Teoria dei Sistemi e Controllo ottimo (TSC)

Docente: Giulia Michieletto

Lez. 34: Controllo di un quadrotor MAMBO Parrot in MATLAB-Simulink

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica

A.A. 2023-2024

Controllo di un quadrotor MAMBO Parrot in MATLAB-Simulink

- controllo del quadrotor
- controllo ottimo LQ del quadrotor
- controllo PID del quadrotor
- consegne HOMEWORK - part 1

controllo del quadrotor

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \|\mathbf{f}_c\| \\ \boldsymbol{\tau}_c \end{bmatrix}^\top = \begin{bmatrix} F \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}^\top = \begin{bmatrix} c_f \sum_{i=1}^{4} \omega_i^2 \\ c_f \sum_{i=1}^{4} \omega_i^2 y_i \\ -c_f \sum_{i=1}^{4} \omega_i^2 x_i \\ c_\tau \sum_{i=1}^{4} \pm\omega_i^2 \end{bmatrix}$$

$\propto$ spinning rate dei propellers

$$\mathbf{u} = \mathbf{Cs}, \quad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \cdots & \omega_4^2 \end{bmatrix}^\top$$

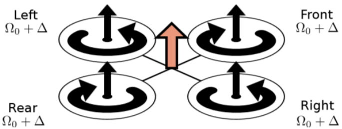
sistema sotto attuato : 4 gradi di libertà controllabili $<$ 6 gradi di libertà totali
$\rightarrow$ accoppiamento tra dinamica rotazionale e traslazionale

condizione di hovering: posizione e orientamento costanti, velocità lin. e ang. nulla

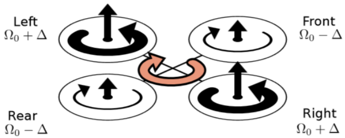
$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} mg & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^\top \quad \Rightarrow \quad \omega_i = \sqrt{\frac{mg}{4c_f}} = \Omega_0$$

movimenti base

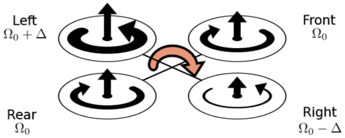
sbilanciamento delle velocità di rotazione assegnate ai diversi attuatori, a partire dalla condizione di hovering



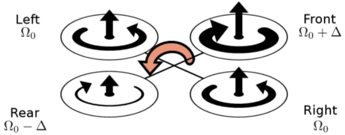
traslazione lungo $\mathbf{z}_B$



rotazione attorno a $\mathbf{z}_B$ (yaw)



rotazione attorno a $\mathbf{x}_B$ (roll)
traslazione lungo $\mathbf{y}_B$



rotazione attorno a $\mathbf{y}_B$ (pitch)
traslazione lungo $\mathbf{x}_B$

principali manovre

- take-off/decollo: movimento lungo $\mathbf{z}_W$ fino al raggiungimento di una certa quota
- landing/atterraggio: movimento lungo $-\mathbf{z}_W$ fino al contatto con il terreno
- **path-following/inseguimento di un percorso**:
  generico movimento in $\mathscr{F}_W$ lungo un percorso desiderato spesso con un orientamento e dei profili di velocità assegnati
  - *trajectory tracking*: ad ogni istante di tempo si vuole minimizzare l'errore tra lo stato attuale e lo stato desiderato
  - *maneuver regulation*; ad ogni istante di tempo si vuole minimizzare la 'distanza' tra lo stato attuale e l'intero percorso desiderato

controllo ottimo LQ del quadrotor - trajectory tracking

sistema lineare a tempo continuo

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{u}$$
$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} & \boldsymbol{\delta} & \mathbf{v} & \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^{12} \ \textit{accessibile}$$
$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \|\mathbf{f}_c\| & \boldsymbol{\tau}_c \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^4$$

controllo a orizzonte infinito

$$\boxed{\mathbf{u}_\infty^\star = \arg\min_{t \in [0,+\infty)} J_\infty(\mathbf{u})}$$

$$J_\infty(\mathbf{u}) = \int_0^\infty \left(\mathbf{x}^\top \mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^\top \mathbf{R}\mathbf{u} \right) \, \mathrm{d}t$$

$\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{12\times12}$ semi-definita positiva $\quad$ $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{4\times4}$ definita positiva

Per i sistemi a tempo continuo con $(\mathbf{F}, \mathbf{G})$ stabilizzabile e $(\mathbf{F}, \mathbf{H})$ rivelabile con $\mathbf{Q} = \mathbf{H}^\top \mathbf{H}$, la legge di controllo ottimo su orizzonte infinito è data da

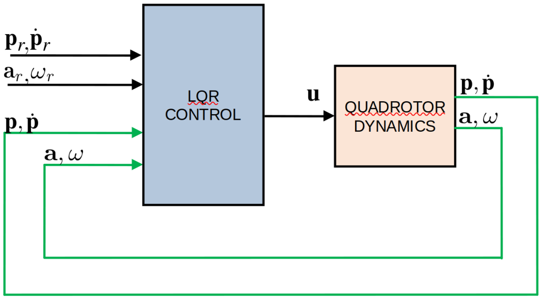
$$\mathbf{u}_\infty^\star = -\mathbf{K}_\infty^\star \mathbf{x} \qquad \text{con} \qquad \mathbf{K}_\infty^\star = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{G}^\top \mathbf{M}_\infty$$

dove $\mathbf{M}_\infty = \mathbf{M}_\infty^\top \in \mathbb{R}^{n \times n}$ è una soluzione sdp dell'Equazione Algebrica di Riccati:

