SOLUZIONI - TUTORATO 9 (15/05/2024) 1

① VEDI ES. 4 TUTORATO 8 (DEL 8/5/2024)

②

(a)

- BILINEARITÀ?

g BILINEARE SE $\begin{cases} g(av + bv', w) = a\,g(v,w) + b\,g(v',w) \\ g(v, aw + bw') = a\,g(v,w) + b\,g(v,w') \end{cases}$

$\forall a,b \in \mathbb{R}$
$\forall v, v', w, w' \in \mathbb{R}^4$

VERIFICHIAMO LA 1°:

$g(av + bv', w) \underset{\uparrow}{=} g\big(a(v_1,v_2,v_3,v_4) + b(v_1',v_2',v_3',v_4'), (w_1,w_2,w_3,w_4)\big) =$

USO

$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix}$

$v' = (v_1', v_2', v_3', v_4')$

$w = (w_1, w_2, w_3, w_4)$

$= g\big((av_1 + bv_1', av_2 + bv_2', av_3 + bv_3', av_4 + bv_4'), (w_1,w_2,w_3,w_4)\big)$

$\underset{\substack{\nearrow \\ \text{def. di } g}}{=} (av_1 + bv_1')w_1 + 2(av_1 + bv_1')w_2 + 2(av_2 + bv_2')w_4 +$
$+ 4(av_2 + bv_2')w_2 + 4(av_3 + bv_3')w_3 + 2(av_3 + bv_3')w_4 +$
$+ 2(av_4 + bv_4')w_3 + (av_4 + bv_4')w_4 =$

$$= a(v_1 w_1 + 2 v_1 w_2 + 2 v_2 w_1 + 4 w_2 v_2 +$$
$$+ 4 v_3 w_3 + 2 v_3 w_4 + 2 v_4 w_3 + v_4 w_4) +$$
$$+ b(v_1' w_1 + 2 v_1' w_2 + 2 v_2' w_1 + 4 w_2 v_2' +$$
$$+ 4 v_3' w_3 + 2 v_3' w_4 + 2 v_4' w_3 + v_4' w_4) =$$

$$= a\, g(v, w) + b\, g(v', w)$$ → ~~LINEARITÀ~~ g È LINEARE LUNGO LA 1° COMPONENTE

ORA DOVREMMO VERIFICARE LA LINEARITÀ LUNGO LA 2° COMPONENTE, OVVERO CHE

$$g(v, aw + bw') = a\, g(v, w) + b\, g(v, w')$$

E SI PUÒ FARE ESPLICITAMENTE IN MODO ANALOGO A QUANTO FATTO ORA

<u>MA</u> NON È LA COSA PIÙ FURBA!

INFATTI <u>SE</u> (E NON È DETTO!) g È SIMMETRICA, OVVERO $g(v, w) = g(w, v)$, ALLORA

LA LINEARITÀ LUNGO LA 1° COMPONENTE (CHE ABBIAMO VERIFICATO) <u>IMPLICA</u>

ANCHE LA LINEARITÀ LUNGO LA 2° COMPONENTE.

~~SE g NON SIMMETRICA~~

QUINDI VALE LA PENA VERIFICARE SE g È SIMMETRICA SICCOME IL CONTO È PIÙ RAPIDO; SE NON DOVESSE ESSERLO PERÒ LA SIMMETRIA (NON ESSENDOCI) NON CI PUÒ AIUTARE E DI CONSEGUENZA DOVREMMO FARE IL CONTO ESPLICITAMENTE.

DUNQUE, g È SIMMETRICA?

$$g(v,w) = v_1 w_1 + 2v_1 w_2 + 2v_2 w_1 + 4v_2 w_2 + 4v_3 w_3 + 2v_3 w_4 + 2v_4 w_3 + v_4 w_4$$

VS

$$g(w,v) = w_1 v_1 + 2w_1 v_2 + 2w_2 v_1 + 4w_2 v_2 + 4w_3 v_3 + 2w_3 v_4 + 2w_4 v_3 + w_4 v_4 = g(v,w)$$

SÌ, g SIMMETRICA!

