mN} I_{qN}} (R I_{qN}) (B \Omega_{mN}) = \frac{1}{\Omega_{mN} I_{qN}} U_{Rq} M_\omega \quad (6.6.12)$$

ed invece

$$\frac{3}{2}(p\Lambda_{mg})^2 = \frac{1}{\Omega_{mN} I_{qN}} \left(\frac{3}{2} p\Lambda_{mg} \Omega_{mN} \right) (p\Lambda_{mg} I_{qN}) = \frac{1}{\Omega_{qN} I_{qN}} E_N M_N \quad (6.6.13)$$

e dato che $U_{Rq} \ll E_N$ e che $M_\omega \ll M_N$ vale anche $U_{Rq}M_\omega \ll E_N M_N$ e l'approssimazione b) risulta legittimata³.

Si osserva che le condizioni a) e b) sopra esposte equivalgono a porre $B \approx 0$ in $D(s)$ e cioè provano che i poli delle funzioni di trasferimento in esame sono poco influenzati dal valore di B e per il loro calcolo si può considerare il carico meccanico di natura puramente inerziale.

Se dunque si possono ritenere valide le approssimazioni a) e b), la (6.6.8) diventa:

$$D(s) = s^2 \tau_e \tau_{m1} + s \tau_{m1} + 1 = \left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \left(1 - \frac{s}{p_2}\right) \quad (6.6.14)$$

Le radici del *polinomio caratteristico* (6.6.14) in questo caso sono:

$$p_{1,2} = \frac{1}{2\tau_e} \left(-1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\tau_e}{\tau_{m1}}} \right) \quad (6.6.15)$$

Per quanto riguarda τ_{m1} e τ_e , si può verificare in pratica uno qualsiasi dei seguenti tre casi possibili.

Caso 1) Vale $\tau_{m1} = 4\tau_e$ e il discriminante si annulla nella (6.6.15); in tal caso le radici calcolate nella (6.6.15) sono reali e coincidenti e valgono:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2\tau_e} \quad (6.6.16)$$

Caso 2) Valori maggiori del momento di inerzia comportano $\tau_{m1} > 4\tau_e$, e portano dunque a radici reali e distinte, perché il discriminante rimane in tali casi positivo.

Se poi accade che sia perfino $\tau_{m1} \gg 4\tau_e$, allora con buona approssimazione vale:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{\tau_e} \quad \text{e} \quad p_2 = -\frac{2(p\Lambda_{mg})^2}{3JR} = -\frac{1}{\tau_{m1}} \quad (6.6.17)$$

in quanto la radice del discriminante nella (6.6.15) può in tal caso essere approssimata in serie di Mac Laurin troncata al primo ordine⁴.

Caso 3) Se, al contrario, il momento di inerzia è piccolo, tale per cui $\tau_{m1} < 4\tau_e$, le radici sono complesse coniugate e si ha:

$$p_{1,2} = +\frac{1}{2\tau_e} \left(-1 \pm j \sqrt{\frac{4\tau_e}{\tau_{m1}} - 1} \right) \quad (6.6.18)$$

³ Occorre prestare attenzione che in presenza di carichi con rilevanti coefficienti di attrito viscoso (per esempio ventilatori) occorre effettuare una verifica per non incorrere in grossolani errori di approssimazione.

⁴ La serie di Mac Laurin per la generica funzione $f(x)$ si esprime come $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$. In

particolare, $\sqrt{1-x} \approx 1 - x/2$

Negli azionamenti brushless è frequente il manifestarsi delle condizioni del caso 3) appena sopra citato, con radici del denominatore (frequenze libere) complesse e coniugate.

Il progetto dei regolatori di corrente di asse d e di asse q può in definitiva essere condotto con i criteri di seguito descritti.

6.7 – Schema di controllo delle correnti d e q con disaccoppiamento e compensazione della fem.

Ne caso degli azionamenti con motori sincro a magneti permanenti, l'elevata dinamica spesso richiesta al controllo di corrente, suggerisce di operare anche una compensazione della forza elettromotrice che appare nell'asse q. Ciò si ottiene sommando all'uscita del regolatore di corrente i_q un segnale proporzionale alla forza elettromotrice interna al motore come appare in Fig. 6.7.1 ove la reazione della forza elettromotrice è evidenziata dal percorso in tratteggio più interno, mentre la compensazione è rappresentata dal percorso in tratteggio più esterno. In questo modo, trascurando il ritardo introdotto dall'invertitore (blocco G_c) come già fatto per lo studio del disaccoppiamento degli assi, si può ritenere che i due segnali producano effetti che si cancellano a vicenda e possano essere quindi entrambi cancellati dallo schema.

