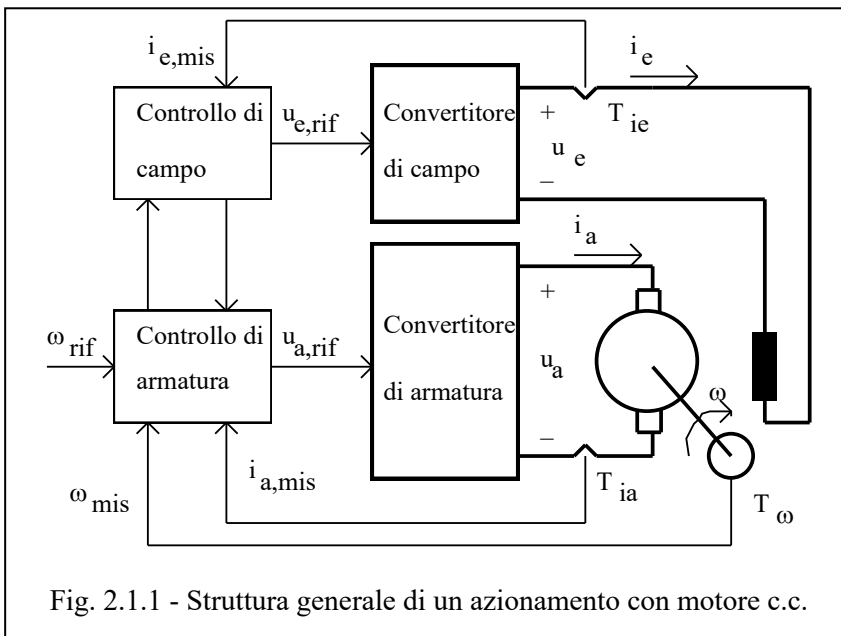


Azionamenti con motore corrente continua

2.1 - Struttura dell'azionamento. - La struttura di principio di un azionamento con motore a corrente continua ad eccitazione indipendente, per il quale si preveda sia il controllo di armatura che quello di campo, è illustrato in Fig. 2.1.1. Il circuito di armatura e quello di eccitazione sono alimentati da due convertitori statici che forniscono le desiderate tensioni di armatura u_a e di eccitazione u_e proporzionali ai corrispondenti riferimenti $u_{a,rif}$ e $u_{e,rif}$. Questi ultimi sono prodotti dal controllo dell'azionamento che elabora i segnali di riferimento della velocità ω_{rif} (o, quando è il caso, quello della coppia o della posizione) e quelli di reazione, per esempio, con riferimento alla figura, i segnali di velocità e quelli delle correnti di armatura e di eccitazione, ottenuti dai rispettivi trasduttori. Quando non è prevista la regolazione di campo, l'eccitazione è alimentata a tensione costante (o addirittura realizzata con magneti permanenti).



Numerose sono le configurazioni possibili dei convertitori statici e dei sistemi di controllo. Alcune di quest'ultimi saranno esaminate in dettaglio nel seguito di questo capitolo.

Per quanto riguarda i convertitori statici, si fa qui l'assunzione che essi possano erogare tensioni e correnti sia negative che positive e che la tensione di uscita segua linearmente quella di ingresso con una dinamica definita da una funzione di trasferimento del primo ordine¹. Per i convertitori si assumerà pertanto la relazione in s

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{U_{rif}(s)} = \frac{K_c}{1 + s\tau_c} \quad (2.1.1)$$

dove K_c è il guadagno (costante) del convertitore e τ_c è la costante di tempo che definisce il ritardo con cui la tensione di uscita risponde ad ogni variazione del suo riferimento

In genere il valore di τ_c va dalle frazioni di millisecondo a qualche millisecondo e perciò è solitamente inferiore della costante di tempo di armatura che, a sua volta, è generalmente molto inferiore di quella meccanica e di quella del circuito di eccitazione.

¹ In realtà sarebbe più corretto rappresentare la dinamica di un convertitore di potenza con un ritardo fisso. Data però una funzione $f(t)$, la sua espressione quando la si ritarda di un tempo τ_c diventa $f(t - \tau_c)$. Nel dominio di Laplace questo equivale a moltiplicare la trasformata $F(s)$ di $f(t)$ per $e^{-s\tau_c}$. Per piccoli valori di τ_c si può poi approssimare in serie di McLaurin la funzione esponenziale, ottenendo la relazione:

$$e^{-s\tau_c} = \frac{1}{e^{s\tau_c}} \cong \frac{1}{1 + s\tau_c}$$

2.2 – Controllo di armatura a corrente impressa

Nell'introduzione si è illustrato lo schema generale di un azionamento elettrico (Fig. I.7.1), evidenziando come esso contenga alcuni anelli di controllo annidati, il più interno dei quali è il controllo di coppia. Per le velocità di funzionamento inferiori alla velocità base, tale controllo di coppia si attua agendo sulla tensione o sulla corrente di armatura, mentre il flusso induttore è mantenuto costante e pari al suo valore nominale. Le equazioni del motore in corrente continua (si veda il Cap. 1) mostrano d'altro canto che se, il flusso induttore è costante, la coppia è direttamente proporzionale alla corrente di armatura e la prima può pertanto essere efficacemente controllata agendo sulla seconda. Nella maggior parte degli azionamenti in corrente continua il controllo di coppia si attua pertanto mediante un controllo a catena chiusa della corrente di armatura:

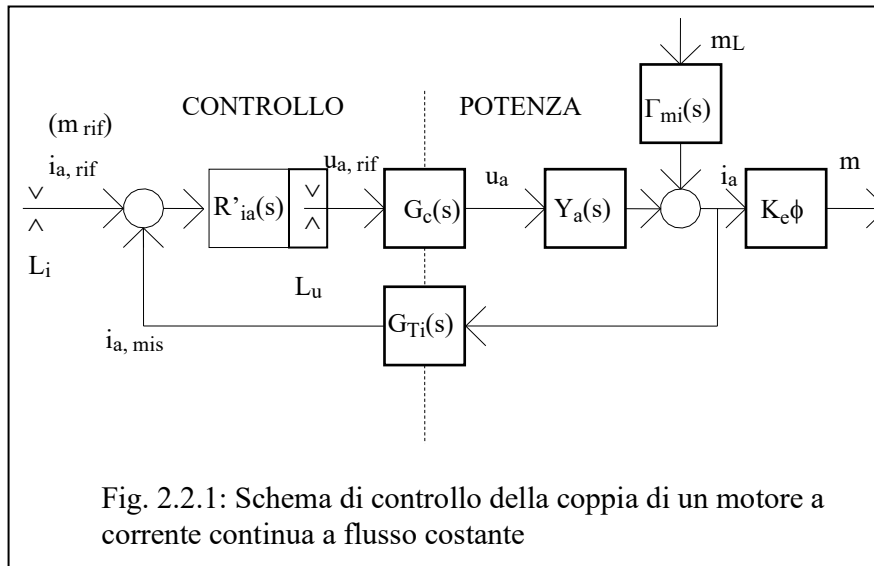


Fig. 2.2.1: Schema di controllo della coppia di un motore a corrente continua a flusso costante

azionamento a corrente impressa.

