

CAPITOLO 6-B

Azionamenti sensorless con motore sincrono a magneti permanenti

6.12 – Definizione e classificazione

Lo schema di Fig. 6.1.1 mostra che l'azionamento con motore sincrono a magneti permanenti (ma lo stesso è anche per quelli a campo avvolto e comunque per tutti gli azionamenti con motore sincrono) per attuare il controllo di corrente (coppia) necessita della conoscenza della posizione assoluta del rotore ovvero dell'angolo ϑ_{me} . Tale angolo costituisce la posizione dell'asse diretto del sistema di riferimento nel quale sono definite le correnti da imporre allo statore per avere la desiderata coppia. Questa è una caratteristica degli azionamenti con macchina sincrona e consente di ottenere, grazie all'accurato controllo vettoriale di corrente che si può così realizzare, prestazioni dinamiche altrimenti non possibili.

Al tempo stesso però la necessità di un trasduttore di posizione assoluta (anche quando non c'è alcun controllo di posizione e magari neanche di velocità) costituisce uno svantaggio in termini di costo, ingombro, affidabilità; la sua eliminazione, ricorrendo all'utilizzo di una posizione stimata al posto di quella misurata (appunto: *azionamenti sensorless*) ha assunto un interesse pratico crescente e stimola lo studio di soluzioni anche innovative ed avanzate.

La tabella che segue classifica alcune delle principali soluzioni distinguendo fra quelle che sono adatte ai motori con rotore isotropo (p.e. motori SPM) e quelle che richiedono invece un rotore anisotropo (p.e. motori IPM) ed, inoltre, fra quelle che funzionano solo con velocità diversa da zero (medie e alte) e altri che invece possono funzionare anche a velocità nulla (e comunque bassa).

In linea generale le prime sono basate sul riconoscimento della fem (o grandezze ad essa collegate) dovuta al flusso dei magneti permanenti la cui espressione, come è noto, contiene la posizione rotorica.

Le seconde invece riconoscono l'anisotropia del rotore mediante iniezione di tensioni o correnti "di misura" nello statore (in sovrapposizione alle tensioni e correnti "di potenza"). Trattano perciò il motore stesso come trasduttore di posizione e richiedono necessariamente motori con rotore a comportamento anisotropo (almeno per i segnali di misura).

	<i>Velocità bassa o nulla</i>	<i>Velocità media o alta</i>
<i>Motori con rotore isotropo</i>	<ul style="list-style-type: none"> In generale non possibile oppure, Stesse soluzioni sensorless delle macchine con rotore anisotropo. <i>Rese praticabili inserendo intenzionalmente allo scopo anisotropie rotoriche.</i> 	<ul style="list-style-type: none"> Stimatori basati sul riconoscimento della fem dovuta ai flussi dei magneti (o grandezze ad essa collegate). <i>Sfruttano le equazioni fondamentali che descrivono il motore (stimatori a catena aperta; estimatori a catena chiusa (osservatori), ...</i>
<i>Motori con rotore anisotropo</i>	<ul style="list-style-type: none"> Stima basata sul riconoscimento dell'anisotropia rotorica <i>Iniezione di tensione o correnti ausiliarie (ad alta frequenza) negli avvolgimenti statorici.</i> 	

In seguito si illustreranno con maggior dettaglio alcune delle soluzioni elencate.

6.13 – Stimatori della posizione rotorica per velocità medio-alte a catena aperta (open loop)

Una prima classe di estimatori della posizione rotorica di un motore sincrono è costituita dagli *stimatori a catena aperta* che consistono essenzialmente nell'utilizzare un modello del motore che contiene la posizione rotorica assieme ad altre grandezze misurabili e quindi risolverlo per la posizione rotorica che quindi risulta ricavabile a partire dalle grandezze che si misurano.

Come noto la posizione rotorica di trova nell'espressione del flusso statorico dovuto ai magneti permanenti:

$$\bar{\lambda}_{mg}^s = \Lambda_{mg} e^{j\vartheta_{em}} = \Lambda_{mg} e^{j\vartheta_{em}} \quad (6.13.1)$$

che corrisponde a¹:

$$\begin{aligned} \lambda_{mg,d}^s &= \Lambda_{mg} \cos\vartheta_{em} \\ \lambda_{mg,q}^s &= \Lambda_{mg} \sin\vartheta_{em} \end{aligned} \quad (6.13.1a)$$

Stessa informazione si ha anche nelle fem prodotte dai flussi appena scritti quando la macchina è in rotazione che infatti si esprimono con:

$$\bar{e}^s = j\omega_{me} \Lambda_{mg} e^{j\vartheta_{em}} \quad (6.13.2)$$

che corrisponde a:

$$\begin{aligned} e_d^s &= -\omega_{me} \Lambda_{mg} \sin\vartheta_{em} \\ e_q^s &= \omega_{me} \Lambda_{mg} \cos\vartheta_{em} \end{aligned} \quad (6.13.2a)$$

Appare evidente che la stima di \bar{e}^s oppure $\bar{\lambda}_{mg}^s$ consente poi di estrarre e mettere a disposizione la stima di ϑ_{me} (ed eventualmente anche di ω_{me}). I metodi allo scopo possono essere diversi, differenti anche secondo che il motore presenti un rotore isotropo o anisotropo. Di seguito ne saranno illustrati e discussi alcuni.

6.13.1 – Stimatori della posizione rotorica per velocità medio-alte a catena aperta per motori con rotore isotropo (SPM motors).

a) Stima del flusso statorico dovuto ai magneti permanenti – Si parte dal bilancio delle tensioni di statore, scritto in un sistema di riferimento stazionario (la dipendenza dal tempo è sottintesa):

$$\bar{u}^s = R\bar{i}^s + \frac{d\bar{\lambda}^s}{dt} \quad (6.13.3)$$

ove $\bar{\lambda}^s$ è il totale flusso statorico che vale:

$$\bar{\lambda}^s = \bar{\lambda}_{mg}^s + L\bar{i}^s \quad (6.13.4)$$

Dalla (6.13.3) si può ricavare

$$\frac{d\bar{\lambda}^s}{dt} = \bar{u}^s - R\bar{i}^s$$

che integrata fra l'istante 0 (inizio della stima) e l'istante corrente t e tenendo conto della (6.13.4) fornisce una stima del flusso dovuto al magnete come:

$$\tilde{\lambda}_{mg}^s = \tilde{\lambda}^s - L\bar{i}^s = \int_0^t (\bar{u}^s - R\bar{i}^s) dt - L\bar{i}^s \quad (6.13.5)$$

Se la (6.13.5) fosse una stima corretta del vettore spaziale rappresentativo del flusso concatenato con lo statore e dovuto al magnete permanente (l'accento ~ è usato qui per indicare le grandezze stimate o ricostruite), il suo argomento sarebbe la posizione di detto vettore rispetto all'asse della fase a di statore (asse d^s o α)

¹ Si ricorda che $x^s_d = x_{\alpha}$ e $x^s_q = x_{\beta}$.

espressa in rad. el. e quindi definirebbe proprio la posizione dell'asse polare rotorico ovvero la stima desiderata $\tilde{\vartheta}_{me}$ della posizione del rotore per definizione. I possibili errori di stima saranno discussi nel seguito del paragrafo.

La (6.13.5) si può graficamente rappresentare con il seguente schema a blocchi “vettoriale” (linee in tratto doppio):

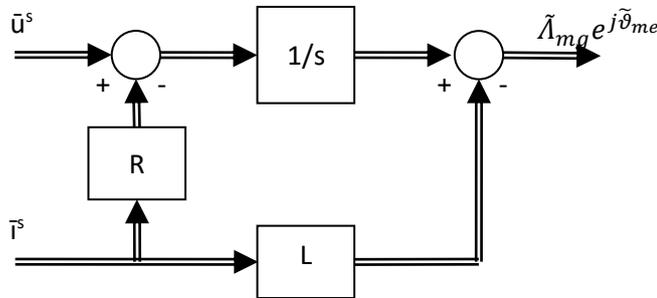


Fig. 6.13.1 – Schema a blocchi vettoriale di stimatore a catena aperta del flusso

ove le grandezze di sinistra sono quelle misurate e l'uscita è il vettore flusso del magnete permanente stimato che contiene in particolare la stima della posizione rotorica.

Lo stesso stimatore può essere anche rappresentato come nella Fig. 6.13.2, le cui grandezze sono tutte reali e che è quindi più aderente alla soluzione implementativa.

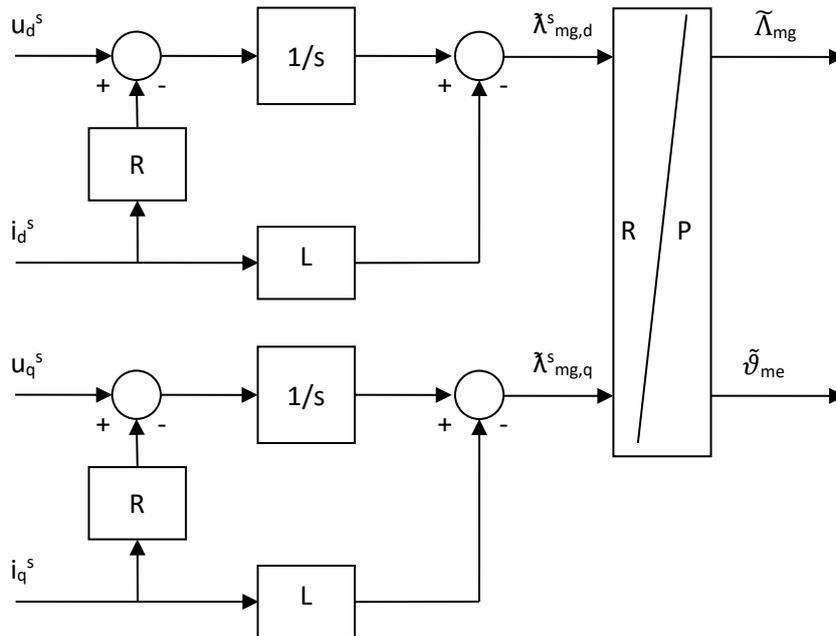


Fig. 6.13.2 Schema a blocchi dello stimatore a catena aperta

La parte di destra dello schema di Fig. 6.13.2 riporta un blocco di conversione rettangolare/polare con il quale si calcola il modulo per somma pitagorica delle due componenti e l'argomento come $\tilde{\vartheta}_{me} = \text{atan } \tilde{\lambda}_{mg,q} / \tilde{\lambda}_{mg,d}$. Di fatto non è tanto la posizione meccanica-elettrica del rotore che interessa per il controllo di corrente, quanto piuttosto $\cos\vartheta_{me}$ e $\sin\vartheta_{me}$. In alternativa alla trasformazione rettangolare-polare appena citata si può pertanto usare l'elaborazione illustrata nella Fig. 6.13.3 che prevede di calcolare dal vettore stimato del flusso dovuto ai magneti (ovvero dalle sue componenti, vedi Fig. 6.13.2) il modulo e quindi con questo dividere il vettore stesso (ovvero le sue componenti, vedi sempre Fig. 6.13.2) ottenendo, per le (6.13.1) e (6.13.1a) proprio le funzioni coseno e seno cercate.

