

## Esercizi – traccia della soluzione (con commenti)

A) Di un motore brushless isotropo a fem sinusoidale (motore sincrono isotropo a magneti permanenti) a 4 poli, sono noti i due seguenti punti di lavoro:

- Tensione fase-fase a vuoto pari a 300 V eff a 2000 rpm
- Corrente di fase di corto circuito pari a 20 A eff a 2000 rpm

Assumendo che la corrente nominale del motore sia pari a 10 A eff, la tensione nominale 400 V eff fase-fase e trascurando gli effetti della resistenza statorica, calcolare:

- (3 punti) la coppia nominale
- (3 punti) la velocità base
- (3 punti) la velocità massima alla corrente nominale
- (5 punti) la massima potenza erogata all'albero nel rispetto della tensione e corrente nominali e la velocità a cui si manifesta la potenza massima.

Il riferimento è il Cap 5. Le domande si riferiscono alla Figura 5.3.2 qui riportata

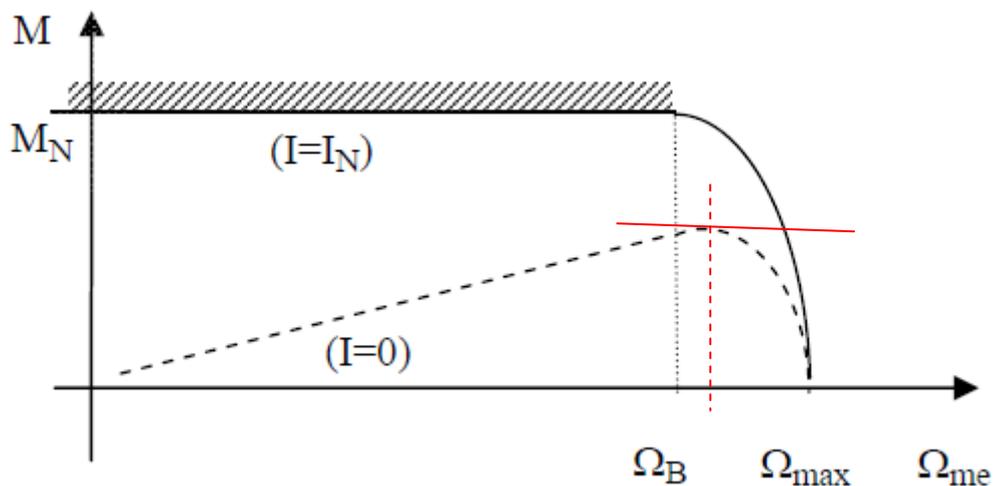


Fig. 5.3.2 – Regioni di funzionamento del motore brushless isotropo (a tratteggio la curva della potenza limite (diponibile))

E' stato evidenziato il punto della potenza massima che si manifesta ad una velocità (sia  $\Omega_{Pmax}$ ) intermedia fra quella base e quella massima.

Vale, dalla misura a vuoto:

$$K_E = E_{conc,eff} / \Omega_m = \sqrt{3/2} p \Lambda_{mg} = 300 / (2\pi * 2000 / 60) = 1.432 \text{ Vs} \quad (\Omega_m = 2\pi * 2000 / 60 = 209.4 \text{ rad/s})$$

$$p \Lambda_{mg} = \sqrt{2/3} K_E = 1.170 \text{ Vs} \quad (\Lambda_{mg} = 1.170 / 2 = 0.585 \text{ Vs} \text{ essendo } p=2)$$

Alternativa: alla tensione misurata a vuoto  $E_{conc,eff}$  corrispondono le tensioni  $U_{d0}=0$  e  $U_{q0} = \sqrt{2/3} E_{conc,eff} = 244.9 \text{ V}$ .

Essendo  $U_{q0} = p \Omega_m \Lambda_{mg}$  si ricavano i risultati di cui sopra.

Dalla misura in corto circuito, trascurando gli effetti resistivi:

$$I_{Cd} = \frac{-\Lambda_{mg}}{L} \tag{5.3.6}$$

$$I_{Cq} = 0$$

ove  $|I_{Cd}| = \sqrt{2} 20 \text{ A}$

Quindi  $L = \Lambda_{mg} / |I_{Cd}| = 0.585 / (\sqrt{2} \cdot 20) = 0.0207 \text{ H}$

Infine  $I_N = I_{qN} = \sqrt{2} \cdot 10 \text{ A}$ ;  $U_N = \sqrt{2/3} \cdot U_{nom,conc,eff} = \sqrt{2/3} \cdot 400 = 326,6 \text{ V}$