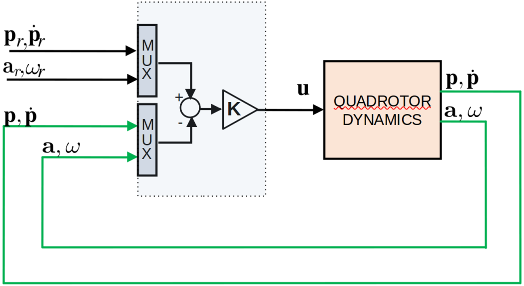
$$(EAR) \quad \mathbf{F}^\top \mathbf{M} + \mathbf{M}\mathbf{F} - \mathbf{M}\mathbf{G}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{G}^\top \mathbf{M} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}_{12\times 12}$$

In corrispondenza all'ingresso di controllo $\mathbf{u}_\infty^\star$, il funzionale costo assume il valore (minimo)

$$J_\infty^\star = \mathbf{x}_0^\top \mathbf{M}_\infty \mathbf{x}_0$$

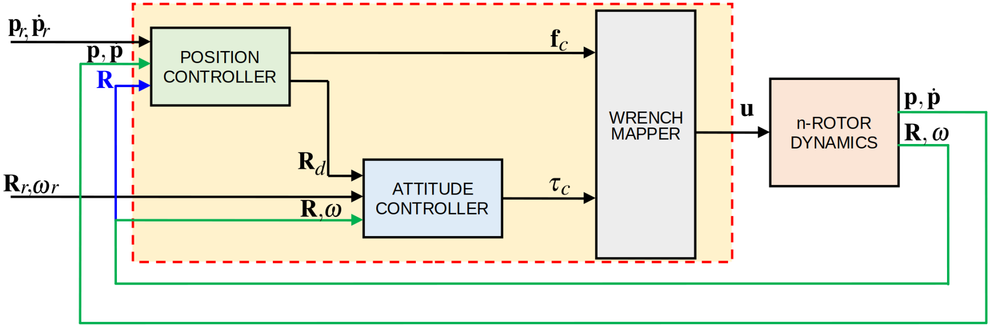


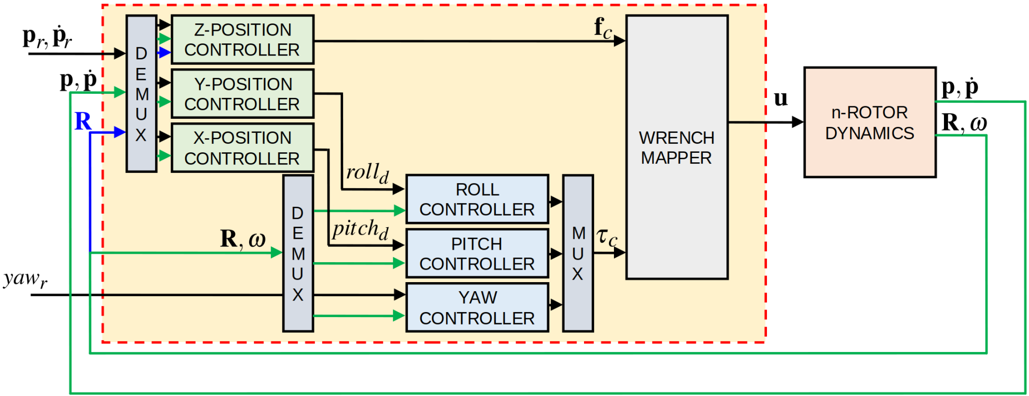
$$\mathbf{K}_\infty^\star = \texttt{lqr}(\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{Q}, \mathbf{R})$$



$$\mathbf{K}_{\infty}^{\star} = \texttt{lqr}(\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{Q}, \mathbf{R})$$

controllo PID del quadrotor - trajectory tracking




$\mathbf{p}_r, \dot{\mathbf{p}}_r$
$\mathbf{p}, \dot{\mathbf{p}}$
$\mathbf{R}$
DEMUX
Z-POSITION CONTROLLER
Y-POSITION CONTROLLER
X-POSITION CONTROLLER
$\mathbf{f}_c$
WRENCH MAPPER
$\mathbf{u}$
n-ROTOR DYNAMICS
$\mathbf{p}, \dot{\mathbf{p}}$
$\mathbf{R}, \omega$
$roll_d$
$pitch_d$
ROLL CONTROLLER
PITCH CONTROLLER
YAW CONTROLLER
MUX
τ_c
$\mathbf{R}, \omega$
DEMUX
yaw_r

controllo di posizione e angolo di yaw

dati $\mathbf{p}_r$ e ψ_r

$$
\begin{aligned}
F &= mg + K_P e_z + K_I \int e_z + K_D \dot{e}_z & e_z &= z_r - z \\
\theta_d &= K_P e_x + K_I \int e_x + K_D \dot{e}_x & e_x &= x_r - x \\
\phi_d &= K_P e_y + K_I \int e_y + K_D \dot{e}_y & e_y &= y_r - y
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\tau_1 &= K_P e_\phi + K_I \int e_\phi + K_D \dot{e}_\phi & e_\phi &= \phi_d - \phi \\
\tau_2 &= K_P e_\theta + K_I \int e_\theta + K_D \dot{e}_\theta & e_\theta &= \theta_d - \theta \\
\tau_3 &= K_P e_\psi + K_I \int e_\psi + K_D \dot{e}_\psi & e_\psi &= \psi_r - \psi
\end{aligned}
$$

consegne HOMEWORK - part 1

Parte 1: Controllore Ottimo LQ

Teoria dei Sistemi e Controllo ottimo (TSC)

Docente: Giulia Michieletto

Lez. 34: Controllo di un quadrotor MAMBO Parrot in MATLAB-Simulink

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica

A.A. 2023-2024

✉ giulia.michieletto@unipd.it