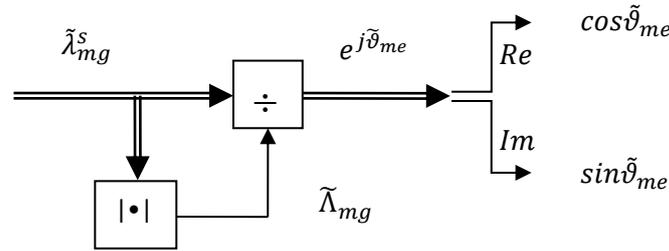


Fig. 6.13.3 Estrazione di $\cos\vartheta_{me}$ e $\sin\vartheta_{me}$ dal flusso stimato

La soluzione illustrata per la stima della posizione rotorica è di estrema semplicità. Essa tuttavia soffre di alcune limitazioni, quando sperimentalmente applicata, che sono principalmente le seguenti.

- I. *Difficoltà computazionali:* lo stimatore contiene due *integratori puri* (si veda lo schema implementativo di Fig. 6.13.2) e ciò ha due implicazioni in fase di implementazione pratica.
 - a. La prima deriva dal fatto che nel formulare la (6.13.5) si è ignorato (perché non noto e quindi posto pari a zero) il valore iniziale (a $t=0$) del flusso statorico le cui componenti avrebbero dovuto essere le *condizioni iniziali* degli integratori. La forma corretta della (6.13.5), sarebbe stata infatti:

$$\bar{\lambda}_{mg}^s = \bar{\lambda}^s - L\bar{i}^s = \int_{-\infty}^t (\bar{u}^s - R\bar{i}^s) dt - L\bar{i}^s = \bar{\lambda}^s(0) + \int_0^t (\bar{u}^s - R\bar{i}^s) dt - L\bar{i}^s$$

che differisce dalla (6.13.5) proprio della quantità pari al valore iniziale del flusso statorico, che costituisce quindi un errore costante permanente.

Sia per esempio $\lambda_\alpha = \Lambda \cos(\omega_{me}t + \vartheta_{me}(0))$ per cui $d\lambda_\alpha/dt = u_\alpha - Ri_\alpha = \omega_{me}\Lambda \cos(\omega_{me}t + \vartheta_{me}(0) + \pi/2)$.

Applicando l'integrale che è nella (6.13.5), con riferimento alla componente reale α , si perviene alla stima

$$\tilde{\lambda}_\alpha = \int_0^t (u_\alpha - Ri_\alpha) dt = [\tilde{\Lambda} \cos(\omega_{me}t + \vartheta_{me}(0))]_0^t = \tilde{\Lambda} \cos(\omega_{me}t + \vartheta_{me}(0)) - \tilde{\Lambda} \cos(\vartheta_{me}(0))$$

che differisce dal valore vero proprio per il valore iniziale, come volevasi dimostrare (supponendo che non ci siano altre cause di errore). Si veda lo schizzo di Fig. 6.13.4.

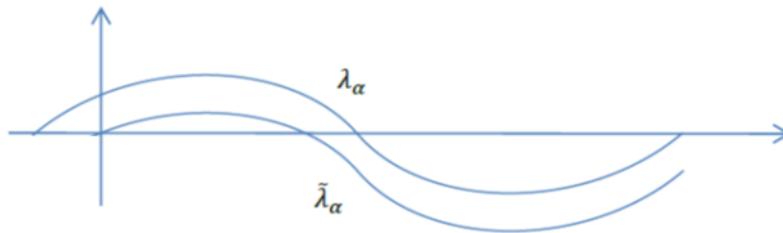


Fig. 6.13.4

Analoghe considerazioni si possono fare per la componente immaginaria β .

Le grandezze $\lambda_{mg,d}$ e $\lambda_{mg,q}$ in uscita dello stimatore (che a regime dovrebbero essere alternate sinusoidali) presentano pertanto un errore costante pari proprio all'errore nelle condizioni iniziali non note e assunte nulle. Ciò vuol anche dire che il vettore stimato del flusso statorico traccia a regime un cerchio con centro spostato rispetto all'origine del piano e pertanto il modulo del vettore non è costante e l'argomento (velocità di rotazione) solo mediamente pari a quella vera. Dal riconoscimento dell'errore costante (offset) si possono attivare procedure volte a recuperare l'informazione mancante sulle condizioni iniziali. Un'altra soluzione è illustrata più avanti.

- b. La seconda difficoltà computazionale è la possibilità del manifestarsi di una *deriva* (drift) degli integratori causata da un qualsiasi disturbo costante o molto lentamente variabile, anche se piccolo, al loro ingresso (che invece dovrebbe essere, a regime, alternato a valor medio nullo). Tale errore costante può essere causato, per esempio, da offset presenti nella catena di misura o dall'effetto delle quantizzazioni e dall'algoritmo di integrazione stesso. Accorgimenti sia sulla catena fisica di misura sia sull'elaborazione del segnale possono evitare questo inconveniente, peraltro sempre in agguato.

Per risolvere queste due problematiche si possono sostituire gli integratori puri presenti nello schema di Fig. 6.13.2 con dei blocchi passa basso, riconoscendo l'approssimazione

$$\frac{1}{s} \approx \frac{\tau}{1 + s\tau}$$

che si giustifica osservando che le due espressioni hanno la stessa risposta in frequenza per $s = j\omega$ con $\omega > 1/\tau$ (si veda la Fig. 6.13.5)

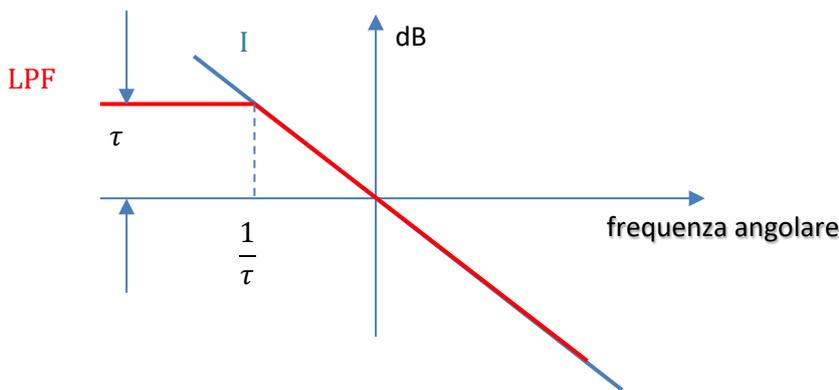


Fig. 6.13.5 – Confronto delle risposte in frequenza fra integratore (blu) e blocco passa basso (rosso)

Quest'ultimo valore rappresenta pertanto la frequenza angolare (velocità meccanica elettrica) sotto la quale lo stimatore con blocco passa basso non può essere utilizzato. In presenza di blocchi passa basso al posto degli integratori puri, l'errore nelle condizioni iniziali si estingue con andamento esponenziale con costante di tempo τ , mentre un eventuale offset costante in ingresso non causa una divergenza del processo di integrazione ma fa apparire in uscita un valore costante pari a τ (il guadagno statico del blocco passa basso) moltiplicato per il valore dell'offset.

Sia per esempio ancora $\lambda_\alpha = \Lambda \cos(\omega_{me}t + \vartheta_{me}(0))$ per cui $d\lambda_\alpha/dt = u_\alpha - Ri_\alpha = e'_\alpha = \omega_{me}\Lambda \cos(\omega_{me}t + \vartheta_{me}(0) + \pi/2)$.

L'uscita del blocco passa basso, che ha all'ingresso la fem e'_α appena definita è governata dall'equazione:

$$\lambda_\alpha + \tau d\lambda_\alpha/dt = \tau e'_\alpha$$

la cui soluzione è (se $\omega_{me} > 1/\tau$):

$$\tilde{\lambda}_\alpha = \tilde{\Lambda} \cos(\omega_{me}t + \vartheta_{me}(0)) - \tilde{\Lambda} \cos(\vartheta_{me}(0))e^{t/\tau}$$

la cui differenza rispetto al valore vero si estingue nel tempo con decadenza esponenziale a costante di tempo τ , come esemplificato con la curva rossa nella Fig 6.13.6.

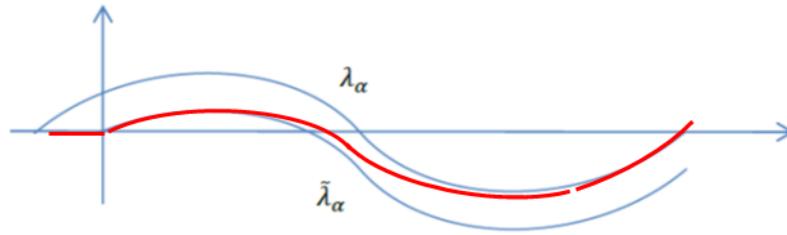


Fig. 6.13.6 – Uscita del blocco passa basso (rosso)

- II. *Dipendenza parametrica*: lo stimatore richiede la conoscenza dei parametri R e L del motore, che non sono necessariamente noti con precisione e che possono cambiare con le condizioni operative (per esempio la resistenza varia con la temperatura, l'induttanza con il livello della corrente). Alle piccole velocità di rotazione la tensione statorica poco differisce dalla caduta resistiva e quindi la differenza $u - Ri$ (vettoriale o in ciascun asse) tende ad esaltare gli errori presenti in uno o nell'altro dei due termini (nella tensione ci possono essere errori di misura, nella caduta resistiva sia errori nella misura della corrente che nel valore impiegato della resistenza). Di conseguenza, anche per questo motivo, lo stimatore può funzionare accettabilmente solo con velocità di rotazione superiori ad un limite minimo e, certamente, non può funzionare a velocità nulla (ove u e Ri sono coincidenti!). All'analisi della sensibilità parametrica è dedicato il paragrafo successivo.

6.13.1.1 – Analisi della sensibilità parametrica – La definizione delle sensibilità parametrica di una funzione $f(\mathbf{x}, p)$ rispetto al parametro p in essa presente è definita qui di seguito assieme ad alcune proprietà di questo strumento di analisi.