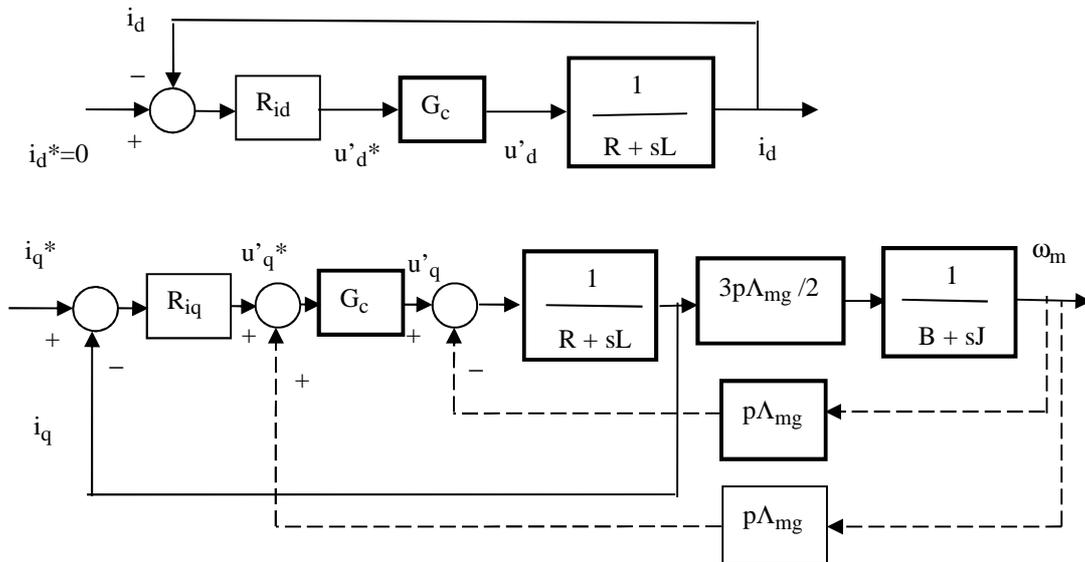


Fig. 6.7.1 – Schema a blocchi dei controlli di corrente diretta e in quadratura dopo disaccoppiamento

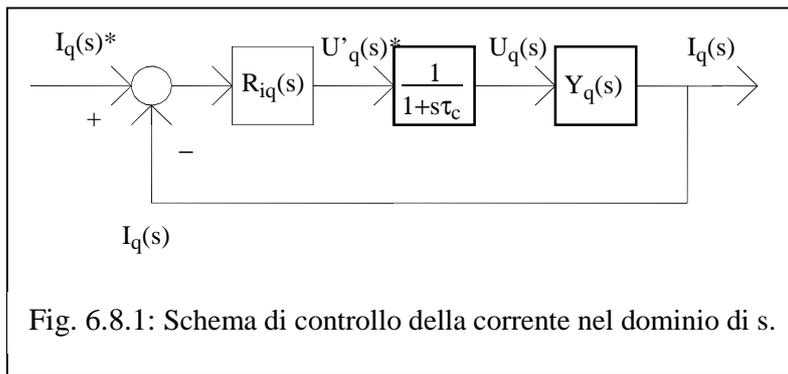
L'anello di asse q risulta pertanto identico a quello di asse d, non si manifestano più i due poli di $Y_q(s)$ che possono essere complessi coniugati e i due regolatori di asse d e asse q possono essere identici (se identiche sono le specifiche da soddisfare). Inoltre la dinamica delle correnti è ora indipendente dai parametri del carico meccanico.

6.8. – Progetto dei regolatori PID con il solo disaccoppiamento degli assi d e q. – Il progetto in questione si può condurre con analoga procedura per l'asse d e per l'asse q. Essendo più articolata la dinamica dell'asse q, di seguito si farà riferimento a quest'ultimo. I risultati sono facilmente riportabili al controllo della corrente diretta.

Le assunzioni che hanno portato allo schema di controllo della corrente di Fig. 6.5.2 (assenza di saturazione magnetica nel ferro, comportamento lineare del convertitore ecc.) hanno permesso

di ottenere un sistema lineare che può essere agevolmente trattato con i classici e più comuni metodi di analisi e di progetto dei sistemi automatici. In linea con tale impostazione per il regolatore R_{iq} si potrà impiegare una delle più comuni forme di *reti correttrici* rappresentata dai regolatori PID

$$R_{iq}(s) = K_{Piq} + \frac{K_{Iiq}}{s} + sK_{Diq} \quad (6.8.1)$$



dei quali si dovranno progettare i diversi guadagni proporzionale K_{Piq} , integrale K_{Iiq} , derivativo K_{Diq} (o alcune costanti di tempo se scritto in altra forma come in seguito mostrato).
 intervengono, l'anello di controllo della corrente può essere esaminato nel dominio di s (dominio di

Laplace) facendo riferimento alla Fig. 6.8.1.

