CALCOLO NUMERICO

Ing. chimica e dei materiali, Canale A - A.A. 2023-24

Laboratorio 8, Soluzione Esercizio 2

La nota formula di Cavalieri-Simpson vista utilizza l'interpolazione con un polinomio di grado al più 2. Esiste anche una formula (chiamata *seconda formula di Simpson* oppure *formula dei 3/8*) dove viene utilizzata l'interpolazione con un polinomio di grado al più 3.

Formula dei 3/8: i 4 valori che la funzione assume nei punti della discretizzazione in 3 parti dell'intervallo di integrazione, hanno rispettivamente i coefficienti $1, 3, 3, 1$.
Nella sua forma composta si deve suddividere l'intervallo $[a, b]$ in un numero m di parti che **deve essere multiplo di 3**. Indicato, $h = (b - a)/m$ tale formula si esprime come:

$$
\begin{aligned}
I_n = \frac{3h}{8} & [f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + 2f(x_3) + \\
& 3f(x_4) + 3f(x_5) + 2f(x_6) + \cdots + 3f(x_{m-2}) + 3f(x_{m-1}) + f(x_m)]
\end{aligned}
$$

Gli algoritmi possono essere facilmente dedotti dalle seguenti funzioni Matlab.
Vengono fornite 4 diverse soluzioni: la soluzione 1 fornita dalla Prof. Redivo-Zaglia, e le altre 3 soluzioni sono state proposte nelle consegne da studenti (è riportata solo la parte algoritmica, no intestazione e no controllo su m). La soluzione 4 (sempre di uno studente) è molto compatta ed astuta, ma non so quanto tempo impieghi confrontata con le altre.

Soluzione 1 - Michela Redivo Zaglia

```
function int = treottavi (f,a,b,m)
%TREOTTAVI Metodo dei 3/8
%
% [int,h] = treottavi (f,a,b,m);
%
% Dati di ingresso:
%   f:      funzione integranda (anonymous function)
%   a:      estremo sinistro dell'intervallo di integrazione
%   b:      estremo destro dell'intervallo di integrazione
%   m:      numero di sottointervalli (intero, multiplo di 3)
%
% Dati di uscita:
%   int:    valore di approssimazione dell'integrale definito

% Controllo
if mod(m,3)~= 0
    error('Il numero dei sottointervallo non e'' multiplo di 3')
end

% Algoritmo
h = (b-a)/m;
int = f(a)+f(b);
x = a:h:b;
for i =2:3:m-1
```

```
    int = int +3*f(x(i))+3*f(x(i+1));
end
for i =4:3:m-2
    int = int +2*f(x(i));
end
int = 3*h*int/8;
```

Soluzione 2 - studente (simile ma senza definizione dei valori di x iniziale)

```
h = (b-a)/m;
int = f(a)+f(b);
for i =1:3:m-2
    int = int +3*f(a+i*h)+3*f(a+(i+1)*h);
end
for i =3:3:m-3
    int = int +2*f(a+i*h);
end
int = 3*h*int/8;
```

Soluzione 3 - studente (usa l'istruzione if)

```
h = (b-a)/m;
int = f(a)+f(b);
for i =1:m-1
    x = a + i*h;
    if mod(i,3)==0
        int = int + 2*f(x);
    else
        int = int + 3*f(x);
    end
end
int = 3*h*int/8;
```

Soluzione 4 - studente (esperto di Matlab!)

```
%calcolare il passo
h=(b-a)/m;

%nodi
nodi=a:h:b;
n=length(nodi);

%distruire il vettore nodo in una matrice da 3 righe e (n-1)/3 colonne
A=reshape(nodi(1:n-1),[3,(n-1)/3]);

%calcolare l'integrale
I=3*h/8*(sum(2.*f(A(1,:)))-f(A(1,1))+sum(3.*f(A(2,:)))+sum(3.*f(A(3,:)))+f(b));
```

Tabella 3/8

```
Integrazione Numerica - Metodo dei 3/8
Funzione integranda = sin(x.^2)
Intervallo di integrazione = [ 0 , 0.7853981633974483 ]
Tolleranza toll = 1e-15
Suddivisione iniziale m = 3
Passo iniziale h =   0.261799
Numero massimo di iterazioni nmax = 15
```

m	h	Integrale	diff
3	2.61799e-01	0.1566994343680489	
6	1.30900e-01	0.1571235289355687	4.2409e-04
12	6.54498e-02	0.1571526978638695	2.9169e-05
24	3.27249e-02	0.1571545440800722	1.8462e-06
48	1.63625e-02	0.1571546597548784	1.1567e-07
96	8.18123e-03	0.1571546669887376	7.2339e-09
192	4.09062e-03	0.1571546674409182	4.5218e-10
384	2.04531e-03	0.1571546674691803	2.8262e-11
768	1.02265e-03	0.1571546674709468	1.7665e-12
1536	5.11327e-04	0.1571546674710573	1.1049e-13
3072	2.55663e-04	0.1571546674710640	6.7446e-15
6144	1.27832e-04	0.1571546674710645	4.7184e-16

```
Valore integrale di riferimento q =   0.1571546674710646
```