*Definizione: rapporto fra la variazione relativa del valore della funzione e la variazione relativa del parametro considerato*²

$$S_{\mathbf{f}}^p(\mathbf{x}, p) = \frac{\frac{d\mathbf{f}}{dp}}{\frac{\mathbf{f}}{p}} = \frac{d\mathbf{f}}{dp} \frac{p}{\mathbf{f}} = \frac{d(\ln \mathbf{f})}{d(\ln p)} = \frac{d(\ln |\mathbf{f}|)}{d(\ln p)} + j \frac{d\varphi}{d(\ln p)} \quad (6.13.6)$$

In qualche caso, se per esempio la funzione è nulla, può essere necessario riportare la sua variazione al suo valore nominale \mathbf{f}_n (variazione normalizzata) invece che al valore attuale. In tal caso si scrive (sensibilità normalizzata):

$$S_{\mathbf{f}}^{(n)p}(\mathbf{x}, p) = \frac{\frac{d\mathbf{f}}{dp}}{\frac{\mathbf{f}_n}{p}} = \frac{d\mathbf{f}}{dp} \frac{p}{\mathbf{f}_n} \quad (6.13.7)$$

Si riconosce dalla (6.13.6) tenendo conto della (6.13.7) che risulta in generale, per una funzione complessa:

$$S_{\mathbf{f}}^p(\mathbf{x}, p) = S_{|\mathbf{f}|}^p(\mathbf{x}, p) + j S_{\varphi}^{(n)p}(\mathbf{x}, p) \quad (6.13.8)$$

Le equazioni sopra scritte mostrano che *la sensibilità di una funzione complessa verso un dato parametro è una funzione complessa la cui parte reale rappresenta la sensibilità del modulo di \mathbf{f} mentre il coefficiente*

² Le grandezze complesse sono indicate in grassetto o con trattino sovrastante.

dell'immaginario è la sensitività (normalizzata) dell'argomento, definita come il rapporto fra la variazione normalizzata $d\varphi$ dell'argomento rapportata al valore di riferimento unitario e la variazione relativa dp/p del parametro.

Il concetto di sensitività può essere applicato all'espressione per la stima del vettore spaziale del flusso del magnete, qui ripetuta

$$\bar{\lambda}_{mg}^s = \Lambda_{mg} e^{j\bar{\theta}_{me}} = \int_0^t (\bar{u}^s - R\bar{i}^s) dt - L\bar{i}^s \quad (6.13.9)$$

valutata in condizioni di regime sinusoidale del motore. In tali condizioni ogni vettore spaziale ruota, in sincronismo con gli altri e con il rotore, con velocità Ω_{me} e può pertanto essere espresso come

$$\bar{g}^s = \bar{G} e^{j\Omega_{me} t}$$

che sostituita nella (6.5.9) porta all'espressione (soluzione particolare):

$$\bar{\Lambda}_{mg} = \frac{\bar{U} - R\bar{I}}{j\Omega_{me}} - L\bar{I} \quad (6.13.10)$$

Applicando la (6.13.6) alla (6.13.10) con riferimento al parametro resistivo si ottiene

$$\bar{S}_{\Lambda_{mg}}^R = \frac{-\bar{I}}{j\Omega_{me}} \frac{R}{\bar{\Lambda}_{mg}} = \frac{-|\bar{I}|}{j\Omega_{me}} \frac{R}{|\bar{\Lambda}_{mg}|} e^{j(\theta_i^s - \theta_{me})} \quad (6.13.11)$$

Nel caso delle macchine con rotore isotropo la differenza fra l'argomento del vettore spaziale della corrente θ_i^s e quello del flusso del magnete θ_{me} è di $\pm 90^\circ$ (segno positivo nel funzionamento da motore) e pertanto l'esponentiale nella (6.13.11) vale $\pm j$ e l'espressione stessa diventa

$$\bar{S}_{\Lambda_{mg}}^R = \pm \frac{|\bar{I}|}{\Omega_{me}} \frac{R}{|\bar{\Lambda}_{mg}|} \quad (6.13.12)$$

che è puramente reale (segno negativo nel funzionamento da motore). L'osservazione della (6.13.12) porta a concludere che la sensitività rispetto alla resistenza cresce al diminuire della velocità, ma essendo la funzione sensitività solo reale, l'errore sulla resistenza (assunto di entità contenuta) ha effetto solo sul modulo del flusso stimato e non sull'argomento (posizione rotorica).

Per quanto riguarda l'induttanza statorica, assumendo la stessa elaborazione fatta per giungere alla (6.13.12), si trova invece una funzione sensitività:

$$\bar{S}_{\Lambda_{mg}}^L = \frac{-\bar{I}}{1} \frac{L}{\bar{\Lambda}_{mg}} = \pm j \frac{|\bar{I}|L}{|\bar{\Lambda}_{mg}|} \quad (6.13.13)$$

che mostra una indipendenza dalla velocità, ma anche un termine solo immaginario e quindi con effetto proprio sulla posizione rotorica e non sul modulo del flusso (segno negativo nel funzionamento da motore).

In conclusione, per quanto riguarda l'influenza parametrica, lo stimatore a catena aperta proposto riesce a stimare la posizione rotorica fino a velocità basse anche in presenza di imprecisioni nella conoscenza della resistenza (ma le basse velocità esaltano anche gli errori nella misura della tensione e della corrente), però richiede una buona conoscenza dell'induttanza sincrona statorica.

b) Stima della fem indotta dal flusso statorico dovuto ai magneti permanenti – Si riconsideri il bilancio delle tensioni di statore, scritto in un sistema di riferimento stazionario (la dipendenza dal tempo è sottintesa):

$$\bar{u}^s = R\bar{i}^s + \frac{d\bar{\lambda}^s}{dt} = R\bar{i}^s + L\frac{d\bar{i}^s}{dt} + \frac{d\bar{\lambda}_{mg}^s}{dt} \tag{6.13.14}$$

ove al totale flusso statorico è sostituita l'espressione $\bar{\lambda}^s = \bar{\lambda}_{mg}^s + L\bar{i}^s$.

L'ultimo addendo della (6.13.14) è la fem \bar{e}^s indotta dalle variazioni del flusso concatenato prodotto dai magneti e che quindi può essere stimata con la:

$$\bar{e}^s = \bar{u}^s - R\bar{i}^s - L\frac{d\bar{i}^s}{dt} \tag{6.13.15}$$

che è schematicamente rappresentata dallo schema a blocchi di Fig. 6.13.7.

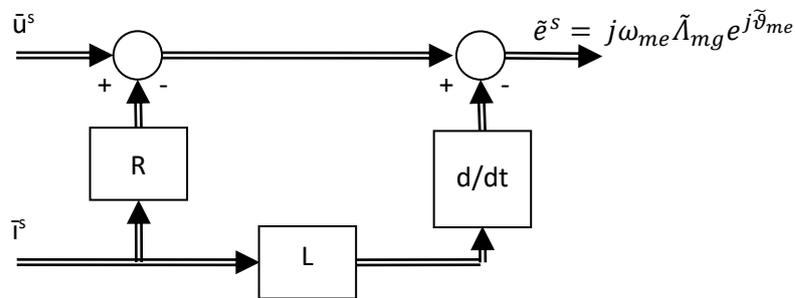


Fig. 6.13.7 – Schema a blocchi vettoriale di stimatore a catena aperta della fem

L'estrazione della posizione rotorica (o delle sue funzioni seno e coseno) dalla fem stimata di Fig. 6.13.7 può essere condotta con le stesse tecniche applicate alla stima del flusso dei magneti e mostrate nelle Fig. 6.13.2 e 6.13.3. Occorre tuttavia ricordare che la fem è posizionata sull'asse q (e non sull'asse d come il flusso dei magneti permanenti (c'è la presenza di un j nell'espressione della fem in Fig. 6.13.8)) e quindi lo schema di Fig. 6.13.3 diventa per l'esattezza come nella figura seguente.

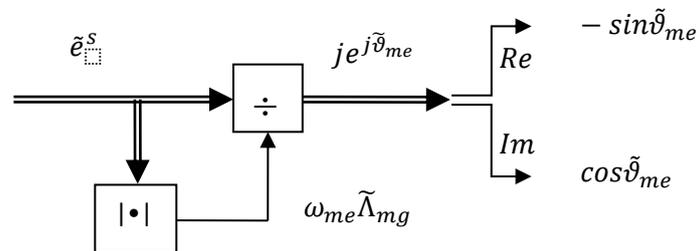


Fig. 6.13.8 Estrazione di $\cos\vartheta_{me}$ e $\sin\vartheta_{me}$ dalla fem stimata

La soluzione illustrata per la stima della posizione rotorica attraverso la stima della fem presenta alcune differenze di prestazioni rispetto a quella precedentemente vista basata sulla stima del flusso dei magneti. Le principali problematiche sono le seguenti.

- I. *Difficoltà computazionali*: lo stimatore non contiene integratori e questo è un vantaggio. Tuttavia esso presenta la derivata della corrente statorica moltiplicata per l'induttanza L. Tale termine ha una

componente fondamentale relativamente piccola se comparato all'ampiezza della fem, ma ha un contenuto armonico molto alto. Sull'induttanza L infatti cade la differenza fra la tensione prodotta dall'invertitore a seguito della sua modulazione e la fem (vedi la (6.13.15) trascurando la caduta resistiva) e come mostra schematicamente la Fig. 6.13.9.

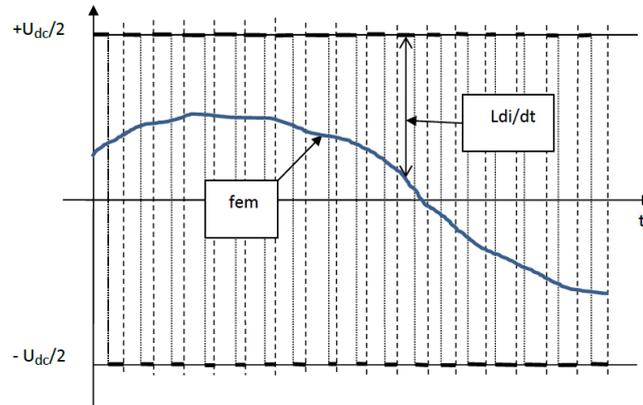


Fig. 6.13.9 Tensioni su una fase del motore ($R \cong 0$)

Si renderà pertanto necessaria una energica azione di filtraggio che dovrà attenuare tutte le armoniche al di sopra di una certa frequenza scelta sufficientemente inferiore alla frequenza della PWM, ma che dovrà essere sufficientemente maggiore della massima frequenza di lavoro del motore³. Ciò potrebbe portare ad un limite superiore di velocità usando lo schema di stima di Fig. 6.13.7 che si aggiunge al limite inferiore che deriva dal fatto che al di sotto di una certa velocità la fem è di ampiezza così piccola da non poter essere estratta con precisione.