Allora

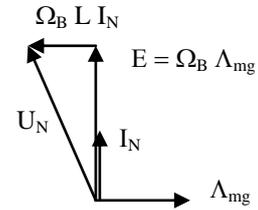
a) Coppia nominale

$$M_N = (3/2)p \Lambda_{mg} I_{qN} = 24,82 \text{ Nm}$$

b) Velocità base

$$\Omega_B = \frac{U_N}{\sqrt{\Lambda_{mg}^2 + (L I_N)^2}}$$

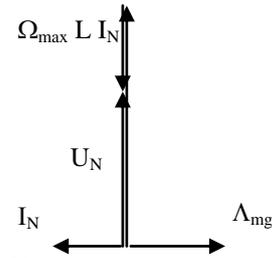
che porta a  $\Omega_B = 500 \text{ rad el /s}$  (oppure dividendo per p:  $\Omega_{Bm} = 250 \text{ rad/s}$ )



c) Velocità massima

$$\Omega_{max} = \frac{U_N}{\Lambda_{mg} - L I_N} \quad (5.3.7)$$

che porta a  $\Omega_{max} = 1117.4 \text{ rad el /s}$  (oppure dividendo per p:  $\Omega_{max, m} = 558,7 \text{ rad/s}$ )



d) Il calcolo del punto a potenza massima richiede qualche considerazione. Innanzitutto se gli effetti resistivi si possono trascurare, la potenza erogata è pari alla potenza elettrica assorbita e questa vale  $P_{ass} = (3/2)(U_d I_d + U_q I_q) = (3/2)|U| |I| \cos\varphi$  essendo  $\varphi$  l'angolo fra il vettore spaziale della tensione e quello della corrente. Nel primo diagramma vettoriale sopra,  $\cos\varphi < 1$  e la corrente è in ritardo rispetto alla tensione; nel secondo diagramma vettoriale sopra,  $\cos\varphi = 0$  e la corrente è in anticipo rispetto alla tensione. Ci sarà un punto di lavoro fra la velocità base e la velocità massima in cui il  $\cos\varphi = 1$  (tensioni e correnti in fase) per cui, con tensioni e correnti nominali si ha:

$$P_{max} = P_{ass} = (3/2)U_N I_N = 6928 \text{ W.}$$

La situazione sarà quella del diagramma a lato.

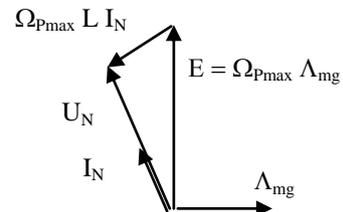
Dal triangolo rettangolo delle tensioni si ricava

$$U_N^2 = (\Omega_{Pmax} \Lambda_{mg})^2 - (\Omega_{Pmax} L I_N)^2$$

da cui  $\Omega_{Pmax} = 644 \text{ rad el /s}$  (oppure dividendo per p  $322 \text{ rad/s}$ ).

La coppia corrispondente risulta allora:

$$M_{Pmax} = P_{max} / (\Omega_{Pmax} / p) = 21.52 \text{ Nm}$$



Alternativa: impostare il problema in modo matematico, cioè calcolare l'espressione generale della P nel generico punto di intersezione fra il limite di tensione e il limite di corrente e cercare il massimo di P.

Allora deve valere:

$$I_q^2 = I_N^2 - I_d^2 \quad (|I_d| < I_N) \quad \text{da cui}$$

$$M^2 = ((3/2)p \Lambda_{mg})^2 I_q^2 = ((3/2)p \Lambda_{mg})^2 (I_N^2 - I_d^2)$$

ed anche

$$U_N^2 = \Omega^2 [(L I_d + \Lambda_{mg})^2 + (L I_q)^2] = \Omega^2 [(L I_d + \Lambda_{mg})^2 + L^2 (I_N^2 - I_d^2)] \quad \text{da cui}$$

$$\Omega^2 = U_N^2 / [(L I_d + \Lambda_{mg})^2 + L^2 (I_N^2 - I_d^2)]$$

Moltiplicando velocità e coppia:

$$P^2 = M^2 \Omega^2 = ((3/2)p \Lambda_{mg})^2 U_N^2 (I_N^2 - I_d^2) / [(L I_d + \Lambda_{mg})^2 + L^2 (I_N^2 - I_d^2)] = f(I_d)$$

Questa può essere derivata rispetto a  $I_d$  e la derivata posta uguale a zero (per trovare il massimo di  $P^2$ ). Basta di fatto calcolare il numeratore della derivata. Si manifestano numerose semplificazioni e la soluzione unica, compatibile con i limiti, è:

$$I_d = -L I_N^2 / \Lambda_{mg}$$

Che è espresso da quantità tutte note. Calcolata la corrente  $I_d$  si procede poi con il calcolo della velocità, della coppia e della potenza con le espressioni sopra scritte.

Sostituendo le grandezze note nell'espressione della  $P^2$ , senza pretendere la soluzione generale in forma letterale, semplifica ovviamente di molto il problema.

B) Un motore brushless isotropo a fem sinusoidale (motore sincrono isotropo a magneti permanenti) ha i seguenti dati nominali:

- numero di poli: 6
- coppia alla velocità base: 100 Nm
- corrente alla velocità base: 50 A<sub>eff</sub>
- resistenza a caldo di ciascuna fase (supposte collegate a stella): 0.06 Ω
- induttanza sincrona: 2.0 mH.