Nel corso di queste note si farà uso della tecnica di progetto dei regolatori basata sui diagrammi di Bode (risposta in frequenza). Ogni altra tecnica di progetto del controllo (luogo delle radici, diagrammi di Nyquist, ecc) sarebbe comunque ugualmente applicabile.

La tecnica di progetto basata sui diagrammi di Bode richiede, come noto, lo studio del comportamento in frequenza della fdt ad anello aperto GH , ove G è la fdt della catena diretta ed H quella della catena di reazione (H è unitaria in Fig. 6.8.1). Il soddisfacimento delle specifiche è ottenuto facendo assumere alla risposta in frequenza di GH peculiari caratteristiche.

Il progetto prende avvio studiando dapprima, analiticamente e/o graficamente, la risposta in frequenza della fdt GH_R che è la fdt ad anello aperto ad esclusione del regolatore R_{iq} che è ancora da definire. In base alla Fig. 6.8.1 si ottiene

$$GH_R(s) = \frac{1}{1+s\tau_c} Y_q(s) \quad (6.8.2)$$

che, tenendo conto dell'espressione di $Y_q(s)$, diventa

$$GH_R(s) = \frac{1}{1+s\tau_c} \frac{B+sJ}{\frac{3}{2}(p\Lambda_{mg})^2 \left(1-\frac{s}{p_1}\right)\left(1-\frac{s}{p_2}\right)} \quad (6.8.3)$$

Assumendo la condizione non così frequente, ma comunque comoda per una semplice trattazione, nella quale $\tau_e \ll \tau_{m1}$ per cui $p_1 = -1/\tau_e$ e $p_2 = -1/\tau_{m1}$, la (6.8.3) può essere riscritta e riordinata nella forma seguente

$$GH_R(s) = \frac{B}{\frac{3}{2}(p\Lambda_{mg})^2} \frac{(1+s\tau_m)}{(1+s\tau_c)(1+s\tau_e)(1+s\tau_{m1})} \quad (6.8.4)$$

Lo studio in frequenza della $GH_R(s)$ si ottiene esaminando modulo e fase della funzione complessa $GH_R(jv)$ nella variabile di studio v che si ricava dalla (6.8.4) con la sostituzione $s=jv$. I diagrammi approssimati (asintotici e costanti a tratti) che ne risultano dell'ampiezza (in dB) e della fase (in rad) sono quelli di Fig. 6.8.2. avendo assunto ragionevolmente che $\tau_c < \tau_e$. Nella stessa figura è rappresentata qualitativamente anche la reale risposta in frequenza della fase (curva a tratteggio).