Per il controllo di coppia si potrà quindi assumere lo schema di Fig. 2.2.1., assumendo valide le ipotesi formulate nel definire le fdt $Y_a(s)$ e $\Gamma_{mi}(s)$ del motore (in particolare la linearità del carico meccanico).

Il segnale di ingresso è il riferimento di corrente $i_{a,rif}$ (che, per quanto detto sopra è, con altro fattore di scala, anche un riferimento di coppia); esso viene confrontato con il segnale di reazione $i_{a,mis}$ che rappresenta la corrente vera del

motore. Il segnale di reazione è misurato dal trasduttore di corrente T_i che è rappresentato in figura dal blocco con funzione di trasferimento $G_{Ti}(s)$. La differenza fra il riferimento di corrente e il segnale di reazione costituisce l'errore (o segnale di errore) di corrente che viene elaborato dal regolatore di corrente (o controllore) R'_{ia} per produrre il riferimento di tensione $u_{a,rif}$. Quest'ultimo è l'ingresso (comando) del convertitore statico (cfr Fig. 2.1.1) rappresentato in figura dal blocco con fdt $G_c(s)$ definita dalla (2.1.1). La tensione u_a erogata dal convertitore statico a seguito del comando $u_{a,rif}$ viene applicata al motore producendo, assieme alla coppia di disturbo m_L , con la dinamica descritta dalle fdt $Y_a(s)$ e $\Gamma_{mi}(s)$ rispettivamente, la corrente di armatura i_a e quindi la coppia m . Lo schema contiene anche i limitatori L_i e L_u lo scopo dei quali è quello di limitare adeguatamente i segnali di riferimento della corrente e della tensione di armatura così da chiedere correnti e tensioni compatibili con i limiti fisici del motore e del convertitore. Sui criteri di progetto di detti limitatori e sul loro coordinamento con i regolatore che li precedono nello schema si tornerà più avanti.

Per quanto riguarda il trasduttore di corrente, la sua fdt $G_{Ti}(s)$ sarà in generale del tipo della $G_c(s)$, con un guadagno statico e (almeno) un polo a denominatore legato ad una costante di tempo τ_{Ti} . Tuttavia, nel corso di questo capitolo si assumerà che la costante di tempo τ_{Ti} sia sufficientemente più piccola delle altre costanti di tempo presenti nello schema e quindi possa essere trascurata descrivendo la fdt $G_{Ti}(s)$ con il suo solo guadagno statico K_{Ti} .

Lo schema di Fig. 2.2.1 può essere modificato in quello equivalente di Fig. 2.2.2 ove il guadagno del trasduttore di corrente è stato riportato nella catena diretta (e il suo reciproco fra il segnale di ingresso e il nodo sommatore) e il guadagno stato K_c della fdt del convertitore statico è stato separato dalla parte dinamica della stessa fdt.

Il vantaggio della trasformazione è quello di essersi ricondotti ad un sistema di controllo a reazione unitaria. I guadagni K_{Ti} e K_c sono quindi conglobati con il regolatore di corrente R'_i per ottenere il nuovo regolatore R_i . Nello schema compaiono le nuove grandezze di riferimento i_a^* e u_a^* che, in virtù della reazione unitaria

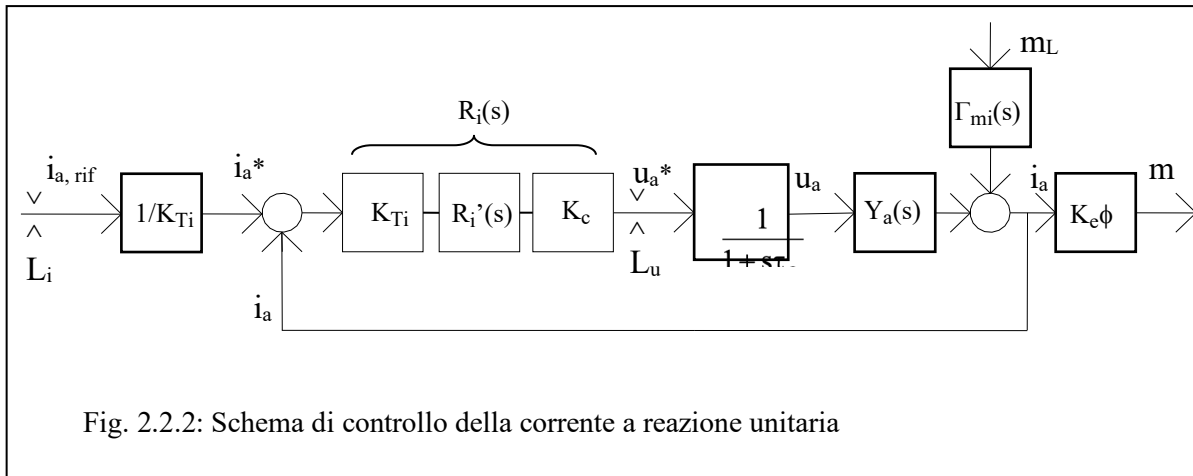


Fig. 2.2.2: Schema di controllo della corrente a reazione unitaria

e del guadagno unitario del blocco dinamico che rappresenta il convertitore, sono numericamente coincidenti rispettivamente con l'intensità della corrente e della tensione di armatura desiderate.

Il progetto del regolatore di corrente $R_i(s)$ viene condotto in modo da soddisfare definite specifiche che dipendono anche dall'applicazione. Fra di esse si trovano spesso specificazioni su una o più delle seguenti grandezze:

- Errore di corrente a regime $\varepsilon_i(\infty)$ all'ingresso a gradino
- Errore di corrente a regime $\varepsilon_i(\infty)$ in presenza di coppia di disturbo costante
- Banda passante, f_{Bi}
- Tempo di salita nella risposta all'ingresso a gradino, t_r
- Margine di fase, m_ϕ
- Sovraelongazione nella risposta al gradino, σ
-

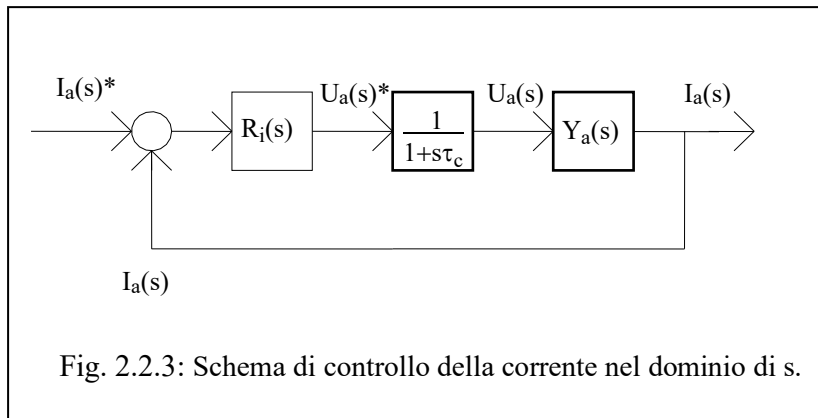
Si ricorda che le grandezze sopra elencate non sono fra loro indipendenti.

Il regolatore di corrente $R_i(s)$ che compare nello schema di Fig. 2.2.2 può basare il suo funzionamento su diversi principi, anche ricorrendo ad algoritmi non lineari. Di seguito si illustreranno alcune soluzioni di maggior interesse.

