

# Teoria dei Sistemi e Controllo ottimo (TSC)

Docente: Giulia Michieletto

## **Lez. 19: Modellizzazione di un quadrotor MAMBO Parrot in MATLAB-Simulink**

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica

A.A. 2023-2024

# Modellizzazione di un quadrotor MAMBO Parrot in MATLAB-Simulink

- ▶ modello e controllo del quadrotor
- ▶ quadrotor MAMBO Parrot
- ▶ consegne HOMEWORK - part 0

## modello del quadrotor

- ▶ modello (cinematico + dinamico) non lineare

$$\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3, \mathbf{R}(\boldsymbol{\delta}) \in SO(3), \boldsymbol{\delta} \in \mathbb{R}^3, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3, \boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$$

$$\mathbf{f}_c \in \mathbb{R}^3, \boldsymbol{\tau}_c \in \mathbb{R}^3$$

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{v}$$

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{T}\boldsymbol{\omega} \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{v}} = -g\mathbf{e}_3 + m^{-1}\mathbf{R}(\boldsymbol{\delta})\mathbf{f}_c$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}^{-1}(-\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\tau}_c)$$

► modello (cinematico + dinamico) linearizzato

$$\mathbf{x} = [\mathbf{p} \quad \delta \quad \mathbf{v} \quad \boldsymbol{\omega}]^T = [x \quad y \quad z \quad \phi \quad \theta \quad \psi \quad \dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T$$

$$\mathbf{u} = [\|\mathbf{f}_c\| \quad \boldsymbol{\tau}_c]^T = [F \quad \tau_1 \quad \tau_2 \quad \tau_3]^T$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{u}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{F}_{32} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{32} = \begin{bmatrix} 0 & g & 0 \\ -g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 4} \\ \mathbf{0}_{3 \times 4} \\ \mathbf{G}_3 \\ \mathbf{G}_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_4 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{J_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_z} \end{bmatrix}$$

## controllo del quadrotor

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \|\mathbf{f}_c\| \\ \boldsymbol{\tau}_c \end{bmatrix}^\top = \begin{bmatrix} F \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}^\top = \begin{bmatrix} c_f \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \\ c_f \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 y_i \\ -c_f \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 x_i \\ c_\tau \sum_{i=1}^4 \pm \omega_i^2 \end{bmatrix}$$

$\propto$  spinning rate dei propellers

$$\mathbf{u} = \mathbf{C}\mathbf{s}, \quad \mathbf{s} = [\omega_1^2 \quad \dots \quad \omega_4^2]^\top$$

## controllo del quadrotor

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \|\mathbf{f}_c\| \\ \boldsymbol{\tau}_c \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} F \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} c_f \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \\ c_f \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 y_i \\ -c_f \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 x_i \\ c_\tau \sum_{i=1}^4 \pm \omega_i^2 \end{bmatrix}$$

$\propto$  spinning rate dei propellers

$$\mathbf{u} = \mathbf{C}\mathbf{s}, \quad \mathbf{s} = [\omega_1^2 \quad \dots \quad \omega_4^2]^T$$

**sistema sotto attuato** : 4 gradi di libertà controllabili < 6 gradi di libertà totali  
→ accoppiamento tra dinamica rotazionale e traslazionale

## controllo del quadrotor

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \|\mathbf{f}_c\| \\ \boldsymbol{\tau}_c \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} F \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} c_f \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \\ c_f \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 y_i \\ -c_f \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 x_i \\ c_\tau \sum_{i=1}^4 \pm \omega_i^2 \end{bmatrix}$$

$\propto$  spinning rate dei propellers

$$\mathbf{u} = \mathbf{C}\mathbf{s}, \quad \mathbf{s} = [\omega_1^2 \quad \dots \quad \omega_4^2]^T$$

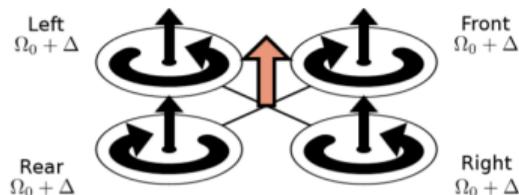
**sistema sotto attuato** : 4 gradi di libertà controllabili < 6 gradi di libertà totali  
→ accoppiamento tra dinamica rotazionale e traslazionale

**condizione di hovering**: posizione e orientamento costanti, velocità lin. e ang. nulla

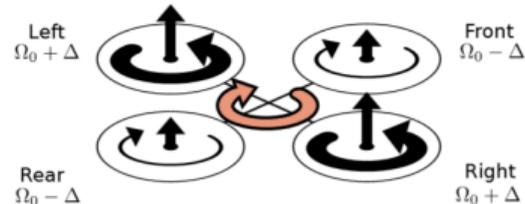
$$\mathbf{u} = [mg \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \Rightarrow \omega_i = \sqrt{\frac{mg}{4c_f}} = \Omega_0$$

## movimenti base

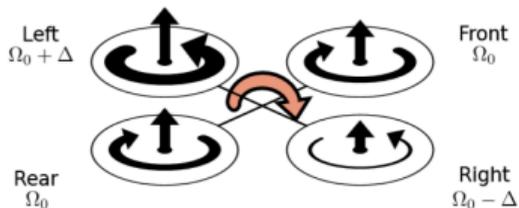
sbilanciamento delle velocità di rotazione assegnate ai diversi attuatori,  
a partire dalla condizione di hovering



