

Laboratorio di Calcolo Numerico - Ing. Chimica e dei Materiali

Esercizio 1

Si desidera calcolare, con il **metodo dei trapezi composto**, un'approssimazione dell'integrale definito

$$\int_0^{\pi/4} \sin x^2 dx$$

- Si scriva un algoritmo per implementare tale metodo, che rispetti le seguenti specifiche date per la corrispondente function Matlab.
- Creare poi una function di nome **trapezi.m** che implementa l'algoritmo relativo alla formula composta dei trapezi. La function deve avere come parametri **in ingresso** la funzione integranda f (*anonymous function*), gli estremi dell'intervallo di integrazione $[a, b]$ ed il numero m di suddivisioni dell'intervallo di integrazione.

Il parametro **in uscita** deve essere l'approssimazione dell'integrale ottenuta con il metodo, considerando il valore m .

La function avrà quindi la seguente intestazione:

```
function int = trapezi (f,a,b,m);
%TRAPEZI Metodo dei Trapezi composto
%
% int = trapezi (f,a,b,m);
%
% Dati di ingresso:
% f:      funzione integranda (anonymous function)
% a:      estremo sinistro dell'intervallo di integrazione
% b:      estremo destro dell'intervallo di integrazione
% m:      numero di sottointervalli (intero)
%
% Dati di uscita:
% int:    valore di approssimazione dell'integrale definito
```

- Si testi la function, scrivendo uno script di nome **trapeziscrit.m**, che deve
 - assegnare la funzione f , gli estremi a e b dell'intervallo di integrazione, il valore m relativo alla prima suddivisione dell'intervallo (si scelga $m = 3$);
 - costruire le approssimazioni successive I_n per $n = 1, 2, \dots$, ottenute raddoppiando il numero di sottointervalli e memorizzandole in un vettore di nome **intvec**. Posta uguale a **diff** la quantità $|I_n - I_{n-1}|$, le iterazioni sono arrestate quando **diff** < **toll**, con **toll** = 10^{-8} tolleranza prefissata. Nel ciclo **while** si inserisca anche un controllo sul numero massimo di iterazioni possibile, definendo come dato **nmax** =15.
 - visualizzare e scrivere su di un file esterno **risultati.txt** i dati di ingresso

```
Funzione integranda = ....
Intervallo di integrazione = [ ... , ... ]
Tolleranza toll = 1e-008
Suddivisione iniziale m = 3
Passo iniziale h = ...
Numero massimo di iterazioni nmax = 15
```

ed una tabella di 4 colonne che deve contenere in ogni riga i seguenti valori: **m(n)**, **h(n)** (formato esponenziale con 6 cifre significative), **intvec(n)** (approssimazione dell'integrale in formato fixed point con 16 cifre significative dopo il punto di radice), **diff(n)** (formato esponenziale con 6 cifre significative), ovvero si dovranno ottenere i seguenti risultati

m	h	Integrale	diff
3	2.61799e-01	0.1645288485905887	
6	1.30900e-01	0.1589877445250193	5.5411e-03
12	6.54498e-02	0.1576122791453864	1.3755e-03
24	3.27249e-02	0.1572690292441272	3.4325e-04
48	1.63625e-02	0.1571832553420358	8.5774e-05
96	8.18123e-03	0.1571618142780281	2.1441e-05
192	4.09062e-03	0.1571564541627566	5.3601e-06
384	2.04531e-03	0.1571551141433596	1.3400e-06
768	1.02265e-03	0.1571547791390989	3.3500e-07
1536	5.11327e-04	0.1571546953880709	8.3751e-08
3072	2.55663e-04	0.1571546744503158	2.0938e-08
6144	1.27832e-04	0.1571546692158775	5.2344e-09

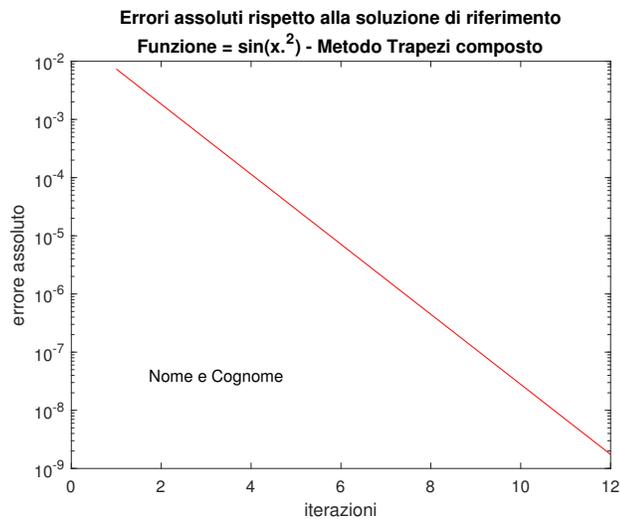
- Lo script deve calcolare anche un valore di riferimento della soluzione esatta, memorizzarlo nella variabile `q`, utilizzando l'istruzione Matlab

```
q = integral(f,a,b);
```

visualizzarlo e scriverlo nel file esterno.

Valore integrale di riferimento `q = 0.1571546674710646`

- una figura che contenga, in scala logaritmica sull'asse delle ordinate, la **successione degli errori assoluti** ottenuta considerando le approssimazioni successive ed il valore di riferimento `q`, ovvero `abs(q-intvec(n))`. La figura deve essere corredata da opportuni titoli (cognome, funzione integranda, metodo, ...), e label degli assi. Si salvi tale figura (formato ed estensione `.pdf`) con nome `grafico`. Si dovrebbe ottenere qualcosa di simile a



Esercizio 2

La ben nota formula di Simpson utilizza l'interpolazione con un polinomio di grado al più 2. Esiste anche una formula (chiamata *seconda formula di Simpson* oppure *formula dei 3/8*) dove viene utilizzata l'interpolazione con un polinomio di grado al più 3. I 4 valori che la funzione assume nei punti della discretizzazione in 3 parti dell'intervallo di integrazione, hanno rispettivamente i coefficienti 1, 3, 3, 1. Nella sua forma composta si deve suddividere l'intervallo $[a, b]$ in un numero m di parti che **deve essere multiplo di 3**. Indicato, come d'abitudine, $h = (b - a)/m$ tale formula si esprime come:

$$I^* = \frac{3h}{8} [f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + 2f(x_3) + 3f(x_4) + 3f(x_5) + 2f(x_6) + \dots + 3f(x_{m-2}) + 3f(x_{m-1}) + f(x_m)].$$

Si scriva unicamente l'algoritmo in pseudocodice (contenente i necessari controlli sul valore di m)

$$[I^*] = \mathbf{Treottavi}(f, a, b, m)$$