2.2.1 – Controllo di corrente con regolatori PID. – Le assunzioni che hanno portato allo schema di controllo della corrente di armatura illustrato nelle precedenti figure di questo paragrafo (flusso induttore costante, assenza di saturazione magnetica nel ferro, comportamento lineare del convertitore ewcc.) hanno permesso di ottenere un sistema lineare che può essere agevolmente trattato con i classici e più comuni metodi di analisi e di progetto dei sistemi automatici. In linea con tale impostazione per il regolatore R_i si potrà impiegare una delle più comuni forme di *reti correttive* rappresentata dai regolatori PID

$$R_i(s) = K_{Pi} + \frac{K_{Ii}}{s} + sK_{Di} \quad (2.2.1)$$

dei quali si dovranno progettare i diversi guadagni proporzionale K_{Pi} , integrale K_{Ii} , derivativo K_{Di} o le costanti di tempo se scritto in altra forma come in seguito descritto.



Nell'ipotesi di struttura PID definita dalla (2.2.1), il regolatore di corrente risulta lineare. Se si trascura la presenza dei limitatori (che sono blocchi non lineari), ipotizzando di operare con livelli dei segnali di riferimento sufficientemente piccoli per cui i limitatori non intervengono, l'anello di controllo della corrente di Fig. 2.2.2 può essere esaminato nel dominio di s (dominio di Laplace) facendo riferimento alla Fig. 2.2.3.

Nel corso di queste note si farà uso della tecnica di progetto dei regolatori basata sui diagrammi di Bode (risposta in frequenza). Ogni altra tecnica di progetto del controllo (luogo delle radici, diagrammi di Nyquist, ecc) sarebbe comunque ugualmente applicabile.

La tecnica di progetto basata sui diagrammi di Bode richiede, come noto, lo studio del comportamento in frequenza della fdt ad anello aperto GH , ove G è la fdt della catena diretta ed H quella della catena di reazione (H è unitaria in Fig. 2.2.3). Il soddisfacimento delle specifiche è ottenuto facendo acquisire alla risposta in frequenza di GH peculiari caratteristiche.

Il progetto prende avvio studiando dapprima, analiticamente e/o graficamente, la risposta in frequenza della fdt GH_R che è la fdt ad anello aperto ad esclusione del regolatore R_i che è ancora da definire. In base alla Fig. 2.2.3 si ottiene

$$GH_R(s) = \frac{1}{1+s\tau_c} Y_a(s) \quad (2.2.2)$$

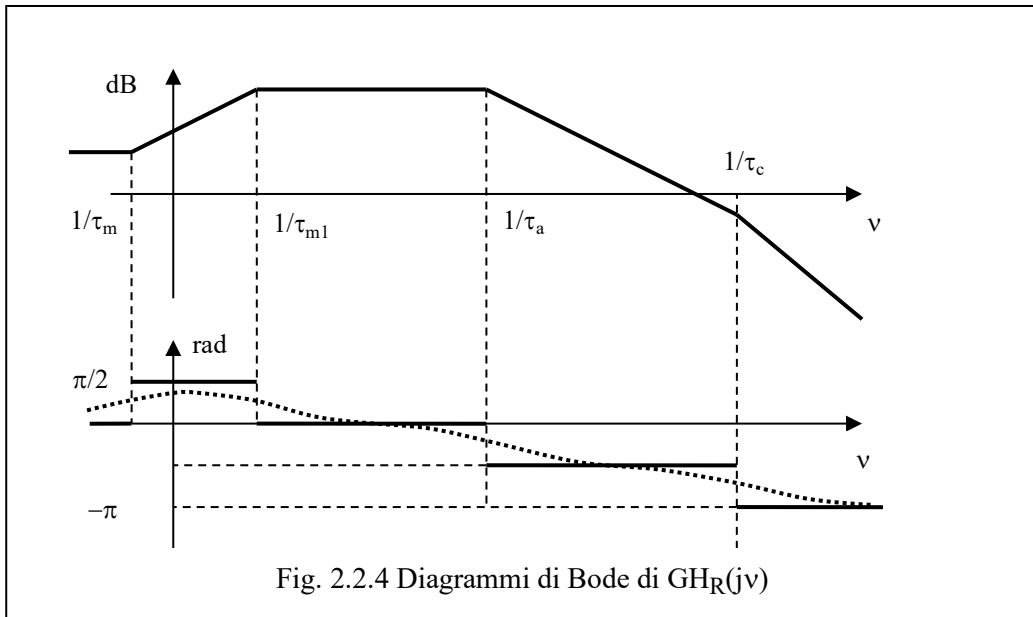
che, tenendo conto dell'espressione di $Y_a(s)$, diventa

$$GH_R(s) = \frac{1}{1+s\tau_c} \frac{B+sJ}{(K_e\Phi)^2 \left(1-\frac{s}{p_1}\right)\left(1-\frac{s}{p_2}\right)} \quad (2.2.3)$$

Assumendo la condizione più frequente nella quale $\tau_a \ll \tau_{m1}$ per cui $p_1 = -1/\tau_a$ e $p_2 = -1/\tau_{m1}$, la (2.2.3) può essere riscritta e riordinata nella forma

$$GH_R(s) = \frac{B}{(K_e\Phi)^2} \frac{(1+s\tau_m)}{(1+s\tau_c)(1+s\tau_a)(1+s\tau_{m1})} \quad (2.2.4)$$

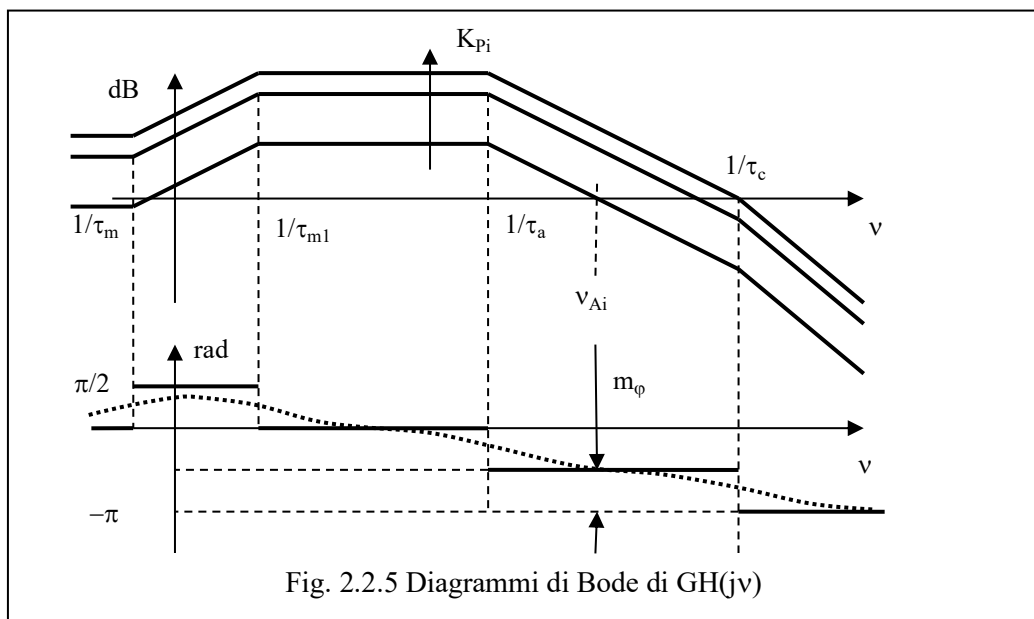
Lo studio in frequenza della $GH_R(jv)$ si ottiene esaminando modulo e fase della funzione complessa nella variabile di studio v che si ricava dalla (2.2.4) con la sostituzione $s=jv$. I diagrammi approssimati (asintotici e costanti a tratti) che ne risultano dell'ampiezza (in dB) e della fase (in rad) sono quelli di Fig. 2.2.4. avendo assunto ragionevolmente che $\tau_c < \tau_a$. Nella stessa figura è rappresentata qualitativamente anche la reale risposta in frequenza della fase (curva a tratteggio).