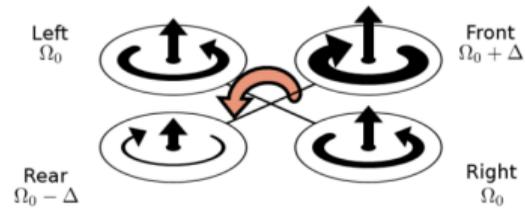
traslazione lungo  $z_B$



rotazione attorno a  $z_B$  (yaw)



rotazione attorno a  $x_B$  (roll)  
traslazione lungo  $y_B$



rotazione attorno a  $y_B$  (pitch)  
traslazione lungo  $x_B$

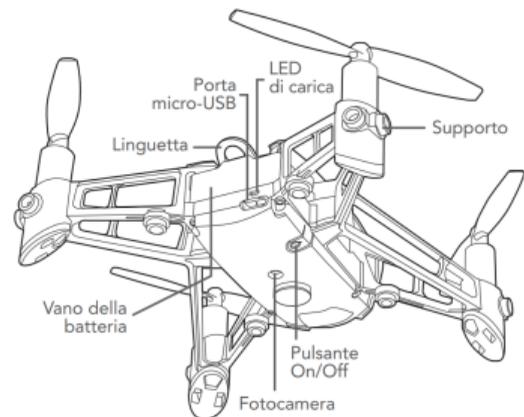
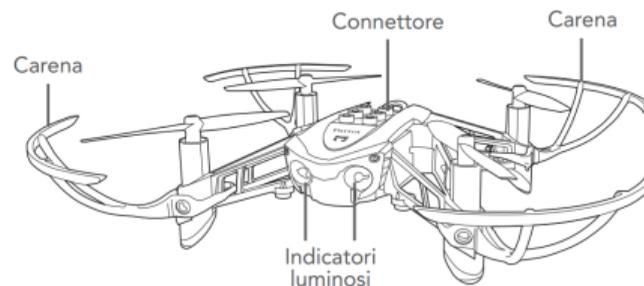
## principali manovre

- take-off/decollo: movimento lungo  $\mathbf{z}_W$  fino al raggiungimento di una certa quota
- landing/atterraggio: movimento lungo  $-\mathbf{z}_W$  fino al contatto con il terreno
- **path-following/inseguimento di un percorso:**  
generico movimento in  $\mathcal{F}_W$  lungo un percorso desiderato spesso con un orientamento e dei profili di velocità assegnati
  - *trajectory tracking*: ad ogni istante di tempo si vuole minimizzare l'errore tra lo stato attuale e lo stato desiderato
  - *maneuver regulation*; ad ogni istante di tempo si vuole minimizzare la 'distanza' tra lo stato attuale e l'intero percorso desiderato

# quadrotor MAMBO Parrot



fun-to-fly minidrone compatto,  
ultraleggero, agile e facile da pilotare



## consegne HOMEWORK - part 0

### Parte 0: Modello dell'apparato sperimentale

Realizzare un progetto MATLAB-Simulink che includa

- il modello dinamico *non lineare* del quadrotor Parrot<sup>®</sup> MAMBO,
    - avente come ingressi il modulo del vettore di forza di controllo  $\|\mathbf{f}_c\| = F \in \mathbb{R}$  e il vettore di coppia di controllo  $\boldsymbol{\tau}_c \in \mathbb{R}^3$  e come uscite la posizione  $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$ , l'orientamento  $\boldsymbol{\delta} \in \mathbb{R}^3$ , la velocità lineare  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$  e la velocità angolare  $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$  del quadrotor;
    - caratterizzato dai seguenti parametri fisici
- ```
g = 9.81; % [m/s^2] gravity acceleration
m = 0.063; % [kg] mass
Jx = 0.0582857*1e-03; % [kg*m^2] inertia on x-axis
Jy = 0.0716914*1e-03; % [kg*m^2] inertia on y-axis
Jz = 0.1*1e-03; % [kg*m^2] inertia on z-axis
J = diag([Jx Jy Jz]); % [kg*m^2] inertia matrix
```

- il modello *reale* degli attuatori, tenente conto delle saturazioni;

$$F = \begin{cases} F_{max} = 1.2N & F > F_{max} \\ F & F_{min} \leq F \leq F_{max} \\ F_{min} = 0N & F < F_{min} \end{cases} \quad \tau_{\bullet} = \begin{cases} \tau_{max} = 0.02Nm & \tau_{\bullet} > \tau_{max} \\ \tau_{\bullet} & \tau_{min} \leq \tau_{\bullet} \leq \tau_{max} \\ \tau_{min} = -0.02Nm & \tau_{\bullet} < \tau_{min} \end{cases}$$

# Teoria dei Sistemi e Controllo ottimo (TSC)

Docente: Giulia Michieletto

## **Lez. 19: Modellizzazione di un quadrotor MAMBO Parrot in MATLAB-Simulink**

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica

A.A. 2023-2024

✉ `giulia.michieletto@unipd.it`