- II. *Dipendenza parametrica*: lo stimatore richiede ancora la conoscenza dei parametri R e L del motore, che non sono necessariamente noti con precisione e che possono cambiare con le condizioni operative (per esempio la resistenza varia con la temperatura). Se l'analisi della sensitività del par. 6.13.1.1 fosse applicata alla (6.13.15) si giungerebbe esattamente alle stesse conclusioni già viste per lo studio della sensitività parametrica della stima del flusso e quindi si può affermare che, dal punto di vista della dipendenza parametrica, le due soluzioni di stima non si differenziano.

6.14 – Estrazione della posizione e della velocità dal vettore di flusso stimato – Nei precedenti paragrafi si è fatto riferimento all'estrazione della posizione rotorica, coincidente con l'argomento del vettore spaziale del flusso stimato, attraverso operazioni di conversione rettangolare/polari per le quali l'argomento del vettore è calcolato come arcotangente del rapporto fra componente q^s (beta) e la componente d^s (alfa). La velocità potrebbe poi essere ottenuta svolgendo la derivata nel tempo della posizione (con tutte le difficoltà computazionali che le due operazioni comportano).

Un differente approccio consiste nel far ricorso alla tecnica MRAS (*Model Reference Adaptive Systems, Sistemi Adattativi a Modello di Riferimento*).

³ La soluzione più comune per il filtraggio della derivata della corrente consiste nel calcolarla usando i soli valori campionati di corrente all'inizio (e alla fine) di ogni ciclo di PWM. In quel caso si scrive $di/dt \cong (i_k - i_{k-1})/T_s$, ove i_k e i_{k-1} sono i valori della corrente alla fine e all'inizio dell'ultimo intervallo di PWM concluso e T_s è la durata del periodo di PWM. In questo modo si sostituisce al valore attuale istantaneo della derivata il suo valore medio nell'ultimo periodo compiuto della PWM (e lo si mantiene per tutto il periodo corrente).

Secondo il principio della tecnica MRAS, l'algoritmo impiegato per ricostruire il vettore flusso rotorico (o il vettore della forza elettromotrice) a partire dalle sole misure delle tensioni e delle correnti statoriche e che non richiede la conoscenza della posizione rotorica ϑ_{me} (*Position-independent*) rappresenta il cosiddetto *Modello di riferimento (Reference Model)*, la cui uscita sia, in generale, \tilde{x} . La stessa grandezza $\tilde{x}^{(\vartheta)}$ è ricostruita dal *Modello adattativo (Adaptive Model)* che la esprime con un algoritmo che usa grandezze misurate (se necessario) ma anche la conoscenza della posizione $\tilde{\vartheta}_{me}$ del rotore (*Position-dependent*).

Una differenza fra i due risultati calcolati evidenzia un erroneo valore di posizione $\tilde{\vartheta}_{me}$ assunto del modello adattativo (*posizione stimata*), purché ogni altra causa di errore (per esempio errori di misura, errori parametrici ecc) sia rimossa o resa trascurabile. Un *meccanismo di adattamento (Adaptation mechanism)* può correggere la posizione stimata $\tilde{\vartheta}_{me}$ fino a far coincidere i due risultati di calcolo, al che la posizione stimata dovrebbe coincidere con quella reale ϑ_{me} , che ne risulta in tal modo “*estratta*”. Lo schema di principio dello stimatore MRAS è quindi quello mostrato in Fig. 6.14.1

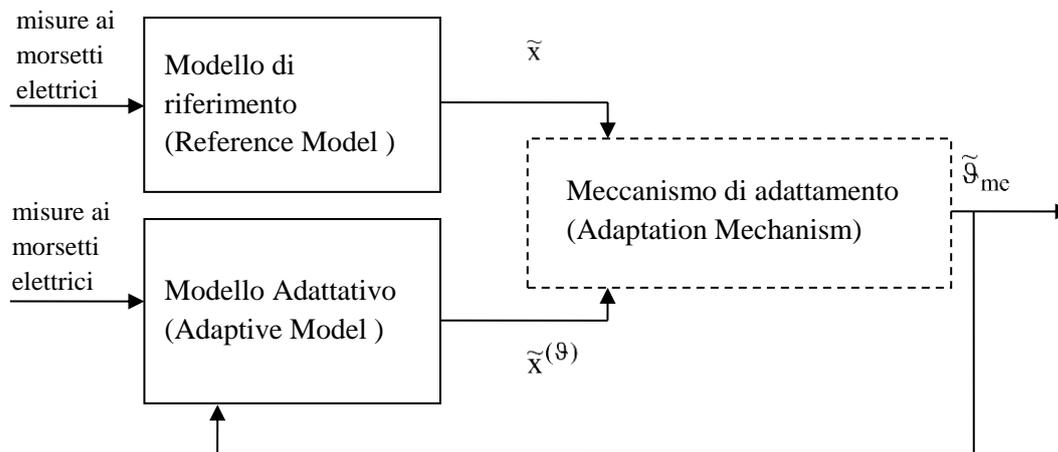


Fig. 6.14.1. – Schema di principio di uno stimatore MRAS

Nello specifico, si può assumere come grandezza \tilde{x} il vettore spaziale del flusso concatenato dovuto al magnete permanente $\tilde{\lambda}_{mg}$. Il modello di riferimento può essere descritto dalla (6.13.5) che non richiede (ovviamente) la conoscenza della posizione rotorica.

Modello adattativo è invece:

$$\tilde{\lambda}_{mg}^{s(\vartheta)} = \Lambda_{mg} e^{j\vartheta_{me}} \quad (6.14.1)$$

che, nel caso specifico, non richiede alcuna misura e contiene la posizione elettromeccanica.⁴

⁴ In alternativa, con uguali prestazioni, il modello di riferimento e quello adattativo possono fornire il vettore del flusso statorico (totale) invece che quello del solo magnete. In questo caso il termine L_i va rimosso dal modello di riferimento e aggiunto a quello adattativo, che richiede quindi la misura della corrente.

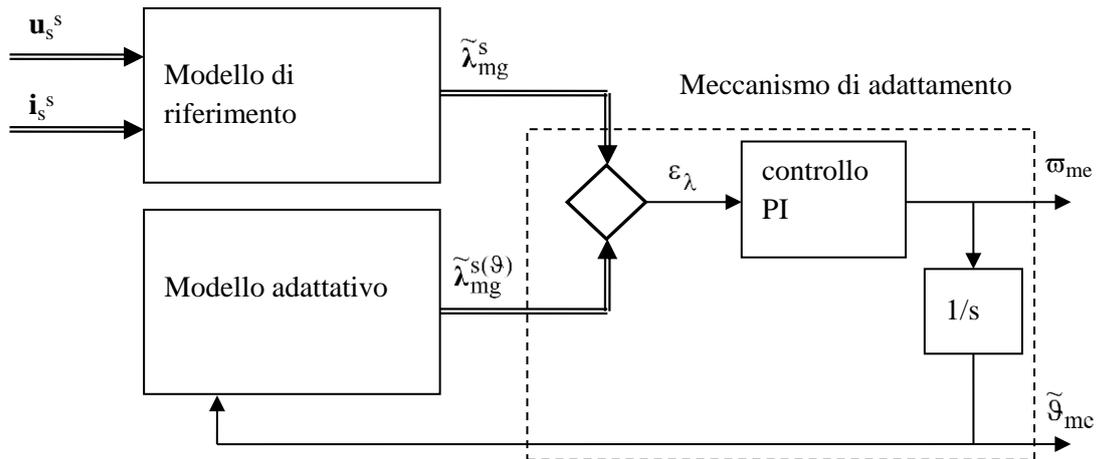


Fig. 6.14.2. – Stimatore MRAS per la posizione di un motore SPM

Lo stimatore MRAS assume quindi la configurazione di Fig. 6.14.2. Lo scopo dello stimatore MRAS di figura è quello di produrre la posizione stimata $\tilde{\vartheta}_{me}$ che deve “inseguire” l’argomento del flusso del magnete calcolato con il modello di riferimento. Non è invece di interesse stimare l’ampiezza del vettore spaziale del flusso del magnete che si ritiene approssimativamente nota. Come errore di stima si assume allora lo sfasamento fra il vettore del flusso ricavato dal modello di riferimento e quello del modello adattativo o, più comodamente, l’espressione:

$$\epsilon_\lambda = \text{Im} \left(\tilde{\lambda}_{mg}^s \check{\lambda}_{mg}^{s(\vartheta)} \right) = |\tilde{\lambda}_{mg}| \left| \check{\lambda}_{mg}^{s(\vartheta)} \right| \sin(\vartheta_{\tilde{\lambda}} - \vartheta_{\check{\lambda}(\vartheta)}) = \tilde{\lambda}_{mg,q}^s \check{\lambda}_{mg,d}^{s(\vartheta)} - \tilde{\lambda}_{mg,d}^s \check{\lambda}_{mg,q}^{s(\vartheta)} \quad (6.14.2)$$

ove l’accento $\check{}$ sta per complesso-coniugato.

Si può osservare che la struttura realizzata per estrarre l’errore di stima corrisponde a svolgere un confronto della posizione stimata $\tilde{\vartheta}_{me}$ con quella (assunta) vera ϑ_{me} , seguito da una funzione $\sin(\cdot)$ e da un guadagno $(\Lambda_{mg})^2$ supponendo che il modulo del vettore spaziale del flusso dovuto al magnete sia pari a Λ_{mg} , sia per il modello di riferimento che per quello adattativo (cfr (6.14.2) secondo lo schema della figura seguente

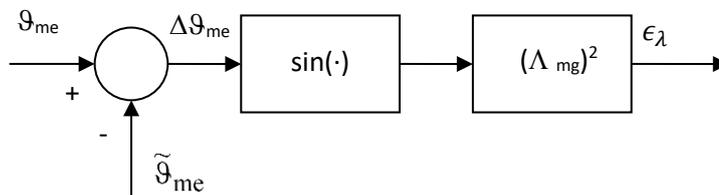


Fig. 6.14.3 a) – Significato dell’errore ϵ_λ calcolato con la (6.14.2).

Per avere errore a regime nullo a fronte di un riferimento che cresce a rampa (l’argomento del vettore spaziale del flusso del modello di riferimento), il meccanismo di adattamento dovrà contenere un regolatore di tipo PI seguito da un integratore così da formare un sistema di tipo 2 (doppio polo nell’origine).