Si possono quindi esaminare le differenti prestazioni che si ottengono con differenti regolatori di corrente.

2.2.1.1 – Regolatore di corrente di tipo P. – Il regolatore di corrente di tipo P è definito dalla relazione

$$R_i(s) = K_{Pi} \quad (2.2.5)$$



La funzione di trasferimento ad anello aperto $GH(s)$ si ottiene pertanto moltiplicando semplicemente $GH_R(s)$ per K_{Pi} senza che ne venga modificata la mappa dei poli e degli zeri e, conseguentemente, il diagramma della fase. Il solo effetto è una traslazione verticale verso l'alto ($K_{Pi} > 1$) o verso il basso ($K_{Pi} < 1$) del diagramma del modulo di Fig. 2.2.4, come rappresentato in Fig. 2.2.5. Ciò fa variare la frequenza (angolare) di attraversamento v_{Ai} , che corrisponde approssimativamente alla banda passante $2\pi f_{Bi}$ del controllo di corrente. Con v_{Ai} si modifica anche il margine di fase m_ϕ ; si riconosce che per avere un margine di fase di all'incirca $\pi/4$ rad (cioè 45° , che è il limite pratico inferiore in applicazioni di questo tipo) la frequenza di attraversamento v_{Ai} non può superare $1/\tau_c$ e ciò comporta un limite superiore per il valore di K_{Pi} che si può imporre e per la banda passante f_{BW_i} che si può ottenere.

Per esempio usando un convertitore ad SCR con τ_c pari a 2 ms si può stimare una banda passante massima pari a $1/0.002 = 500$ rad/s corrispondenti a circa 80 Hz. In pratica per avere un margine di fase più abbondante anche in presenza di altri poli che si sono trascurati nella semplice trattazione riportata, la banda passante massima sarà approssimativamente pari alla metà di quella sopra valutata cioè di 40 Hz.

A partire dalla (2.2.4) e aiutandosi con la Fig. 2.2.5, il valore di K_{Pi} può essere ottenuto analiticamente imponendo che alla desiderata frequenza di attraversamento ν_{Ai} l'ampiezza della $GH(j\nu)$ sia unitaria (corrispondente al valore nullo in dB). Ne risulta:

$$1 = K_{Pi} \frac{B}{(K_e \Phi)^2} \frac{\sqrt{(1 + (\nu_{Ai} \tau_m)^2)}}{\sqrt{(1 + (\nu_{Ai} \tau_c)^2)} \sqrt{(1 + (\nu_{Ai} \tau_a)^2)} \sqrt{(1 + (\nu_{Ai} \tau_{ml})^2)}} \quad (2.2.6)$$

da cui si ricava il valore del guadagno proporzionale K_{Pi} .

Si può quindi verificare il margine di fase m_ϕ dalla fase della $GH(j\nu)$ in corrispondenza alla frequenza angolare ν_{Ai} , con la:

$$m_\phi = \arg[GH(j\nu_{Ai})] - (-\pi) = \arg[GH(j\nu_{Ai})] + \pi \quad (2.2.7)$$

ovvero

$$m_\phi = a \tan(\nu_{Ai} \tau_m) - a \tan(\nu_{Ai} \tau_c) - a \tan(\nu_{Ai} \tau_a) - a \tan(\nu_{Ai} \tau_{ml}) + \pi \quad (2.2.8)$$

Si noto che il margine di fase non dipende da K_{Pi} , come già affermato, ma solo dalla frequenza angolare di attraversamento ν_{Ai} .

E' interessante esaminare il comportamento del controllo di corrente di armatura con regolatore P, in termini di errore a regime all'ingresso costante. Come noto l'errore a regime ad un ingresso costante $I_a^* - I_a$ può essere espresso in valore relativo rispetto al riferimento dalla

$$\frac{I_a^* - I_a}{I_a^*} = \frac{1}{1 + G(0)} \quad (2.2.9)$$

Come si evince dal grafico di Fig. 2.2.5 il valore di $G(0)$ è finito e pertanto l'errore è sempre non nullo e tanto più grande quanto più piccolo è $G(0)$. Aumentando K_{Pi} si ottiene una riduzione dell'errore a regime, ma ciò non può essere esteso a piacere per il limite superiore che affligge K_{Pi} per le esigenze di stabilità appena discusse.

In particolare se il carico meccanico è puramente inerziale ($B=0$) si trova che $G(0)=0$ e la (2.2.6) porge sempre il valore unitario ossia a regime $I_a=0$ in risposta a qualsiasi I_a^* ².

Questo comportamento si può spiegare in questo modo. Se il carico è puramente inerziale e $m_L=0$, come sopra definito, l'unica soluzione a regime (cioè con grandezze costanti nel tempo) possibile è con $\omega=\text{cost}$ e quindi con coppia e corrente di armatura nulle. Il riferimento di corrente diventa tutto errore di corrente che moltiplicato per K_{Pi} si trasforma in riferimento di tensione (in definitiva in tensione di armatura). Al variare del riferimento di corrente si ha perciò a regime una variazione della tensione applicata al motore e pertanto una diversa velocità di marcia.

Esercizio: Esaminare il comportamento dell'errore di corrente di armatura a regime con regolatore di corrente di tipo P e con carico inerziale caratterizzato da $B=0$, ma $m_L=M_L=\text{cost} \neq 0$.

² Si noti che la trattazione si riferisce alla risposta all'ingresso I_a^* . L'altro ingresso (disturbo) m_L è assunto nullo. Una corrente diversa da zero si potrebbe avere in presenza di coppia di disturbo diversa da zero, ma ciò non inficia i risultati cui si sta pervenendo.

2.2.1.2 – Regolatore di corrente di tipo PI. – Il regolatore di corrente di tipo PI è definito dalla relazione

$$R_i(s) = K_{Pi} + \frac{K_{Ii}}{s} = K_{Pi} \frac{1 + s\tau_{Ri}}{s\tau_{Ri}} = K_{Ii} \frac{1 + s\tau_{Ri}}{s} \quad (2.2.10)$$

ove $\tau_{Ri} = K_{Pi} / K_{Ii}$.