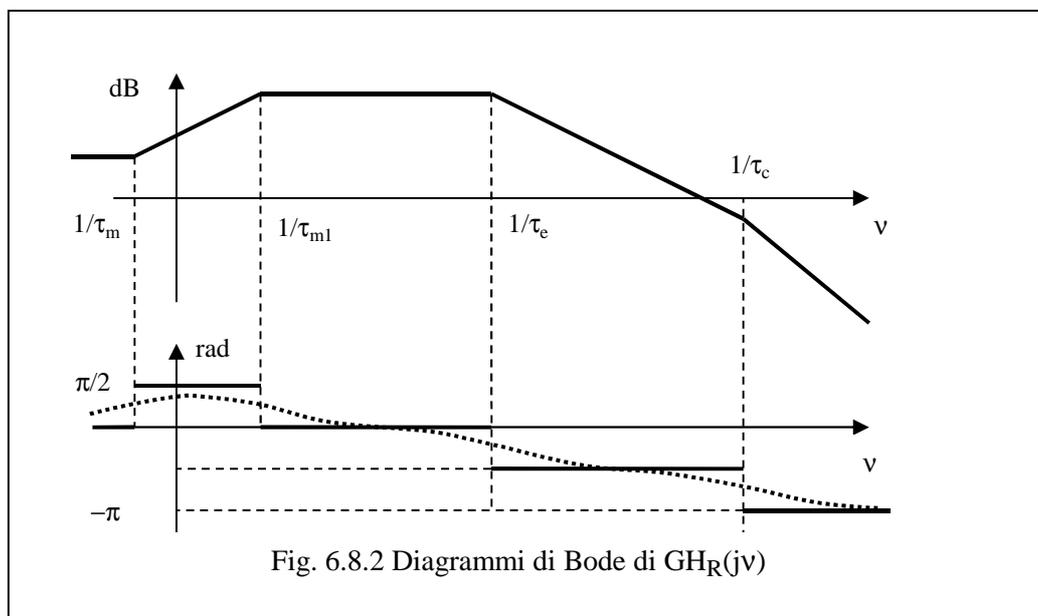


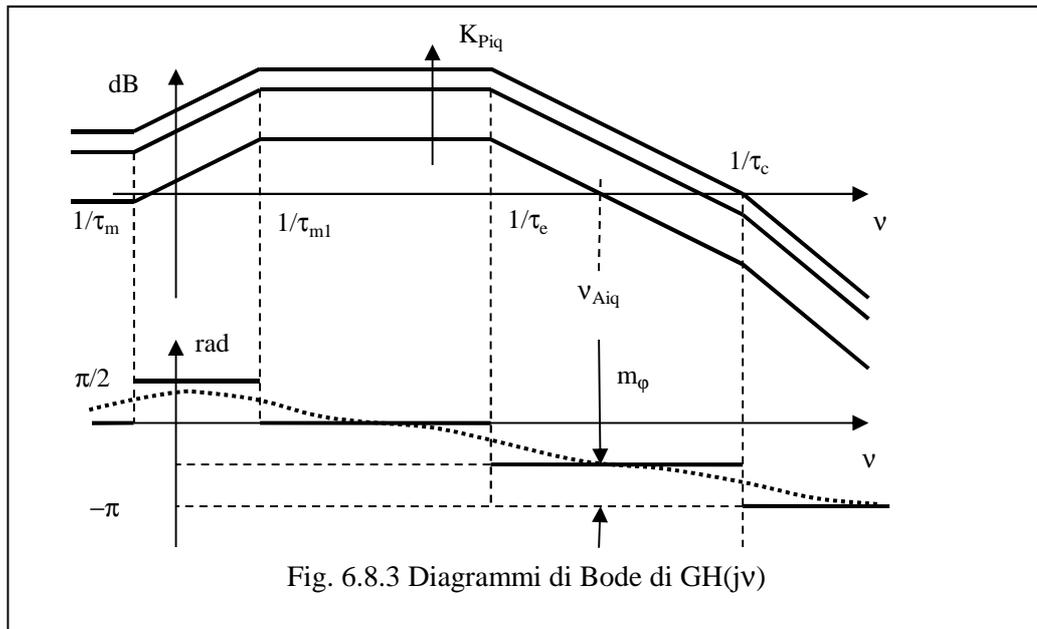
Fig. 6.8.2 Diagrammi di Bode di $GH_R(jv)$

Si possono quindi esaminare le differenti prestazioni che si ottengono con differenti regolatori di corrente.

6.8.1 – Regolatore di corrente di tipo P. – Il regolatore di corrente di tipo P è definito dalla relazione

$$R_{iq}(s) = K_{Piq} \quad (6.8.5)$$

La funzione di trasferimento ad anello aperto $GH(s)$ si ottiene pertanto moltiplicando semplicemente $GH_R(s)$ per K_{Piq} senza che ne venga modificata la mappa dei poli e degli zeri e, conseguentemente, il diagramma della fase. Il solo effetto è una traslazione verticale verso l'alto ($K_{Piq} > 1$) o verso il basso ($K_{Piq} < 1$) del diagramma del modulo di Fig. 6.8.2, come rappresentato in Fig. 6.8.3. Ciò fa variare la frequenza (angolare) di attraversamento v_{Aiq} , che corrisponde approssimativamente alla banda passante $2\pi f_{BWiq}$ del controllo di corrente. Con v_{Aiq} si modifica anche il margine di fase $m_{\phi i}$; si riconosce che per avere un margine di fase di almeno circa $\pi/4$ rad (cioè 45° , che è il limite pratico inferiore in applicazioni di questo tipo) la frequenza di attraversamento v_{Aiq} non può superare $1/\tau_c$ e ciò comporta un limite superiore per il valore di K_{Piq} che si può imporre e per la banda passante f_{BWiq} che si può ottenere.


 Fig. 6.8.3 Diagrammi di Bode di $GH(jv)$

Per esempio usando un convertitore con τ_c pari a $100 \mu s$ si può stimare una banda passante massima pari a $1/0.0001 = 10000 \text{ rad/s}$ corrispondenti a circa 1600 Hz . In pratica per avere un margine di fase più abbondante anche in presenza di altri poli che si sono trascurati nella semplice trattazione riportata, la banda passante massima sarà approssimativamente pari alla metà di quella sopra valutata cioè di 800 Hz .

