qualsiasi condizione di consumi possibili.
Possiamo quindi calcolare il cammino che minimizza i consumi da n_1 a n_2 in senso robusto, cioè il cammino p^*, tra tutti i possibili cammini P tra n_1 e n_2, nel caso peggiore, abbia il consumo più basso possibile. Più formalmente

$$p^* = \arg\min_{p \in P} \{ \max_{c:\, c_{ij}^- \leq c_{ij} \leq c_{ij}^+} C(p) \}$$

dove c è il vettore dei consumi sugli archi (i,j).
Avendo l'incertezza definita da intervalli $[c_{ij}^-, c_{ij}^+]$ è possibile ottenere il cammino minimo robusto in senso assoluto risolvendo un problema nominale di cammino minimo con $c_{ij} = c_{ij}^+$, $\forall (i,j) \in A$.
Infatti, usando variabili $x_{ij} = 1$ se $(i,j) \in p$, 0 altrimenti

$$x^* = \arg\min_x y$$

$$\text{s.t.} \sum_{(i,v)\in A} x_{iv} - \sum_{(v,j)\in A} x_{vj} = \begin{cases} 1 & \text{se } v = n_2 \\ -1 & \text{se } v = n_1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} y = \max_c & \sum_{(i,j)} c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.t. } & \left. \begin{aligned} c_{ij} &\geq c_{ij}^- \\ c_{ij} &\leq c_{ij}^+ \end{aligned} \right\} \forall (i,j) \in A \end{aligned} \right\} y = \sum_{(i,j)\in A} c_{ij}^+ x_{ij}$$

$$x \in \{0,1\}, \forall (i,j) \in A$$

$$\Longrightarrow x^* = \arg\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij}^+ x_{ij}$$

$$\text{s.t.} \sum_{(i,s)\in A} x_{is} - \sum_{(s,j)\in A} x_{sj} = \begin{cases} 1 & \text{se } s = n_2 \\ -1 & \text{se } s = n_1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \forall (i,j) \in A$$

5.2) Consideriamo la seguente tabella di consumi c_{ij}^+ e calcoliamo il cammino minimo (ad esempio con il modello del punto 5.1 implementato in AMPL). In questo caso, abbiamo che

	A	B	C	T
S	4	9	2	9
A	–	8	5	7
B	4	–	9	4
C	9	5	–	4

1) i costi presenti sono ordinati come 2-4-5-7-8-9
2) Non esistono cammini da S a T di consumo 2 (1 arco)
3) " " " " " " " " 4 (1 arco)
4) " " " " " " " " 5 (1 arco)
5) Esiste un cammino di consumo 2+4=6 : SCT
6) tutti i cammini da ST hanno consumo sicuramente ≥ 6

$\Longrightarrow$ un cammino minimo da S a T robusto in senso assoluto è SCT (consumo 6)

5.3) Il cammino richiesto è quello che, tra N1 e N2, minimizza il REGRET, cioè la differenza tra il costo del cammino stesso in una qualsiasi configurazione di consumi possibili sugli archi, e il cammino p^* di cioè la differenza tra il costo del cammino scelto in una qualsiasi configurazione di costi possibili sugli archi, e il cammino p^* di cammino minimo determinato nella stessa configurazione:

$$\min_{p \in \{P1, P2\}} \left\{ \max_{c:\, c_{ij}^- \le c_{ij} \le c_{ij}^+} \left[C(p) - C(p^*) \right] \right\}$$

Si tratta quindi del cammino minimo robusto in senso relativo.
Avendo l'incertezza definita in intervalli $[c_{ij}^-, c_{ij}^+]$, sappiamo che la deviazione robusta $C(p) - C(p^*)$ di un cammino p si ottiene fissando c ai costi relativi dati come

$$c_{ij} = c_{ij}^+ \text{ se } (i,j) \in p \quad \text{e} \quad c_{ij} = c_{ij}^- \text{ altrimenti}$$

e calcolando p^* come il cammino minimo rispetto a tali costi.

Deviazione robusta di P1 = SABCT

$c_{ij}^{\sigma(P1)}$	A	B	C	T
S	4	2	1	7
A	–	8	3	9
B	3	–	9	1
C	4	–	2	4

- $c^{\sigma(P1)}(P1) = 4 + 8 + 9 + 4 = 25$
- per $c^{\sigma(P1)}(p^*)$, consideriamo i consumi ordinati
  1 – 2 – 3 – 4 – 7 – 8 – 9
  1) non esistono S-T cammini di consumo 1, 2 (1 arco)
  2) esiste un cammino SBT di consumo 3
  3) tutti gli altri cammini hanno consumo ≥ 3
  $\Rightarrow$ p^* è SBT di consumo $c(p^*) = 3$

DEV. ROB. (P1) = 25 − 3 = 22

Deviazione robusta di P2

$c_{ij}^{\sigma(P2)}$	A	B	C	T
S	1	9	1	7
A	–	4	3	7
B	3	–	9	1
C	9	–	2	1

- $c^{\sigma(P2)}(P2) = SBCAT = 9 + 9 + 9 + 7 = 34$
- $c^{\sigma(P2)}(P2)$ con algo cammino minimo opportuno:
  0) ordino i costi 1 – 2 – 3 – 4 – 7 – 9
  1) non esistono cammini da S a T di consumo 1 o 2 (1 arco)
  2) esiste SCT di consumo 2
  3) tutti gli altri cammini da S a T consumano ≥ 2

$\Rightarrow$ p^* è SCT con $c(p^*) = 2$

DEV. ROB (P2) = 34 − 2 = 32

Il miglior cammino in senso relativo è quindi P1 perché $22 < 32$.