La funzione di trasferimento ad anello aperto $GH(s)$ si ottiene ancora moltiplicando $GH_R(s)$ per $R_i(s)$ dato dalla (2.2.7). In termini di risposta in frequenza ciò corrisponde a sommare le ampiezze (in dB) e le fasi della $GH_R(jv)$ e della $R_i(jv)$ come illustrato in Fig. 2.2.6

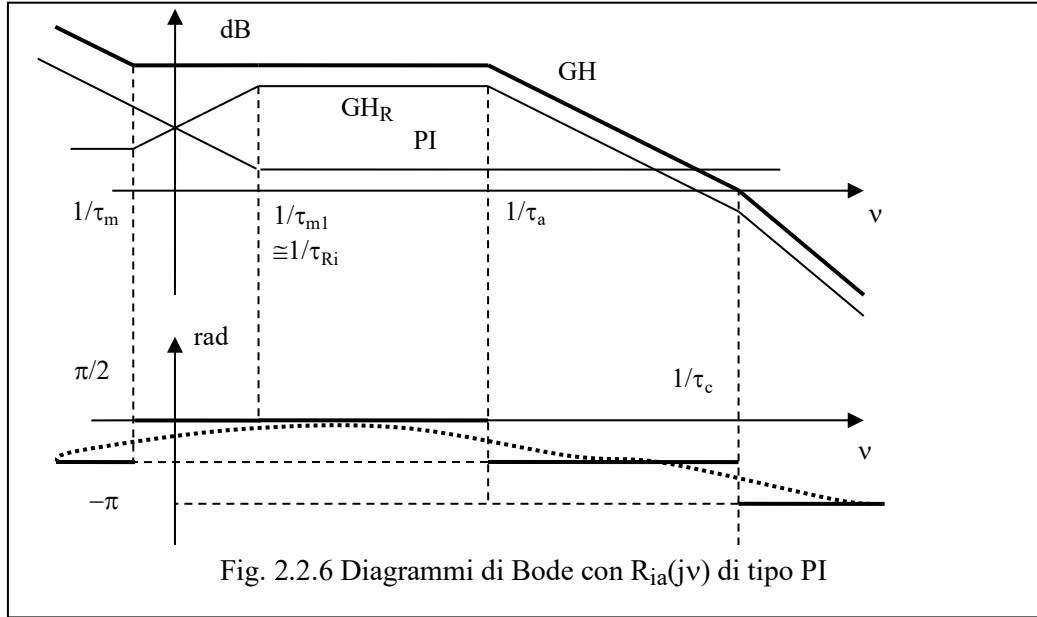


Fig. 2.2.6 Diagrammi di Bode con $R_{ia}(jv)$ di tipo PI

Solitamente (ma non obbligatoriamente) la costante di tempo τ_{Ri} del regolatore di corrente viene posta all'incirca pari alla costante di tempo elettromeccanica τ_{m1} come nella Fig. 2.2.6 così da avere una cancellazione polo-zero nella catena diretta.

Si osserva che i comportamenti alle alte frequenze, cioè al di sopra di $v=1/\tau_{Ri}$ dei diagrammi di Bode di Fig. 2.2.5 (regolatore di tipo P) e di quello di Fig. 2.2.6 (regolatore di tipo PI) non differiscono. Ciò è conseguenza del fatto che alle alte frequenze il regolatore PI si comporta come un semplice regolatore P, avendo la parte proporzionale un effetto dominante su quella integrale. Di conseguenza dal punto di vista degli indici di stabilità e della banda passante le due soluzioni sono equivalenti e permangono gli stessi limiti di banda passante e di guadagno proporzionale dedotti della discussione del regolatore di tipo P: *per avere una margine di fase di almeno $\pi/4$ rad la frequenza di attraversamento v_{Ai} non può superare $1/\tau_c$ e ciò comporta un limite superiore per il valore che si può imporre a K_{Pi} e per la banda passante f_{Bi} che si può ottenere.* Con buona approssimazione il guadagno proporzionale si può ancora stimare con la (2.2.6) oppure, più precisamente dalla:

$$1 = K_{Pi} \frac{B}{(K_e \Phi)^2} \frac{\sqrt{1 + (v_{Ai} \tau_m)^2} \sqrt{1 + (v_{Ai} \tau_{Ri})^2}}{v_{Ai} \tau_{Ri} \sqrt{1 + (v_{Ai} \tau_c)^2} \sqrt{1 + (v_{Ai} \tau_a)^2} \sqrt{1 + (v_{Ai} \tau_{m1})^2}} \quad (2.2.11)$$

una volta definiti i valori di v_{Ai} e di τ_{Ri} . Da questi dipende il margine di fase che è sempre espresso dalla (2.2.7). Nel caso in esame di regolatore di corrente di tipo PI essa diventa:

$$m_\phi = a \tan(v_{Ai} \tau_{Ri}) - \frac{\pi}{2} + a \tan(v_{Ai} \tau_m) - a \tan(v_{Ai} \tau_c) - a \tan(v_{Ai} \tau_a) - a \tan(v_{Ai} \tau_{m1}) + \pi \quad (2.2.12)$$

nella quale il primi due addendi a secondo membro sono i contributi del regolatore.

La (2.2.12) può essere utilizzata per progettare τ_{Ri} fissato il margine di fase. Naturalmente per quest'ultimo si devono imporre valori fisicamente ottenibili secondo le indicazioni della Fig. 2.2.6; imponendo un valore attorno a $p/2$ si ritrova la soluzione $\tau_{Ri} \cong \tau_{m1}$. Infine, una volta calcolati τ_{Ri} e K_{Pi} , si ottiene facilmente K_{Ii} dalla $K_{Ii} = K_{Pi} / \tau_{Ri}$.

Il comportamento alle basse frequenze della fdt a catena aperta con regolatore PI e, in particolare, quello a frequenza nulla, è invece significativamente diverso da quello che si ottiene con regolatore P e merita di essere approfondito.

Si riconosce innanzitutto che se $B \neq 0$ la $G(s)$ (come la $GH(s)$) tende all'infinito per s che tende a zero. Di conseguenza per la (2.2.6), sempre applicabile, l'errore di corrente a regime è nullo. Ciò pare ovvio avendo ottenuto, con l'introduzione dell'azione integrale nel regolatore, un sistema di controllo di tipo 1.

Tuttavia se $B=0$, la $Y_a(s)$ contiene uno zero al numeratore che cancella il polo a denominatore della $R_i(s)$ e l'errore di corrente nullo a regime non è più garantito, a meno che il riferimento di corrente (e la coppia di disturbo) non sia zero (sistema a riposo).

Questo risultato sembra paradossale, ma si può spiegare nel seguente modo. Si immagini, come ipotesi di lavoro da confermare, che il riferimento di corrente e l'errore di corrente siano costanti. Allora costante è anche il segnale di reazione della corrente e pertanto anche la corrente di armatura e, conseguentemente, la coppia. Con coppia costante la velocità è linearmente crescente (ipotesi di carico solo inerziale) e quindi anche la fem e la tensione del motore. Ciò è congruente con l'errore di corrente costante che produce, attraverso l'azione integrale del regolatore, un riferimento di tensione al convertitore linearmente crescente assieme alla tensione (che è anche la tensione di armatura) di uscita dello stesso convertitore. Eventuali limiti (fisici o imposti dal controllo) nella tensione di uscita del convertitore o nel suo riferimento impediscono che la crescita lineare di queste grandezze avvenga indefinitivamente, lasciando comunque un errore non nullo di corrente.