A partire dalla (6.8.4) e aiutandosi con la Fig. 6.8.3, il valore di K_{Piq} può essere ottenuto analiticamente imponendo che alla desiderata frequenza di attraversamento v_{Aiq} l'ampiezza della $GH(jv)$ sia unitaria (corrispondente al valore nullo in dB). Ne risulta:

$$1 = K_{Piq} \frac{B}{\frac{3}{2} (p\Lambda_{mg})^2 \sqrt{(1+(v_{Aiq}\tau_c)^2)} \sqrt{(1+(v_{Aiq}\tau_e)^2)} \sqrt{(1+(v_{Aiq}\tau_{ml})^2)}} \sqrt{(1+(v_{Aiq}\tau_m)^2)} \quad (6.8.6)$$

da cui si ricava il valore del guadagno proporzionale K_{Piq} che, approssimando ogni binomio sotto radice con l'addendo maggiore dei due, assumendo v_{Aiq} compresa fra $1/\tau_e$ e $1/\tau_c$ risulta dalla (6.8.6):

$$K_{Piq} \approx v_{Aiq} L \quad (6.8.6a)$$

espressione che vale anche per il regolatore R_{id} dell'anello di controllo della corrente di asse d.

Si può quindi verificare il margine di fase m_ϕ dalla fase della $GH(jv)$ in corrispondenza alla frequenza angolare v_{Aiq} , con la:

$$m_\phi = \arg[GH(jv_{Aiq})] - (-\pi) = \arg[GH(jv_{Aiq})] + \pi \quad (6.8.7)$$

ovvero

$$m_\phi = a \tan(v_{Aiq}\tau_m) - a \tan(v_{Aiq}\tau_c) - a \tan(v_{Aiq}\tau_e) - a \tan(v_{Aiq}\tau_{ml}) + \pi \quad (6.8.8)$$

Si nota che il margine di fase non dipende da K_{Piq} , come già affermato, ma solo dalla frequenza angolare di attraversamento v_{Aiq} .

E' interessante esaminare il comportamento del controllo di corrente di armatura con regolatore P, in termini di errore a regime ε_{iq} all'ingresso costante. Come noto l'errore a regime $\varepsilon_{iq} = I_q^* - I_q$ ad un ingresso costante può essere espresso in valore relativo rispetto al riferimento dalla

$$\frac{I_q^* - I_q}{I_q^*} = \frac{1}{1 + G(0)} \quad (6.8.9)$$

Come si evince dal grafico di Fig. 6.8.2 il valore di $G(0)$ è finito e pertanto l'errore è sempre non nullo e tanto più grande quanto più piccolo è $G(0)$. Aumentando K_{Piq} si ottiene una riduzione dell'errore a regime, ma ciò non può essere forzato a piacere per il limite superiore che affligge K_{Piq} per le esigenze di stabilità prima discusse.

In particolare se il carico meccanico è puramente inerziale ($B=0$) si trova che $G(0)=0$ e la (6.8.9) porge sempre un valore unitario ossia a regime $I_q=0$ in risposta a qualsiasi I_q^* ⁵.

Questo comportamento si può spiegare in questo modo. Se il carico è puramente inerziale e $m_L=0$, come sopra assunto, l'unica soluzione a regime (cioè con grandezze costanti nel tempo) possibile è con $\omega_m = \text{cost}$ e quindi con coppia e corrente di asse q nulle. Il riferimento di corrente diventa tutto errore di corrente che moltiplicato per K_{Piq} si trasforma in riferimento di tensione in quadratura (in definitiva in tensione statorica, essendo nulla quella diretta in queste condizioni). Al variare del riferimento di corrente si ha perciò a regime una variazione della tensione applicata al motore e pertanto una diversa velocità di marcia.

Esercizio: Esaminare l'errore di corrente di armatura a regime $\varepsilon_{iq}(\infty)$ con regolatore di corrente di tipo P e con carico inerziale caratterizzato da $B=0$, ma $m_L = M_L = \text{cost} \neq 0$.