Per il progetto del regolatore si può osservare che quando l’errore è piccolo la funzione seno si può confondere con il suo argomento (lo sfasamento fra i due vettori di flusso) e quindi il sistema di adattamento a catena chiusa si presenta come nello schema seguente di Fig. 6.14.3 b).

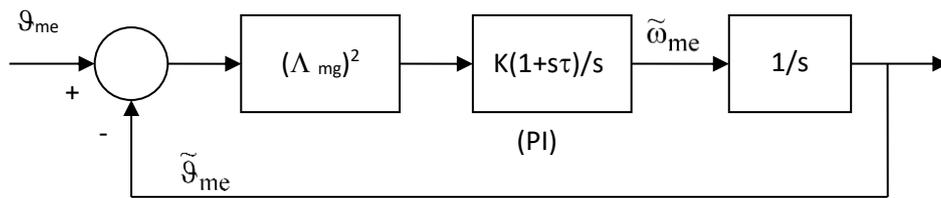


Fig. 6.14.3 b) – Anello del sistema di adattamento.

Il progetto del regolatore può seguire quindi le procedure convenzionale della Teoria dei controlli.

Merita mettere in evidenza che il valore di Λ_{mg} nella (6.14.1) può essere per comodità posto pari a uno venendo con ciò a cambiare solo il guadagno del primo blocco di Fig. 6.14.3 b), che sarà compensato aggiustando il valore del guadagno K del regolatore PI. In questo modo, il modello adattativo e il meccanismo di adattamento di Fig. 6.14.2 possono essere integrati per formare lo schema seguente di Fig 6.14.4 che rappresenta il principio dell’ “anello di controllo ad aggancio di fase” ovvero del PLL – phase locked loop.

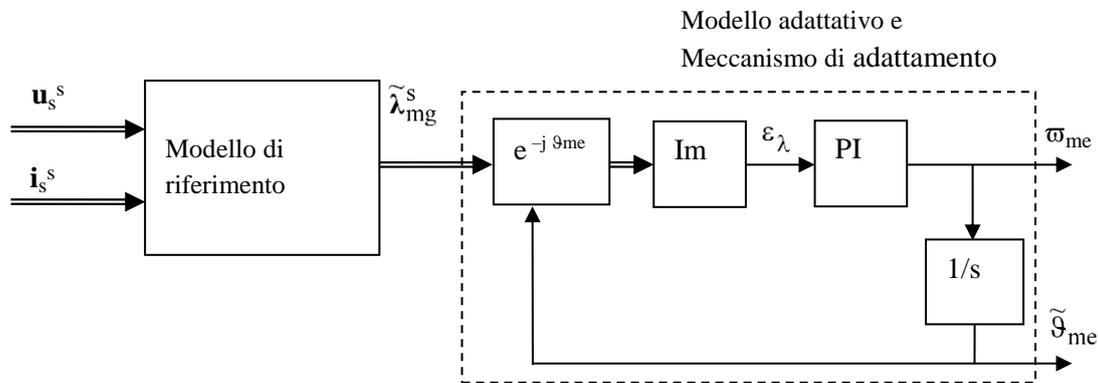


Fig. 6.14.4 Schema per l’estrazione della velocità e della posizione di $\tilde{\lambda}_{mg}^s$.

e che è comunemente impiegato per estrarre posizione angolare (elettrica) e velocità (elettrica) dal vettore stimato del flusso del magnete (o con facili adattamenti da quello della forze elettromotrice).

6.15 – Estensione ai motori IPM

Quanto descritto nei precedenti paragrafi si riferisce ai motori sincroni con rotore SPM e quindi isotropi. Le procedure possono essere però estese ai motori con rotori anisotropi e perfino ai motori sincroni a riluttanza che non hanno magneti sul rotore.

Allo scopo occorre introdurre il concetto di “flusso attivo” attraverso il quale è possibile dimostrare che un motore con rotore anisotropo è equivalente ad uno con rotore isotropo (cioè un motore SPM) il cui sistema di eccitazione include sia i magneti (quando ci sono) che un opportuno circuito di eccitazione percorso da una corrente di eccitazione pari alla corrente statorica diretta.

Per definire il flusso attivo si consideri l’equazione del bilancio delle tensioni statoriche nel sistema di riferimento rotante sincrono con il rotore:

$$\bar{u}^r = R\bar{i}^r + \frac{d\bar{\lambda}^r}{dt} + j\omega_{me}\bar{\lambda}^r \tag{6.15.1}$$

con

$$\bar{\lambda}^r = [L]\bar{i}^r + \bar{\lambda}_{mg}^r \tag{6.15.2}$$

ove il prodotto $[L]\bar{i}^r$ rappresenta un vettore spaziale ottenuto dal prodotto matriciale

$$[L]\bar{i}^r = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d^r \\ i_q^r \end{bmatrix} = L_d i_d^r + jL_q i_q^r \tag{6.14.3}$$

avendo assunto per semplicità che il comportamento magnetico della macchina sia descritto da due induttanze diverse sui due assi ma costanti (macchina magneticamente lineare). Il vettore $\bar{\lambda}_{mg}^r$ è rappresentativo del contributo del magnete permanente ed è disposto sull'asse d (per definizione dell'asse stesso) con ampiezza Λ_{mg} .

Il bilancio (6.15.2) dei flussi è rappresentato dal diagramma vettoriale di Fig. 6.15.1 a)⁵.

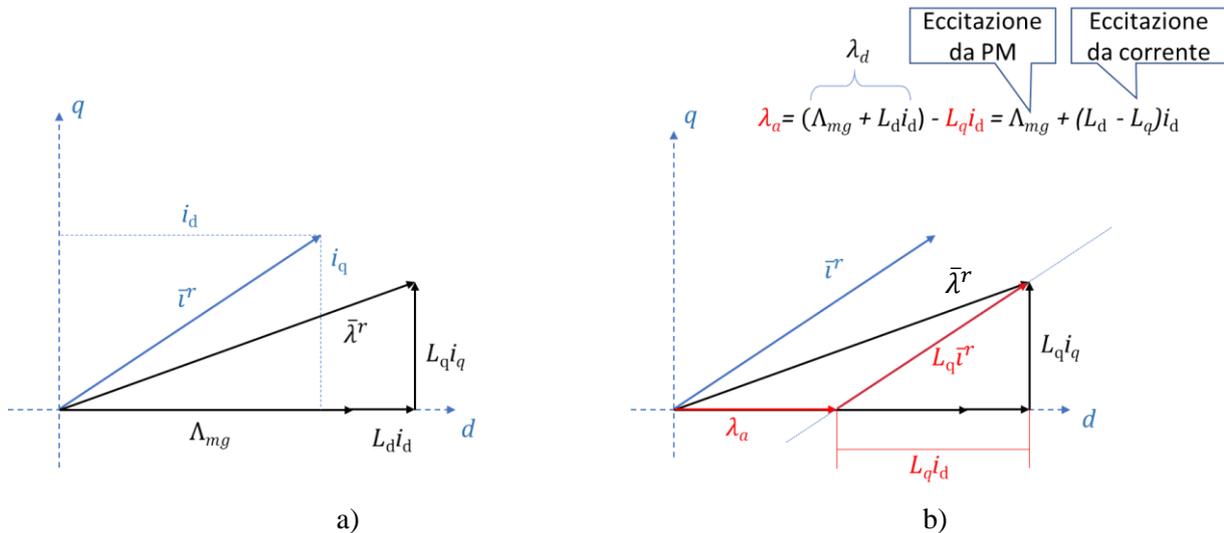


Fig. 6.15.1 Diagrammi vettoriali del flusso totale di statore in macchina con rotore IPM.

Lo stesso flusso risultante può essere considerato come ottenuto dalla somma di un contributo λ_a posto sull'asse diretto e di un secondo contributo dovuto alle correnti diretta e in quadratura agenti entrambe con la stessa induttanza L_q (e quindi rappresentato da un vettore parallelo alla corrente come se la macchina avesse un rotore isotropo), come ricostruito in Fig 6.15.1 b). Dai diagrammi vettoriali si riconosce che l'ampiezza del vettore del flusso attivo vale:

$$\lambda_a = (\Lambda_{mg} + L_d i_d) - L_q i_q = \Lambda_{mg} + (L_d - L_q) i_d$$

ovvero il flusso attivo (flusso di eccitazione della macchina SPM equivalente a quella IPM) si può considerare come dovuto in parte al magnete permanente ed in parte ad un circuito di eccitazione percorso dalla corrente i_d e avente un coefficiente di accoppiamento con la fase d pari a $(L_d - L_q)$ (si veda anche la nota nella Fig. 6.15.1 b)).

⁵ Per comodità di disegno il diagramma vettoriale è stato fatto con il vettore della corrente nel primo quadrante, ma ovviamente la costruzione è riproducibile per ogni vettore di corrente.

Avendo ricondotto, mediante il concetto di flusso attivo, il modello del motore con rotore anisotropo a quello di un motore con rotore isotropo (SPM), la stima della posizione rotorica si può fare ricostruendo il flusso attivo con lo stesso algoritmo usato per ricostruire quello del magnete permanente di una macchina SPM illustrato nel par. 6.13.1.

Lo schema a blocchi che ne risulta è quello di Fig. 6.15.2, ove sono evidenziate le differenze rispetto al corrispondente schema di Fig. 6.13.2.