2.2.1.3 – Regolatore di corrente di tipo PID. – Il regolatore di corrente di tipo PID è definito dalla relazione

$$R_i(s) = K_{Pi} + \frac{K_{Ii}}{s} + sK_{Di} = \frac{sK_{Pi} + K_{Ii} + s^2K_{Di}}{s} = K_{Ii} \frac{(1 + s\tau_{Ri})(1 + s\tau_{Di})}{s} \quad (2.2.13)$$

ove $-1/\tau_{Ri}$ e $-1/\tau_{Di}$ sono le radici (supposte reali) del polinomio a numeratore che compare nella seconda formulazione in (2.2.13). Dalla ultima scrittura in (2.2.13) si evince che il regolatore PID è assimilabile ad un regolatore PI seguito da un fattore proporzionale-derivativo. Quest'ultimo presenta una risposta in frequenza con ampiezza crescente con la frequenza stessa al di sopra del punto di spezzamento $1/\tau_{Di}$. Tale comportamento si ripercuote anche sul regolatore PID e non è in pratica accettabile per l'esaltazione dei rumori ad alta frequenza sempre presenti sui vari segnali di controllo di un azionamento (come di ogni lato sistema). All'atto pratico il regolatore PID della (2.2.13) viene quindi sostituito da quello definito dall'espressione

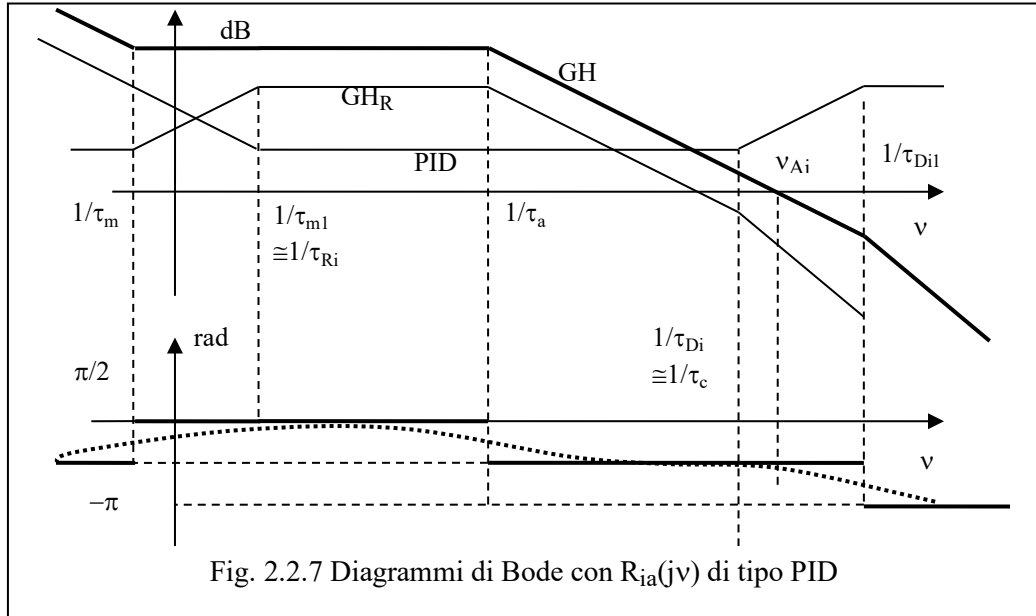
$$R_i(s) = K_{Ii} \frac{1 + s\tau_{Ri}}{s} \cdot \frac{1 + s\tau_{Di}}{1 + s\tau_{Di1}} \quad (2.2.14)$$

con $\tau_{Ri} > \tau_{Di} > \tau_{Di1}$. Esso è interpretabile come un PI seguito da una rete anticipatrice la cui risposta in frequenza non tende però all'infinito al crescere della frequenza (v. Fig. 2.2.7).

Si riconosce che il comportamento del regolatore PID alla basse frequenze è identico a quello del regolatore PI e pertanto quanto detto in merito nel paragrafo precedente rimane valido.

Si modifica invece il comportamento alle alte frequenze. Il controllore di corrente PID rappresentato in Fig. 2.2.7 è stato progettato con gli stessi criteri già visti per la soluzione PI per quanto riguarda la scelta della costante di tempo τ_{Ri} mentre la costante di tempo τ_{Di} è stata scelta coincidente con quella che rappresenta il ritardo del convertitore di potenza così da avere una cancellazione polo-zero nella catena diretta dell'anello

di controllo e lo spostamento del punto di spezzamento della $GH(jv)$ che prima era in $1/\tau_c$ al valore più elevato pari a $1/\tau_{Di1}$. Si ottiene così il vantaggio di poter alzare la frequenza di attraversamento (ovvero la banda passante) oltre il limite $1/\tau_c$ e caratteristico dei regolatori di tipo P o PI, fino, a parità di margine di fase al valore $1/\tau_{Di1}$.



Alternativamente, a parità di frequenza di attraversamento, l'utilizzo di un regolatore di tipo PID incrementa il margine di fase riducendo, se presente, la sovraelongazione nella risposta all'ingresso a gradino. Nella Fig. 2.2.7, la frequenza di attraversamento è stata scelta in modo che il suo valore e anche quello del margine di fase siano maggiori di quelli ottenuti con il regolatore di corrente di tipo PI di Fig. 2.2.6.

2.2.1.4 – Espressione della fdt a catena chiusa – La funzione di trasferimento ad anello chiuso $W_i(s)$ del controllo di corrente è, come noto, legata alla fdt $GH(s)$ ad anello aperto dalla relazione

$$W_i(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H} \quad (2.2.15)$$

ove si è assunto per comodità che H non dipenda da s (guadagno statico in reazione). Nota la risposta in frequenza della $GH(jv)$, una approssimazione che spesso viene utilizzata per ottenere la risposta in frequenza $W_i(jv)$ è la seguente

$$W_i(jv) = \frac{G(jv)}{1 + G(jv)H} \approx \begin{cases} 1/H & \text{se } |G(jv)H| > 1 \text{ cioè } s < jv_{Ai} \\ G(jv) & \text{se } |G(jv)H| > 1 \text{ cioè } s > jv_{Ai} \end{cases} \quad (2.2.16)$$

dove v_{Ai} è la pulsazione di attraversamento dell'asse delle ascisse nel diagramma di Bode di $GH(jv)$. Applicando questa approssimazione al caso in esame dell'anello di corrente con retroazione unitaria si può approssimare la $W_i(jv)$ con la curva a tratto continuo nella Fig. 2.2.8, che corrisponde alla risposta in frequenza della funzione di trasferimento $W_i(s)$ espressa dalla

$$W_i(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{v_{Ai}}\right)(1 + s\tau_c)} \quad (2.2.17)$$

La (2.2.17) è una funzione del secondo ordine. Paragonandola alla funzione scritta in forma canonica