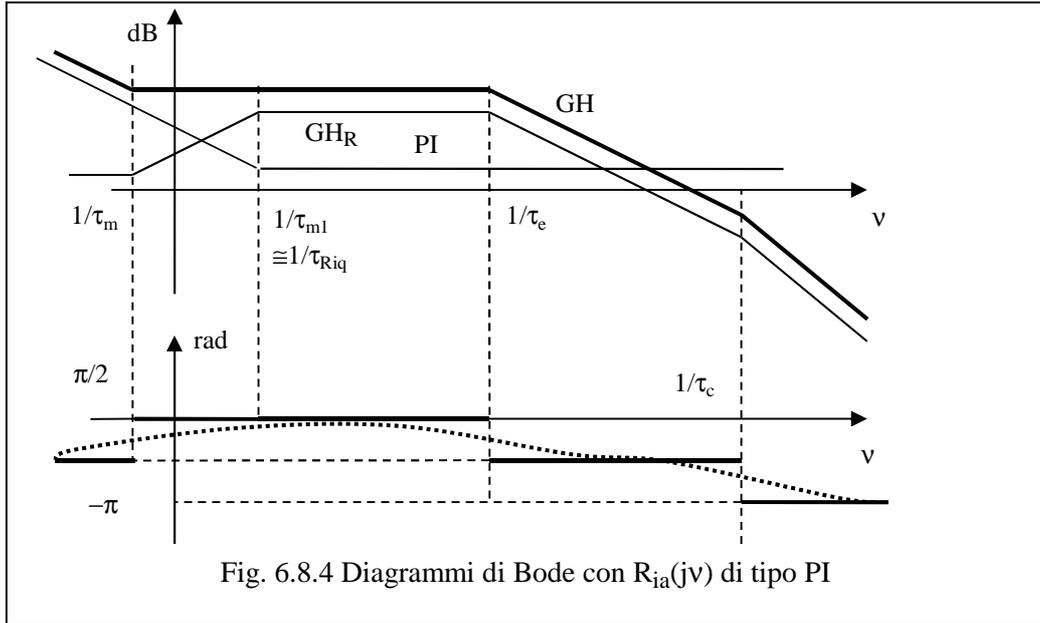
6.8.2 – Regolatore di corrente di tipo PI. – Il regolatore di corrente di tipo PI è definito dalla relazione

$$R_{iq}(s) = K_{Piq} + \frac{K_{Iiq}}{s} = K_{Piq} \frac{1 + s\tau_{Riq}}{s\tau_{Riq}} = K_{Iiq} \frac{1 + s\tau_{Riq}}{s} \quad (6.8.10)$$

ove $\tau_{Riq} = K_{Piq} / K_{Iiq}$.

La funzione di trasferimento ad anello aperto $GH(s)$ si ottiene ancora moltiplicando $GH_R(s)$ per $R_{iq}(s)$ data dalla (6.8.10). In termini di risposta in frequenza ciò corrisponde a sommare le ampiezze (in dB) e le fasi della $GH_R(j\omega)$ e della $R_{iq}(j\omega)$ come illustrato in Fig. 6.8.4.

⁵ Si noti che la trattazione si riferisce alla risposta all'ingresso I_q^* . L'altro ingresso (disturbo) m_L è assunto nullo. Una corrente I_q diversa da zero si potrebbe avere in presenza di coppia di disturbo diversa da zero, ma ciò non incide sui risultati cui si sta pervenendo.


 Fig. 6.8.4 Diagrammi di Bode con $R_{ia}(j\nu)$ di tipo PI

Solitamente (ma non obbligatoriamente) la costante di tempo τ_{Riq} del regolatore di corrente viene posta all'incirca pari alla costante di tempo elettromeccanica τ_{m1} ⁶ come nella Fig. 6.8.4 così da avere una cancellazione polo-zero nella catena diretta.

Si osserva che i comportamenti alle alte frequenze, cioè al di sopra di $\nu=1/\tau_{Riq}$ dei diagrammi di Bode di Fig. 6.8.3 (regolatore di tipo P) e di quello di Fig. 6.8.4 (regolatore di tipo PI) non differiscono. Ciò è conseguenza del fatto che alle alte frequenze il regolatore PI si comporta come un semplice regolatore P, avendo la parte proporzionale un effetto dominante sulla quella integrale. Di conseguenza dal punto di vista dei margini di stabilità e della banda passante le due soluzioni sono equivalenti e permangono gli stessi limiti di banda passante e di guadagno proporzionale dedotti della discussione del regolatore di tipo P: *per avere un margine di fase di almeno $\pi/4$ rad la frequenza di attraversamento ν_{Aiq} non può superare $1/\tau_c$ e ciò comporta un limite superiore per il valore che si può imporre a K_{Piq} e per la banda passante f_{BWiq} che si può ottenere.* Con buona approssimazione il guadagno proporzionale si può ancora stimare con la (6.8.6a) oppure, più precisamente dalla:

$$1 = K_{Piq} \frac{B}{\frac{3}{2} (p\Lambda_{mg})^2 \nu_{Aiq} \tau_{Riq} \sqrt{(1 + (\nu_{Aiq} \tau_c)^2)} \sqrt{(1 + (\nu_{Aiq} \tau_e)^2)} \sqrt{(1 + (\nu_{Aiq} \tau_{m1})^2)}} \frac{\sqrt{(1 + (\nu_{Aiq} \tau_m)^2)} \sqrt{(1 + (\nu_{Aiq} \tau_{Riq})^2)}}{\sqrt{(1 + (\nu_{Aiq} \tau_c)^2)} \sqrt{(1 + (\nu_{Aiq} \tau_e)^2)} \sqrt{(1 + (\nu_{Aiq} \tau_{m1})^2)}} \quad (6.8.11)$$

una volta definiti i valori di ν_{Aiq} e di τ_{Riq} . Da questi dipende il margine di fase che è sempre espresso dalla (6.8.7). Nel caso in esame di regolatore di corrente di tipo PI questa diventa:

$$m_\varphi = a \tan(\nu_{Aiq} \tau_{Riq}) - \frac{\pi}{2} + a \tan(\nu_{Aiq} \tau_m) - a \tan(\nu_{Aiq} \tau_c) - a \tan(\nu_{Aiq} \tau_e) - a \tan(\nu_{Aiq} \tau_{m1}) + \pi \quad (6.8.12)$$

nella quale i primi due addendi a secondo membro sono i contributi del regolatore.

⁶ Qui fatto in modo rigoroso per semplicità di trattazione.

La (6.8.12) può essere utilizzata per progettare τ_{Riq} fissato il margine di fase. Naturalmente per quest'ultimo si devono imporre valori fisicamente ottenibili secondo le indicazioni della Fig. 6.8.4; imponendo un valore attorno a $\pi/2$ si ritrova la soluzione $\tau_{Riq} \cong \tau_{m1}$. Infine, una volta calcolati τ_{Riq} e K_{Piq} , si ottiene facilmente K_{Iiq} dalla $K_{Iiq} = K_{Piq} / \tau_{Riq}$.

Il comportamento alle basse frequenze della fdt a catena aperta con regolatore PI e, in particolare, quello a frequenza nulla, è invece significativamente diverso da quello che si ottiene con regolatore P e merita di essere approfondito.

Si riconosce innanzitutto che se $B \neq 0$ la $G(s)$ (come la $GH(s)$) tende all'infinito per s che tende a zero. Di conseguenza per la (6.8.9), sempre applicabile, l'errore di corrente a regime è nullo. Ciò pare ovvio avendo ottenuto, con l'introduzione dell'azione integrale nel regolatore, un sistema di controllo di tipo 1.

Tuttavia se $B=0$, la $Y_q(s)$ contiene uno zero nell'origine al numeratore che cancella il polo nell'origine a denominatore della $R_{iq}(s)$ e l'errore di corrente nullo a regime non è più garantito, a meno che il riferimento di corrente non sia zero (con la coppia di disturbo: sistema a riposo).

Questo risultato sembra paradossale, ma si può spiegare nel seguente modo. Si immagini, come ipotesi di lavoro da confermare, che il riferimento di corrente e l'errore di corrente siano costanti. Allora costante è anche il segnale di reazione della corrente e pertanto anche la corrente di asse q e, conseguentemente, la coppia. Con coppia costante la velocità è linearmente crescente (ipotesi di carico solo inerziale) e quindi anche la fem e la tensione del motore. Ciò è congruente con l'errore di corrente costante che produce, attraverso l'azione integrale del regolatore, un riferimento di tensione al convertitore linearmente crescente assieme alla tensione (che è anche la tensione di asse q) di uscita dello stesso convertitore. Eventuali limiti (fisici o imposti dal controllo) nella tensione di uscita del convertitore o nel suo riferimento impediscono che la crescita lineare di queste grandezze avvenga indefinitamente, lasciando comunque un errore non nullo di corrente.

6.8.3 – Regolatore di corrente di tipo PID. – Il regolatore di corrente di tipo PID è definito dalla relazione

$$R_{iq}(s) = K_{Piq} + \frac{K_{Iiq}}{s} + sK_{Diq} = \frac{sK_{Piq} + K_{Iiq} + s^2K_{Diq}}{s} = K_{Iiq} \frac{(1 + s\tau_{Riq})(1 + s\tau_{Diq})}{s} \quad (6.8.13)$$