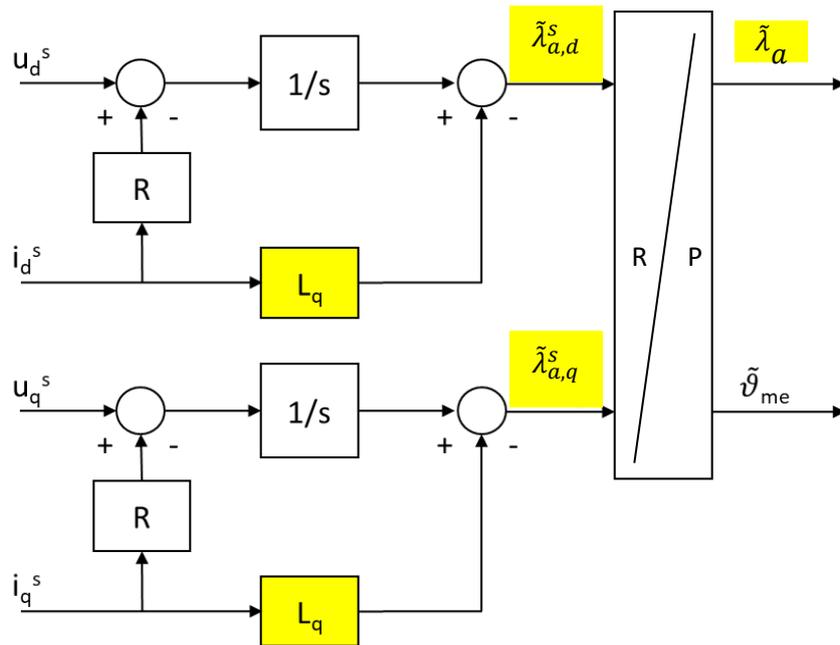


Fig. 6.15.2 Ricostruzione del flusso attivo dalla misura delle tensioni e delle correnti

Il metodo di stima gode degli stessi pregi e soffre delle stesse criticità di quello illustrato nel par. 6.13.1. Merita tuttavia mettere in evidenza un paio di aspetti:

- è importante notare che il flusso attivo è definibile anche per le macchine prive di magneti permanenti. La stima della posizione rotorica si può fare pertanto con lo schema di Fig. 6.15.2 anche nelle macchine sincrone a riluttanza, purché la corrente diretta sia mantenuta non inferiore ad un certo valore minimo che garantisca un sufficiente livello di flusso attivo, rilevabile con affidabilità.
- Non è invece applicabile l'alternativa di stimare la posizione rotorica ricorrendo alla ricostruzione della forza elettromotrice dovuta al flusso attivo, estendendo quanto illustrato nel par. 6.13.1 parte b). Riscrivendo infatti la 6.15.1 in funzione del flusso attivo secondo la composizione dettata dalla Fig 6.15.1 b) si ottiene:

$$u_d = Ri_d + L_q \frac{di_d}{dt} - \omega_{me} L_q i_q + \frac{d\lambda_a}{dt} = Ri_d + L_q \frac{di_d}{dt} - \omega_{me} L_q i_q + e_d$$

$$u_q = Ri_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_{me} L_q i_d + \omega_{me} \lambda_a = Ri_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_{me} L_q i_d + e_q$$

che mostra che la forza elettromotrice non è disposta sull'asse in quadratura q, ma contiene anche una componente sull'asse diretto d legata alla derivata del flusso attivo e quindi alla derivata della corrente diretta.

6.16 – Stima della posizione e della velocità con il filtro di Kalman esteso

Il filtro di Kalman esteso è una procedura ricorsiva a tempo discreto per la stima ottima dello stato di sistemi non lineari, i cui principi derivano dalla Teoria dei sistemi stocastici. Il filtro di Kalman assume che il sistema sia affetto da un rumore aleatorio di sistema (per esempio per modellare l'imprecisione del modello), da un rumore sulle grandezze misurate e, conseguentemente, da un rumore sullo stato stimato. Si assume che i rumori di sistema e di misura siano indipendenti dallo stato e non correlati fra loro.

Il filtro di Kalman esteso può essere delineato come segue (l'impostazione che se ne dà non è quella generale, ma è quella che poi sarà impiegata per la stima della posizione e della velocità rotatorie in motori sincroni SPM). Si consideri un sistema descritto nello spazio dello stato dal seguente modello⁶:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{H}\mathbf{x}(t)\end{aligned}$$

ove $\mathbf{x}(t)$ è lo vettore dello stato, $\mathbf{u}(t)$ quello degli ingressi (controllo), $\mathbf{y}(t)$ l'uscita (misura).

Si consideri ora il tempo discretizzato con intervallo di campionamento T_c e, in particolare si consideri l'intervallo che va dall'istante $(k-1)T_c$ all'istante kT_c . Allora, usando la notazione $\mathbf{g}_k = \mathbf{g}(kT_c)$, il sistema può essere rappresentato da:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_k &= \mathbf{x}_{k-1} + [\mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k-1}]T_c + \mathbf{v}_{k-1} \\ \mathbf{y}_{k-1} &= \mathbf{H}\mathbf{x}_{k-1} + \boldsymbol{\mu}_{k-1}\end{aligned}\tag{6.16.1}$$

ove sono stati introdotti i rumori bianchi gaussiani a media nulla \mathbf{v}_{k-1} e $\boldsymbol{\mu}_{k-1}$. La grandezza \mathbf{v}_{k-1} è impiegata per rappresentare *errori di modello*, mentre $\boldsymbol{\mu}_{k-1}$ rappresenta *errori di misura*. Tali vettori rumore sono indipendenti dallo stato e hanno matrici diagonali di covarianza (qui assunte costanti nel tempo) \mathbf{Q} e \mathbf{R} rispettivamente.

Secondo la procedura del filtro di Kalman, la stima dello stato dell'istante kT_c si ottiene con i due seguenti passi.

Passo di predizione (detto anche *predizione a priori*): In questo passo lo stato stimato in kT_c indicato con $\mathbf{x}_{k|k-1}$, è ottenuto dal modello discreto del sistema (ignorando i rumori che ovviamente non sono dati), noti l'ultimo stato stimato $\mathbf{x}_{k-1|k-1}$ e l'ingresso \mathbf{u}_{k-1} (oppure, meglio, l'ingresso medio $\langle \mathbf{u}_{k-1} \rangle$ che si applica nell'intervallo che va dall'istante $(k-1)T_c$ all'istante kT_c). Nello stesso passo di predizione si fa anche una *stima a priori della matrice diagonale di covarianza P* dello stato che sarà minimizzata dall'algoritmo del filtro al fine di ottenere una stima ottima. Le equazioni che si impiegano sono:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k|k-1} &= \mathbf{x}_{k-1|k-1} + [\mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1|k-1}) + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k-1}]T_c \\ \mathbf{P}_{k|k-1} &= \boldsymbol{\Phi}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1|k-1}\boldsymbol{\Phi}'_{k-1} + \mathbf{Q}\end{aligned}\tag{6.16.2}$$

con

$$\boldsymbol{\Phi}_{k-1} = \mathbf{e}^{\mathbf{F}k-1T_c} \cong \mathbf{I} + \mathbf{F}_{k-1}T_c\tag{6.16.3}$$

e $\boldsymbol{\Phi}'_{k-1}$ pari alla trasposta di $\boldsymbol{\Phi}_{k-1}$ e dove \mathbf{F}_{k-1} è la matrice $\mathbf{F}(\mathbf{x})$, Jacobiano di $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, data da:

⁶ I caratteri in grassetto in questo caso indicano matrici

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \frac{\delta \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\delta \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\delta f_1(\mathbf{x})}{\delta x_1} & \frac{\delta f_1(\mathbf{x})}{\delta x_2} & \dots \\ \frac{\delta f_2(\mathbf{x})}{\delta x_1} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (6.16.4)$$

calcolata per $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{k-1|k-1}$.

La procedura è inizializzata assegnando i valori iniziali \mathbf{x}_0 e \mathbf{P}_0 alle matrici \mathbf{x} e \mathbf{P} .

Passo di innovazione o aggiornamento (detto anche *predizione a posteriori o filtraggio*): In questo passo lo stato stimato a priori in kT_c e indicato con $\mathbf{x}_{k|k-1}$, è aggiornato sulla base delle misure eseguite all'istante di campionamento kT_c , per ottenere la migliore stima $\mathbf{x}_{k|k}$. A tale scopo allo stato è applicata una correzione proporzionale all'errore fra il valore di alcune grandezze misurate e quello predetto per le stesse con la seconda delle (6.16.1). Nello stesso passo si opera anche un aggiornamento della matrice di covarianza dello stato, secondo le:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k|k} &= \mathbf{x}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{y}_k - \mathbf{H}\mathbf{x}_{k|k-1}] \\ \mathbf{P}_{k|k} &= \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1} \end{aligned} \quad (6.16.5)$$

ove il guadagno del filtro di Kalman è assunto in modo da minimizzare la varianza dell'errore di stima e vale:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}' [\mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}' + \mathbf{R}]^{-1} \quad (6.16.6)$$

Il processo è quindi iterato con il nuovo e successivo passo di predizione a priori.

Per l'applicazione del filtro di Kalman alla stima della velocità e posizione rotorica di un motore sincrono con rotore isotropo, si può assumere il seguente vettore di stato e di ingresso rispettivamente

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [i_\alpha \quad i_\beta \quad \omega_{me} \quad \vartheta_{me}] \\ \mathbf{u} &= [u_\alpha \quad u_\beta] \end{aligned} \quad (6.16.7)$$

e, quindi, descrivere il motore con le seguenti equazioni che derivano dal bilancio delle tensioni di statore, dal bilancio della coppia e dalla relazione posizione-velocità rispettivamente.

$$\begin{cases} \frac{di_\alpha}{dt} = -\frac{R}{L} i_\alpha + \omega_{me} \frac{\Lambda_{mg}}{L} \sin(\vartheta_{me}) + \frac{u_\alpha}{L} \\ \frac{di_\beta}{dt} = -\frac{R}{L} i_\beta - \omega_{me} \frac{\Lambda_{mg}}{L} \cos(\vartheta_{me}) + \frac{u_\beta}{L} \\ \frac{d\omega_{me}}{dt} = \frac{1}{J} (m - m_L) \\ \frac{d\vartheta_{me}}{dt} = \omega_{me} \end{cases} \quad (6.16.8)$$

ove m è la coppia generata (esprimibile in funzione delle correnti, della posizione e del flusso del magnete) e m_L la coppia resistente del carico, in genere funzione di velocità, posizione e del tempo. Tali espressioni non

sono tuttavia necessarie in quanto si può approssimare l'espressione dell'accelerazione assumendo $J \approx \infty$, sicché la matrice $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ diventa:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} i_\alpha + \omega_{me} \frac{\Lambda_{mg}}{L} \sin(\vartheta_{me}) \\ -\frac{R}{L} i_\beta - \omega_{me} \frac{\Lambda_{mg}}{L} \cos(\vartheta_{me}) \\ 0 \\ \omega_{me} \end{bmatrix} \quad (6.16.9)$$

Ciò equivale ad introdurre un errore di modello che rientra nel rumore \mathbf{v}_k . Più precisamente l'approssimazione introdotta comporta che la velocità è considerata costante nel passo di predizione a priori (dalla (6-12-2) risulta $\omega_{me,k|k-1} = \omega_{me,k-1|k-1}$) e sarà compito del passo di aggiornamento recuperare l'errore commesso. Il vantaggio di tale modo di procedere sta nell'eliminazione di ogni parametro meccanico e di ogni modellazione del carico meccanico stesso. L'approssimazione ovviamente è accettabile se la variazione di velocità è piccola nell'intervallo di tempo T_c ovvero se T_c è sufficientemente breve.