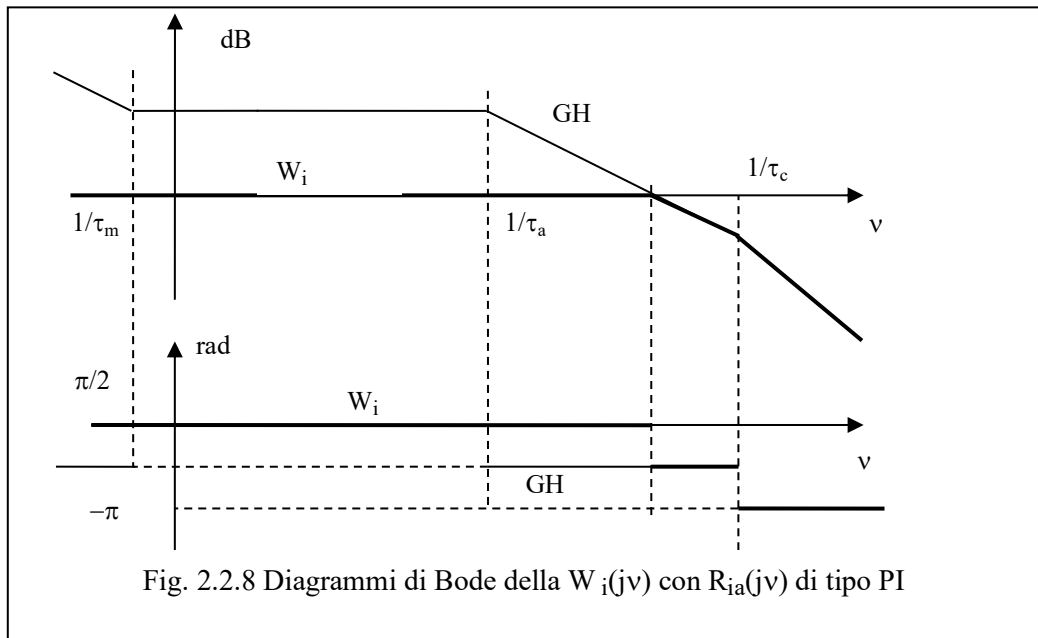
$$W_i(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi s\omega_0 + \omega_0^2}$$

si ricavano facilmente le espressioni per lo smorzamento ξ e la pulsazione naturale ω_0 :

$$\xi = \frac{1/v_{Ai} + \tau_c}{2} \sqrt{\frac{v_{Ai}}{\tau_c}} ; \omega_0 = \sqrt{\frac{v_{Ai}}{\tau_c}}$$

Queste espressioni permettono un calcolo agevole della banda passante (approssimata) dell'anello di corrente:

$$BP = \frac{\omega_0}{2\pi} \sqrt{1 - 2\xi^2 + \sqrt{2 - 4\xi^2 + 4\xi^4}}$$



Nel caso in cui il regolatore sia di tipo PID valgono ancora le approssimazioni sopra descritte, sostituendo τ_c con τ_{Di1} .

2.3 – Controllo di velocità -

Si può passare ora al progetto dell'anello per la regolazione della velocità. Lo schema a blocchi a cui far riferimento è riportato in Fig.2.3.1.

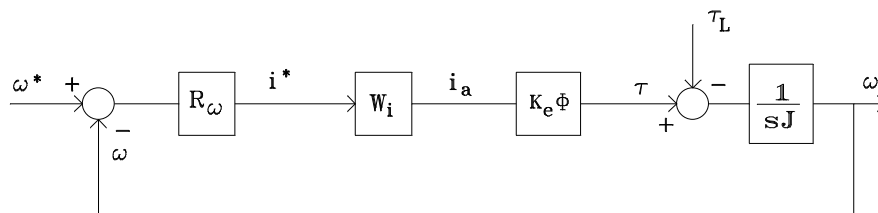


Fig.2.3.1 - Anello di regolazione della velocità

Anche in questo caso una scelta largamente condivisa per il regolatore di velocità è un PI, caratterizzato da un guadagno $K_{r\omega}$ e da una costante di tempo $\tau_{r\omega}$:

$$R_\omega(s) = K_{p\omega} \frac{1 + s\tau_{r\omega}}{s\tau_{r\omega}} \quad (2.2.1.5)$$

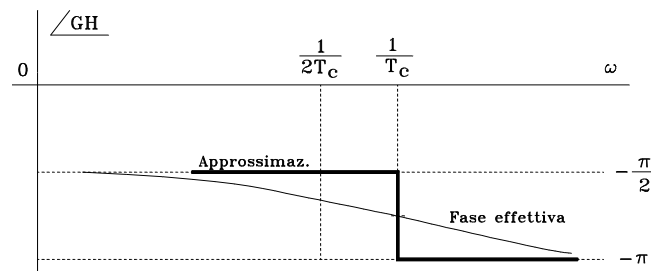
La funzione $GH(s)$ ad anello aperto vale in questo caso:

$$GH(s) = \frac{K_{p\omega} K_c \phi}{\tau_{r\omega} J} \frac{(1 + s\tau_{r\omega})}{s^2 (1 + s\tau_{oi})(1 + s\tau_c)} \quad (2.2.1.6)$$

Per la presenza del polo doppio nell'origine non è in questo caso possibile scegliere $\tau_{r\omega}$ in modo da compensare con lo zero del regolatore uno dei poli non nulli del denominatore; si può allora seguire una differente procedura, di seguito delineata:

- si impone una pulsazione di attraversamento $\omega_{o\omega} = 1/\tau_{o\omega}$ pari a circa la metà della pulsazione corrispondente al passaggio della pendenza della caratteristica $GH(j\omega)$ da 20 a 40 dB/decade nel diagramma di Bode;

Nell'ipotesi di considerare abbastanza lontani gli altri poli, si può dimostrare, con qualche approssimazione, che questo porta ad avere un margine di fase m_φ di circa 64° . Si può far riferimento alla figura seguente :



Se ci fossero solo il polo nell'origine e il polo in $1/\tau_o$, l'evoluzione della fase attorno a $1/\tau_o$ sarebbe influenzata solo da tale polo; per una pulsazione pari alla metà di quella del polo varrebbe

$$\arg\left(\frac{1}{1 + j\omega\tau_o}\right)\bigg|_{\omega=1/2\tau_o} = -\operatorname{atg}\left(\frac{1}{2}\right)$$

ed il margine di fase sarebbe dunque:

$$m_\varphi = \pi + \left[-\frac{\pi}{2} - \operatorname{atg}\left(\frac{1}{2}\right)\right] \approx 64^\circ$$

Nel caso del progetto in esame non ci sono i presupposti per questa approssimazione, almeno per l'anello di velocità; si può comunque mantenere la scelta fatta per la pulsazione di attraversamento, imponendo poi un margine di fase che andrà soddisfatto scegliendo opportunamente il polo del regolatore di velocità.