Si suppone che il motore sia controllato in modo da avere il massimo rapporto coppia/corrente. Il motore è alimentato da un invertitore trifase a PWM la cui massima tensione sinusoidale (fondamentale) di uscita è pari a 350 V<sub>eff conc.</sub>

- a) (2 punti) Tracciare lo schema di controllo delle correnti  $i_d$  e  $i_q$  con regolatori sincroni della famiglia dei PI, con disaccoppiamento degli assi e senza compensazione della forza elettromotrice.

*E' la Fig. 6.5.2, eventualmente commentata e ricavata dalla 6.5.1*

- b) (4 punti) Calcolare i guadagni del regolatore degli anello di corrente  $i_d$  assumendo:

- unitari il guadagno dell'invertitore e dei trasduttori di corrente e trascurabili i relativi ritardi;
- banda passante dell'anello di circa 250 Hz, margine di fase superiore a 60°;
- errore a regime nullo ad ingresso costante.

*Si tratta di progettare  $R_{id}$  di Fig 6.5.2 del tipo PI, con  $G_c=1$ . Si può scegliere  $\tau_R = \tau_e = L/R$  (per operare una cancellazione polo zero) e così risulterà  $K_{pid} = 2\pi \cdot 250 \cdot L$ . Il margine di fase è di 90°. Alternativamente si può calcolare  $\tau_R$  in modo da avere il margine di fase proprio di 60°, o valore superiore a scelta (ma non era richiesto esattamente ciò).*

- c) (6 punti) Calcolare frequenza di attraversamento e margine di fase dell'anello di corrente  $i_q$ , assumendo un regolatore identico a quello dell'anello d ed inoltre:

- momento di inerzia J, comprensivo del carico meccanico, pari a 3 Kg m<sup>2</sup> e coefficiente di attrito viscoso B=0.1 Nms.

*L'espressione della  $GH_R$  è quello della sola  $Y_q$  visto che invertitore e trasduttore di corrente hanno guadagni unitari e ritardi nulli (cioè fdt unitarie).*

$$Y_q(s) = \frac{I_q(s)}{U'_q(s)} = \frac{B}{\frac{3}{2}(p\Lambda_{mg})^2} \frac{1+s\tau_m}{D(s)} \quad \text{con} \quad D(s) = s^2 \tau_e \tau_{m1} + s \tau_{m1} + 1 = \left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \left(1 - \frac{s}{p_2}\right)$$

*Tutti i parametri che compaiono nelle espressioni soprascritte sono noti o ricavabili dai dati dell'esercizio.*

*Si trovava che  $\tau_{m1} = 4\tau_e$  per cui le radici di  $D(s)$  sono reali e coincidenti e pari a  $p_1=p_2=-1/(2\tau_e)$ . Non accorgendosi e calcolandole si trovavano due valori molto vicini, distinti solo per le approssimazioni dei calcoli.*

*A questo punto si tratta di trovare il valore di  $s=j\omega$  per cui  $|R_{id}(s)Y_q(s)|=1$ . Il calcolo può essere più o meno difficile anche a seconda di come si è progettato  $R_{id}(s)$ . Essendo il polo meccanico  $1/\tau_m$  certamente molto a "sinistra" rispetto alla frequenza di attraversamento, si può semplificare il calcolo sostituendo  $1+s\tau_m$  con  $s\tau_m$ , così si ha la cancellazione del polo nell'origine di  $R_{id}(s)$ .*

*In alternativa si può risolvere per via grafica tracciando i diagrammi asintotici di Bode.*

*Ancora, dai diagrammi asintotici si vede che la pulsazione di attraversamento è superiore a  $p_1=p_2$  (oltre che, ampiamente, di  $1/\tau_m$  come detto). Allora, per le regole delle approssimazioni asintotiche si può scrivere:*

$$Y_q(s) = \frac{B}{\frac{3}{2}(p\Lambda_{mg})^2} \frac{s\tau_m}{s^2\tau_e\tau_{m1}} = \frac{1}{sL}$$

che rende semplicissimo il calcolo della frequenza di attraversamento e del margine di fase.

- d) (4 punti) Proporre e dimensionare gli schemi di anti windup dei regolatori di corrente

*La parte integrale e l'uscita totale dei regolatori saranno limitate allo stesso valore di tensione. In presenza di disaccoppiamento degli assi, il regolatore dell'asse d fornisce la tensione  $u_d$  che a regime vale  $RI_d = 0$ . I limitatori di asse d quindi possono essere fissati su un valore di tensione molto minore della tensione nominale; solo quella per controllare l'asse in presenza di un disaccoppiamento non perfetto e in presenza di dinamiche della corrente  $i_d$ . Per esempio 10-20% della tensione nominale. La rimanente tensione  $\sqrt{U_N^2 - (0.2 U_N)^2}$  può essere assegnata al regolatore di asse q. Non era necessario questo dettaglio per avere una risposta valutata positiva.*