Come grandezze di uscita da confrontare con quelle misurate si scelgono le correnti di statore e pertanto le altre matrici del sistema diventa:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.16.10)$$

La stima della velocità e posizione mediante il filtro di Kalman esteso è una tecnica complessa e potente che si può combinare anche con la stima di parametri del motore. Risente dell'eventuale imprecisione nella conoscenza dei parametri anche se errori parametrici e di misura sono, in parte, recuperati dall'algoritmo stesso che prevede la possibilità della presenza di rumore nel modello e nelle misure (ma bianco, gaussiano a valor medio nullo).

Merita osservare che l'applicazione del filtro di Kalman così come descritto precedentemente evidenzia due fenomeni significativi che sono i seguenti:

- la grandezza che viene stimata è il prodotto $\omega_{me} \lambda_{mg}$ piuttosto che la velocità ω_{me} che non compare mai isolata ma sempre combinata con λ_{mg} . Ogni errore in λ_{mg} si ripercuote pertanto in un corrispondente errore in ω_{me} .
- osservando la (6.16.6) si riconosce che le prime due equazioni sono soddisfatte sia con i corretti valori di ω_{me} e ϑ_{me} che con $-\omega_{me}$ e $\vartheta_{me} + \pi$. E' evidente che la seconda soluzione, se soddisfa le prime due equazioni non soddisfa però la quarta. Tuttavia il filtro di Kalman può convergere sulla seconda soluzione se l'elemento $Q(4,4)$ della matrice di covarianza del sistema è non nullo (e sufficientemente grande) a significare la non totale "credibilità" di tale equazione. Non converge invece sulla seconda soluzione se $Q(4,4)=0$, ma ciò può causare un rallentamento nella dinamica di convergenza del filtro.

Un modo per risolvere uno e l'altro dei due problemi consiste nel confrontare la velocità stimata con la derivata della posizione stimata. Quando le due hanno lo stesso segno il filtro è converso sulla soluzione corretta e la discrepanza di valore è dovuta principalmente al non corretto valore di λ_{mg} . Se invece sono di segno opposto il filtro ha trovato la seconda delle soluzioni descritte nel precedente punto b) ed occorre prendere provvedimenti per rimediare.

6.17 – Stima della posizione a rotore fermo o a bassa velocità in motori con rotore anisotropo

Tutti i metodi di stima fin qui descritti fanno uso principalmente delle equazioni di bilancio delle tensioni statoriche e ricavano, in vario modo, la posizione rotorica che caratterizza l'equazione della fem indotta dalle variazioni del flusso concatenato dovuto ai magneti permanenti posti sul rotore. Tutti i metodi pertanto non sono in grado di operare a velocità nulla quando nessuna fem è indotta e, in pratica, non sono applicabili al disotto di una velocità minima, che dipende dall'accuratezza dell'implementazione, del modello usato (parametri) e delle misure.

Una stima della posizione rotorica a velocità nulla può essere ottenuta nella macchine sincrone a magneti permanenti con rotore anisotropo (motori IPM, motori a riluttanza) ricorrendo all'iniezione di segnali addizionale negli avvolgimenti di statore allo scopo di riconoscere la *posizione degli assi di anisotropia* (o come anche si dice la *saliienza*) caratteristici del rotore. Sono normalmente impiegate una o l'altra delle due diverse seguenti modalità di eccitazione.

- a) *Eccitazione con un "flusso pulsante"* – Si assuma, per semplicità, la macchina ferma. Si immagini di produrre lungo l'asse d^x di un arbitrario sistema di riferimento d^x-q^x (non è nota la posizione del vero sistema di riferimento $d-q$) un flusso "pulsante" cioè rappresentato da un vettore spaziale che ha direzione fissa (sia quella dell'asse d^x) e ampiezza variabile con legge sinusoidale (ampiezza negativa equivale ad un'inversione del verso). Tale flusso pulsante potrebbe essere sovrapposto a quello esistente dovuto al magnete e alle correnti inviate per produrre la necessaria coppia. Nel sistema di riferimento d^x-q^x il flusso pulsante ha componente (pulsante) solo secondo l'asse d^x , mentre nel sistema di riferimento $d-q$ ha, in genere, entrambe le componenti (pulsanti) λ_d e λ_q diverse da zero, come in Figura 6.17.1 (proiezioni a tratteggio). Per sostenere tali componenti di flusso si manifesteranno le correnti pulsanti $\lambda_d/L_d=i_d$ e $\lambda_q/L_q=i_q$ rispettivamente. Se $L_q>L_d$ il rapporto i_d/i_q sarà, in valore assoluto, maggiore del rapporto λ_d/λ_q ovvero il vettore di corrente avrà una direzione di pulsazione che si posiziona fra l'asse d^x e l'asse d , come mostra la figura. Sarà pertanto presente una componente pulsante di corrente i_q^x ogni volta che l'asse d^x non coincide con l'asse d . Sarà proprio elaborando tale componente pulsante di corrente che si ricaveranno informazioni per correggere la posizione del sistema di riferimento d^x-q^x fino a farlo coincidere con $d-q$, identificando in tal modo la posizione rotorica. Nel seguito si illustrerà in dettaglio questa metodo di stima, che si può applicare anche se il rotore è in moto, si mostrerà come generare il flusso pulsante, e ricavare ed elaborare la corrente i_q^x e, infine, si discuterà sulle prestazioni dello stimatore.

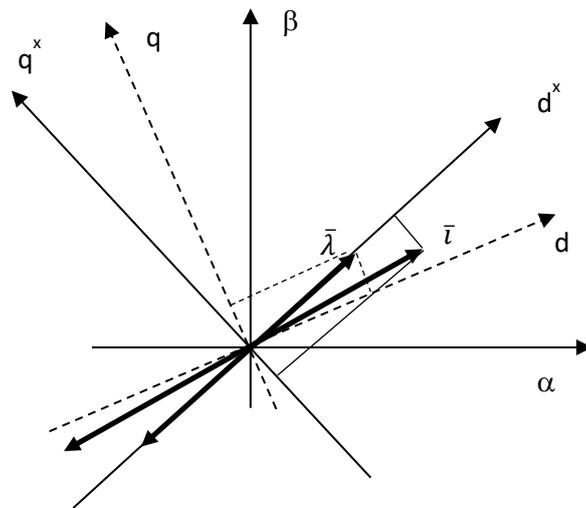


Fig. 6.17.1 – Esempificazione della tecnica di stima con flusso pulsante

- b) *Eccitazione con un “flusso rotante”* – Si assuma, ancora per semplicità, la macchina ferma. Si immagini di produrre un flusso “rotante” cioè rappresentato da un vettore spaziale che ha ampiezza fissa e velocità di rotazione costante. Esso traccia nel piano $\alpha\beta$ una circonferenza come indicato in Fig. 6.17.2. Tale flusso rotante potrebbe essere sovrapposto a quello esistente dovuto al magnete e alle correnti inviate per produrre la necessaria coppia e sarà da questi distinto per la diversa velocità di rotazione. Nel sistema di riferimento d-q (di posizione non nota) si ha ancora un vettore di flusso rotante che presenterà componenti (sinusoidali) λ_d e λ_q di uguale ampiezza diversa da zero. Per sostenere tali componenti di flusso si manifesteranno le correnti $\lambda_d/L_d=i_d$ e $\lambda_q/L_q=i_q$ rispettivamente. Se $L_q>L_d$ il rapporto i_d/i_q sarà, in valore assoluto, maggiore di uno ovvero il vettore di corrente tratterà un’ellisse il cui asse maggiore è diretto secondo l’asse d, come mostra la figura. Sarà proprio elaborando tale comportamento della corrente che si ricaveranno le informazioni per identificare la posizione del sistema di riferimento d-q, identificando in tal modo la posizione rotorica. Nel seguito non sarà illustrata questa tecnica.

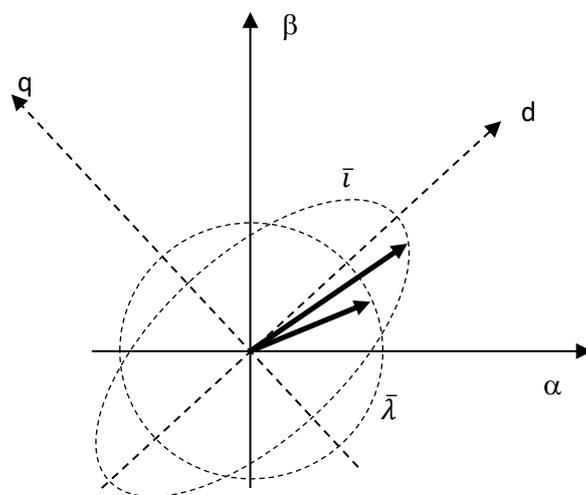


Fig. 6.17.2 – Esempificazione della tecnica di stima con flusso rotante

6.17.1 – Stima della posizione con iniezione di flusso (tensione) pulsante - Si consideri allo scopo un motore IPM, del quale non è nota la posizione ϑ_{me} e lo si descriva con riferimento ad un generico sistema di assi d^x - q^x la cui posizione ϑ^s_x si vuole far coincidere con ϑ_{me} e pertanto può essere indicata anche con $\tilde{\vartheta}_{me}$. Nel sistema di riferimento prescelto, che ruoterà con velocità $\omega^s_x = \omega_x$ (per semplicità di scrittura) = $\tilde{\omega}_{me}$, l'equazione vettoriale storica diventa:

$$\bar{u}^x = R\bar{i}^x + \frac{d\bar{\lambda}^x}{dt} + j\omega_x\bar{\lambda}^x \quad (6.17.1)$$

valida sia per macchine con rotore isotropo che anisotropo ed anche in presenza di saturazione del ferro. Considerando una macchina magneticamente lineare (priva di saturazione del ferro)⁷, ma con rotore anisotropo, nel sistema di riferimento d - q sincrono con il rotore e con l'asse d coincidente con l'asse polare e pertanto con posizione ϑ_{me} (si veda la Fig. 6.17.3), il flusso può essere espresso con le:

$$\lambda_d = L_d i_d + \lambda_{mg}$$

$$\lambda_q = L_q i_q$$

o, in forma matriciale:

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{mg} \\ 0 \end{bmatrix} = [L][i] + [\lambda_{mg}] = [\lambda_i] + [\lambda_{mg}] \quad (6.17.2)$$

Il vettore flusso concatenato può essere definito nel sistema di riferimento d^x - q^x applicando la trasformazione riportata nella stessa Fig. 6.17.3.