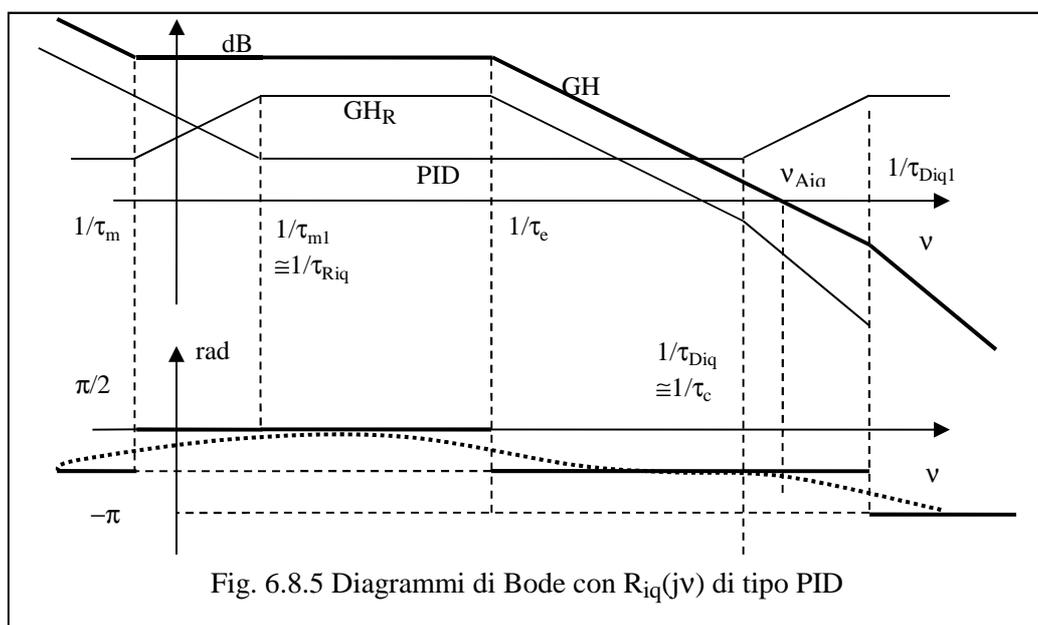
ove $-1/\tau_{Riq}$ e $-1/\tau_{Diq}$ sono le radici (supposte reali) del polinomio a numeratore che compare nella seconda formulazione in (6.8.13). Dalla ultima scrittura in (6.8.13) si evince che il regolatore PID è assimilabile ad un regolatore PI seguito da un fattore proporzionale-derivativo. Quest'ultimo presenta una risposta in frequenza con ampiezza crescente con la frequenza stessa al di sopra del punto di spezzamento $1/\tau_{Diq}$. Tale comportamento si ripercuote anche sul regolatore PID e non è in pratica accettabile per l'esaltazione dei rumori ad alta frequenza sempre presenti sui vari segnali di controllo di un azionamento (come di ogni altro sistema). All'atto pratico il regolatore PID della (6.8.13) viene quindi sostituito da quello definito dall'espressione

$$R_{iq}(s) = K_{Iiq} \frac{1 + s\tau_{Riq}}{s} \cdot \frac{1 + s\tau_{Diq}}{1 + s\tau_{Diq1}} \quad (6.8.14)$$

con $\tau_{Riq} > \tau_{Diq} > \tau_{Diq1}$. Esso è interpretabile come un PI seguito da una rete anticipatrice la cui risposta in frequenza al crescere della frequenza rimane limitata (v. Fig. 6.8.5).

Si riconosce che il comportamento del regolatore PID alla basse frequenze è identico a quello del regolatore PI e pertanto quanto detto in merito nel paragrafo precedente rimane valido.

Si modifica invece il comportamento alle alte frequenze. Il controllore di corrente PID rappresentato in Fig. 6.8.5 è stato progettato con gli stessi criteri già visti per la soluzione PI per quanto riguarda la scelta della costante di tempo τ_{Riq} mentre la costante di tempo τ_{Diq} è stata scelta coincidente con quella che rappresenta il ritardo del convertitore di potenza così da avere una cancellazione polo-zero nella catena diretta dell'anello di controllo e lo spostamento del punto di spezzamento della $GH(jv)$ che prima era in $1/\tau_c$ al valore più elevato pari a $1/\tau_{Diq1}$. Si ottiene così il vantaggio di poter alzare la frequenza di attraversamento (ovvero la banda passante) fino ed oltre il limite $1/\tau_c$ caratteristico dei regolatori di tipo P o PI, fino, a parità di margine di fase fino al valore $1/\tau_{Diq1}$.



Alternativamente, a parità di frequenza di attraversamento, l'utilizzo di un regolatore di tipo PID incrementa il margine di fase riducendo, se presente, la sovraelongazione nella risposta all'ingresso a gradino. Nella Fig. 6.8.5, la frequenza di attraversamento è stata scelta in modo che il suo valore e anche quello del margine di fase siano maggiori di quelli ottenuti con il regolatore di corrente di tipo PI di Fig. 6.8.4.