- si impone una condizione sul margine di fase, per esempio che non sia inferiore a 40° ; dato che la pulsazione di attraversamento è stata fissata al passo precedente, questa condizione conduce al calcolo diretto della costante di tempo $\tau_{r\omega}$. Si ha infatti:

$$\begin{aligned} m_\varphi &= \pi + \arg(GH(j\omega_{attr})) = \pi + \operatorname{atg}(\omega_{attr}\tau_{r\omega}) - [\operatorname{atg}(\omega_{attr}\tau_{oi}) + \operatorname{atg}(\omega_{attr}\tau_c) + \pi] = \\ &= \operatorname{atg}(\tau_{r\omega}/\tau_{o\omega}) - \operatorname{atg}(\tau_{oi}/\tau_{o\omega}) - \operatorname{atg}(\tau_c/\tau_{o\omega}) \end{aligned} \quad (2.2.1.7)$$

e quindi:

$$\text{atg}(\tau_{r\omega}/\tau_{o\omega}) = m_{\varphi} + \text{atg}(\tau_{oi}/\tau_{o\omega}) + \text{atg}(\tau_c/\tau_{o\omega}) \quad (2.2.1.8)$$

da cui è immediato ricavare il valore di $\tau_{r\omega}$.

- conoscendo la costante di tempo $\tau_{r\omega}$, si può ora determinare in modo univoco il guadagno $K_{r\omega}$ del regolatore di velocità, imponendo che il modulo di GH calcolato alla pulsazione di attraversamento stabilita al primo passo della procedura sia unitario:

$$|GH(j\omega_{\text{attr}})| = \frac{K_{p\omega} K_e \Phi}{J \tau_{r\omega} \omega_{\text{attr}}^2} \sqrt{\frac{1 + \omega_{\text{attr}}^2 \tau_{r\omega}^2}{(1 + \omega_{\text{attr}}^2 \tau_{oi}^2)(1 + \omega_{\text{attr}}^2 \tau_c^2)}} = 1 \quad (2.2.1.9)$$

Il progetto può dunque considerarsi concluso; rimangono da svolgere alcune osservazioni di carattere pratico, che saranno riportate a margine degli esercizi su questo capitolo, al par.2.6.

Durante l'analisi degli schemi di controllo della velocità si è sempre assimilata la coppia di carico T_L ad un disturbo, considerato nullo durante il progetto dei regolatori. A progetto ultimato, è naturalmente possibile pensare di introdurre una coppia di carico, analizzandone l'influenza sulla velocità, in termini di trasformata di Laplace $\Omega(s)/T_L(s)$ (Fig.2.2.4). Dallo schema di Fig.2.2.1.2, annullando il riferimento di velocità, è immediato ricavare la funzione di trasferimento cercata:

$$\frac{\Omega(s)}{T_L(s)} = - \frac{\frac{1}{sJ}}{1 + \frac{1}{sJ} R_{\omega}(s) W_i(s) K_e \Phi} \quad (2.2.1.10)$$

dalla quale, sostituendo le espressioni esplicite, ed in particolare quella semplificata per W_i , si giunge ad una funzione razionale con due zeri e tre poli, di difficile interpretazione intuitiva. Se si fa invece l'ipotesi semplificativa che la dinamica dell'anello di corrente sia molto più rapida di quella dell'anello di velocità (e questo è normale negli azionamenti con convertitori molto veloci, come i chopper) si può pensare che la funzione di trasferimento W_i si riduca ad un semplice guadagno unitario; in tal caso ottiene:

$$\frac{\Omega(s)}{T_L(s)} = - \frac{s/J}{s^2 + \frac{K_{p\omega} K_e \Phi}{J} s + \frac{K_{p\omega} K_e \Phi}{J \tau_{r\omega}}} \quad (2.2.1.11)$$

La (2.2.1.11) è una funzione del secondo ordine; essa può essere paragonata alla funzione scritta in forma canonica, premoltiplicandola per il fattore $\tau_{r\omega}/K_{p\omega} K_e \Phi$; dal confronto si ricavano facilmente le espressioni per lo smorzamento ξ e la pulsazione naturale ω_o :

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_{p\omega} \tau_{r\omega} K_e \Phi}{J}} ; \omega_o = \sqrt{\frac{K_{p\omega} K_e \Phi}{J \tau_{r\omega}}}$$

Rimane confermato come lo smorzamento sia tanto migliore quanto più alto è il guadagno del regolatore; le espressioni ricavate permettono inoltre di caratterizzare, sia pure in modo approssimato, l'intera dinamica dell'azionamento nei confronti dei transitori di coppia di carico.

2.2.1.5 – Limitatori e antiwind-up – La limitazione della corrente si ottiene semplicemente introducendo un blocco limitatore a $\pm I_L$ all'uscita del regolatore di velocità; la corrente verrà in tal modo limitata con una veloce dinamica (dettata dalla banda passante dell'anello di corrente) e con sovraoscillazioni contenute e comunque predicibili dallo studio della (2.2.1.4).

- Occorre prevedere nell'implementazione dei regolatori PI delle opportune limitazioni della parte integrale, oltre che dell'uscita, per evitare il fenomeno di persistenza dell'azione integratrice noto come *wind-up* **Errore. Il segnalibro non è definito.** Prendendo ad esempio in esame il regolatore di velocità, nella pratica esso può venir realizzato come illustrato in Fig.2.6.2.4:

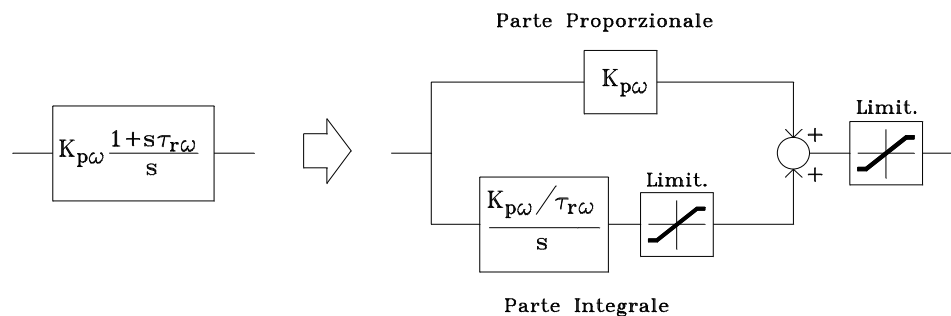


Fig.2.6.2.4 - PI con anti wind-up

Nel progetto in esame, i limiti per il regolatore PI di corrente (che agisce sul riferimento di tensione) sono stati imposti a ± 10 V, sia per la limitazione dell'uscita che della parte integrale. Per il regolatore PI di velocità (che produce il riferimento di corrente) i limiti (anche qui coincidenti) sono stati fissati in ± 20 V (che, stante la costante unitaria del trasduttore di corrente, si traducono in una limitazione a ± 20 A, che è la corrente nominale del motore).

Limitando il fenomeno del wind-up diminuisce l'overshoot nella risposta al gradino di riferimento; non è opportuno esaltare troppo questa diminuzione, perché in condizioni di carico, a regime, tutto il riferimento di corrente deve essere prodotto dalla parte integrale, (in quanto l'errore a regime è nullo). Ecco perché solitamente si pongono uguali i due limiti.

Una possibile miglioria consiste nel limitare la parte integrale in modo dinamico, fissando cioè un limite che dipende dall'attuale contributo della parte proporzionale. Se, per esempio, il limite d'uscita è stato fissato pari a 20 V e, in un certo istante, il contributo della parte proporzionale del regolatore di velocità vale 15, si limita la parte integrale a $(20-15)=5$ V, perché sarebbe inutile (e deleterio) un contributo maggiore. L'eccedenza ai 20V verrebbe infatti tagliata dal limitatore d'uscita.