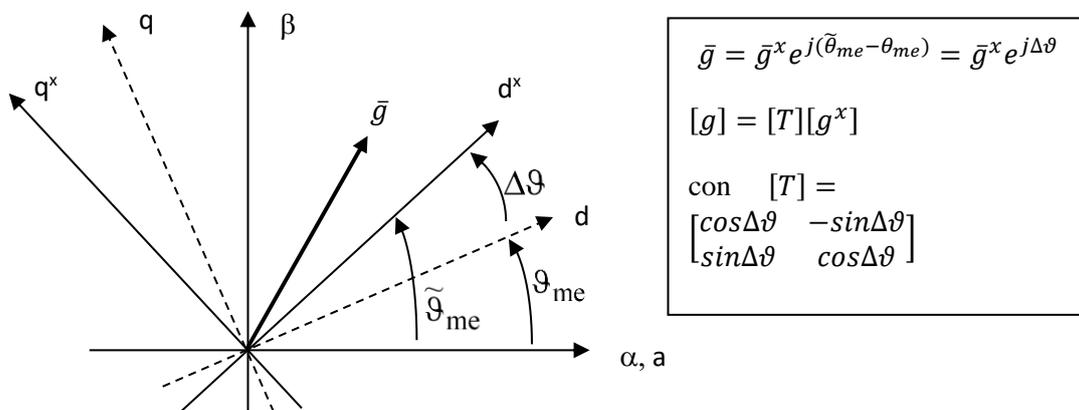


Fig. 6.17.3 – Sistemi di riferimento: stazionario (α - β), sincrono con il rotore (d - q), riferito alla posizione stimata $\tilde{\vartheta}_{me}$ (d^x - q^x)

Ne risulta dalla (6.17.2):

$$[T][\lambda^x] = [L][T][i^x] + [\lambda_{mg}]$$

moltiplicando ambo i membri per $[T]^{-1}$ si ricava:

⁷ Sugli effetti della saturazione del ferro si discuterà più avanti.

Sostituendo le (6.17.6) nella (6.17.1) e risolvendo a regime alla pulsazione ω_h dopo aver trascurato la caduta resistiva si ottiene la soluzione:

$$\begin{aligned}\lambda_{hd}^x &= \Lambda_{hd} \sin \omega_h t \\ \lambda_{hq}^x &= \Lambda_{hq} \cos \omega_h t\end{aligned}\quad (6.17.7)$$

con

$$\begin{aligned}\Lambda_{hd} &= \frac{U_{hd}\omega_h - U_{hq}\omega_x}{\omega_h^2 - \omega_x^2} \\ \Lambda_{hq} &= \frac{U_{hd}\omega_x - U_{hq}\omega_h}{\omega_h^2 - \omega_x^2}\end{aligned}\quad (6.17.7a)$$

Imponendo le tensioni nel rispetto di $U_{hq} = U_{hd}\omega_x/\omega_h$ la soluzione si semplifica nella

$$\begin{aligned}\Lambda_{hd} &= \frac{U_{hd}}{\omega_h} \\ \Lambda_{hq} &= 0\end{aligned}\quad (6.17.8)$$

indipendente dalla velocità del ω_x del sistema di riferimento. Si ottiene quindi un vettore di flusso pulsante nella direzione dell'asse d^x , come desiderato.

Sfruttando infine la relazione flussi-correnti data dalla (6.17.5) si possono calcolare le correnti corrispondenti alle (6.17.8). Allo scopo si ignora nelle (6.17.5) il termine legato al flusso del magnete permanente che non è affetto dall'eccitazione alla pulsazione ω_h e risolvendo nelle correnti si trova infine:

$$\begin{aligned}i_{hd}^x &= \frac{U_{hd}}{\omega_n L_d L_q} (L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t = I_{hd} \sin \omega_h t \\ i_{hq}^x &= \frac{-U_{hd}}{\omega_n L_d L_q} (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t = -I_{hq} \sin \omega_h t\end{aligned}\quad (6.17.9)$$

che rappresentano le componenti di un vettore pulsante nel piano d^x - q^x , Fig. 6.17.5.

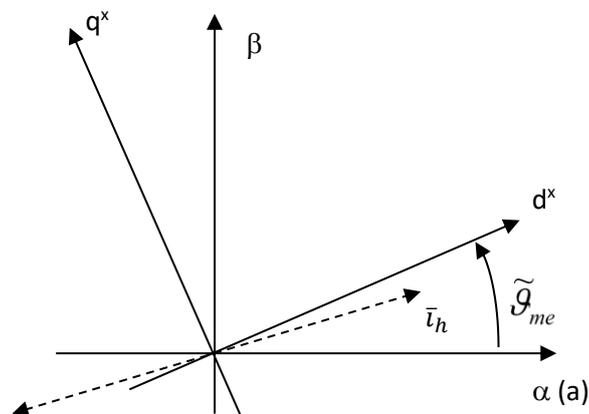


Fig. 6.17.5 – Vettore pulsante della corrente ad alta frequenza

Un meccanismo di aggiustamento può infine correggere la posizione $\tilde{\vartheta}_{me}$ fino all'annullamento di $\Delta\vartheta$, risultato che si riconosce per l'annullamento della componente in quadratura nella (6.17.9).

Allo scopo si impiega l'elaborazione mostrata nello schema di Fig. 6.17.6

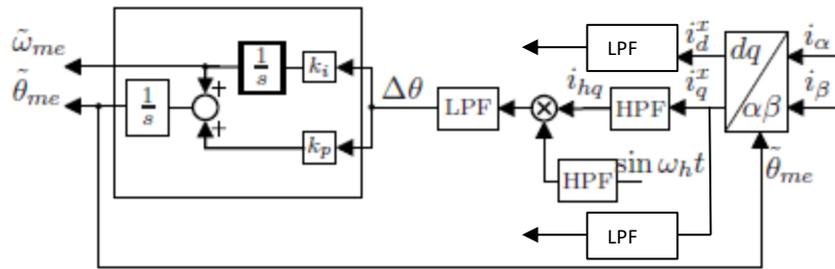


Fig. 6.17.6 – Meccanismo di annullamento di $\Delta\vartheta$

Lo schema si spiega nel seguente modo: le correnti misurate i_α e i_β sono trasformate nelle componenti i_d^x e i_q^x mediante la posizione stimata $\tilde{\vartheta}_{me}$. Queste correnti, sia prima che dopo la trasformazione, contengono sia la componente a frequenza bassa o nulla (quella inviata per produrre la coppia) e la componente a pulsazione ω_h (detta alta frequenza). Le componenti a bassa frequenza vengono separate mediante due filtri passa basso (low pass filter LPF) e servono per chiudere gli anelli di corrente (segnali di reazioni nel controllo di corrente). La componente ad alta frequenza i_{hq} nella corrente i_q^x viene estratta con un filtro passa alto (high pass filter HPF). Di questa componente in alta frequenza serve l'ampiezza e questa si ricava moltiplicandola per la funzione $\sin \omega_h t$ (la presenza del filtro passa alto su questa funzione ha solo lo scopo di produrre lo stesso sfasamento sui due canali del moltiplicatore). La moltiplicazione produce (si veda la (6.17.9):

$$i_{hq}^x \sin \omega_h t = I_{hq} \sin^2 \omega_h t = \frac{I_{hq}}{2} (1 - \cos 2\omega_h t) \quad (6.17.10)$$

Il successivo filtro passa basso rimuove la componente a frequenza $2\omega_h$ lasciando alla sua uscita la sola quantità

$$\frac{I_{hq}}{2} = \frac{U_{hd}}{2\omega_h L_d L_q} (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) \approx \frac{U_{hd} L_\Delta}{2\omega_h L_d L_q} (2\Delta\vartheta) \quad (6.17.11)$$

ove l'ultima approssimazione si applica intorno al valore a regime dello stimatore che è $\Delta\vartheta = 0$.

Si possono fare in conclusione le seguenti considerazioni:

- La pulsazione ω_h va scelta sufficientemente minore della frequenza di commutazione dell'invertitore perché le tensioni iniettate ad alta frequenza devono essere prodotte dall'invertitore stesso. Deve però essere maggiore della velocità meccanica elettrica per evitare singolarità nelle (6.17.7a). Normalmente la frequenza f_h è compresa fra 500 e 1000 Hz.
- La (6.17.11) mostra che per l'applicabilità del metodo deve essere L_Δ diverso da zero, altrimenti la corrente I_{hq} è identicamente nulla. Il motore deve avere quindi un rotore con struttura anisotropa; potrebbe tuttavia essere anche privo dei magneti i cui flussi non compaiono nelle equazioni in questione. Quindi il metodo è adatto anche per motori a riluttanza.
- Le correnti ad alta frequenza sono causa di maggiori perdite Joule, armoniche di coppia alla stessa frequenza, rumore, e richiedono un sovradimensionamento in corrente dell'invertitore. Le tensioni ad alta frequenza richiedono un sovradimensionamento in tensione dell'invertitore. L'utilizzo di questa

tecnica di stima della posizione rotorica ha implicazioni di costo non solo per la maggiore complessità del sistema di controllo, ma anche per il maggior costo dell'elettronica di potenza.

- d) La (6.17.11) mostra che la corrente I_{nq} è nulla non solo per $\Delta\vartheta = 0$, che è la soluzione cercata, ma anche per tutti i valori $2\Delta\vartheta = k\pi$ ($k=0,1,2,\dots$) per i quali si annulla la funzione seno, per cui ci si deve chiedere quale soluzione sarà proposta dallo stimatore. Si può peraltro verificare che:
- a. La soluzione per $k=0$ è quella corretta; anche per $k=4,8,\dots$ le soluzioni sono corrette.
 - b. Le soluzioni per k dispari, quindi $\Delta\vartheta = \frac{k\pi}{2}$, sono instabili e quindi non sono soluzioni di convergenza dello stimatore.
 - c. Le soluzioni per $k=2,6,10, \dots$ sono possibili soluzioni stabili dello stimatore e corrispondono a $\Delta\vartheta = k\pi, 3k\pi, \dots$ che corrispondono ad una stima corretta della direzione dell'asse d, ma con verso invertito. Questo errore non avrebbe conseguenze per un motore a riluttanza, ma va risolto con strategie specifiche (non illustrate qui) per i motori a magneti permanenti.
- e) La tecnica di stima illustrata si applica anche in presenza di saturazione del ferro. In tal caso è ancora valida la trattazione fatta, immaginando che sia uno studio ai piccoli segnali intorno al punto di lavoro e utilizzando pertanto le induttanze differenziali. Da ricordare che in presenza di saturazione del ferro si manifesta anche una induttanza mutua fra gli assi d e q la quale è causa di errore di stima e, perfino, può compromettere la convergenza dello stimatore negli azionamenti sensorless (cioè in quelli che utilizzano la posizione stimata in sostituzione di quella reale).