QUINDI, g BILINEARE E SIMMETRICO!

(b) g ~~BIL~~ PROD. SCALARE $\iff$ g BILINEARE, SIMMETRICA, DEF. POSITIVA

QUINDI, g DEF. POSITIVA?

LO È SE
$$\begin{cases} g(v,v) \geq 0 \quad \forall v \in V \\ \quad \text{E} \\ g(v,v) = 0 \iff v = 0 \end{cases}$$

IN PARTICOLARE:

$$g(v,v) = v_1^2 + 2v_1v_2 + 2v_2v_1 + 4v_2^2 + 4v_3^2 + 2v_3v_4 + 2v_4v_3 + v_4^2 =$$

$$= v_1^2 + 4v_2^2 + 4v_3^2 + v_4^2 + 4v_1v_2 + 4v_3v_4$$

$$= \begin{pmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}}_{= A} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix}$$

PER VERIFICARE SE VALE $g(v,v) \geq 0$

BASTA VERIFICARE CHE LA MATRICE

A È SEMI-DEFINITA POSITIVA.

PER FARLO CALCOLO GLI AUTOVALORI

E SE SONO ≥ 0 ALLORA A È

DEF. POSITIVA:

$$P_A(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\det\begin{pmatrix} 1-\lambda & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4-\lambda & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1-\lambda \end{pmatrix} = 0$$

~~CALCOLI~~

$$\Updownarrow$$

$$\lambda^4 - 10\lambda^3 + 25\lambda^2 = 0$$

i.e.

$$\lambda^2(\lambda-5)^2 = 0 \rightarrow \begin{matrix} \lambda = 0 \ (m.a. = 2) \\ \lambda = 5 \ (m.a. = 2) \end{matrix}$$

QUINDI POICHÉ $\lambda = 0, 5 \geq 0$

$\rightarrow$ A SEMI DEF. POSITIVA

• $g(v,v) = 0 \iff v = 0$?

~~$g(v,v) = 0 \to$~~

$v = 0 \longrightarrow g(v,v) = 0$

MA IL VICEVERSA?

NON VALE, INFATTI

$$\underline{g(v,v) = 0}$$

$$v_1^2 + 4v_1v_2 + 4v_3v_4 + 4v_2^2 + 4v_3^2 + v_4^2 = 0$$

PUO' ESSERE SODDISFATTA AD ES. DA $v = (v_1, v_2, v_3, v_4) \neq 0$

DOVE $v_1 = 1$, $v_2 = -\frac{1}{2}$, $v_3 = 1$, $v_4 = -2$

INFATTI PER TALE v, SI HA

$$g(v,v) = (1)^2 + 4\left(-\frac{1}{2}\right) + 4(-2) + 4 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot 1 + 4$$

$$= 1 - 2 + -8 + 1 + 4 + 4 = 0$$

QUINDI g NON È UN PRODOTTO SCALARE!

(c) SCEGLIAMO LA BASE CANONICA DI $\mathbb{R}^4$

$$C = \left\{ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{= e_1}, \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{= e_2}, \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{= e_3}, \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{= e_4} \right\}$$

RISPETTO A C, g È DESCRITTA DALLA MATRICE

$$M^g_{C,C} = \begin{pmatrix} g(e_1,e_1) & g(e_1,e_2) & g(e_1,e_3) & g(e_1,e_4) \\ g(e_2,e_1) & g(e_2,e_2) & g(e_2,e_3) & g(e_2,e_4) \\ g(e_3,e_1) & g(e_3,e_2) & g(e_3,e_3) & g(e_3,e_4) \\ g(e_4,e_1) & g(e_4,e_2) & g(e_4,e_3) & g(e_4,e_4) \end{pmatrix}$$

MA RICORDIAMO CHE $g(v,w) = g(w,v)$

$\rightarrow$ NON DEVO CALCOLARE $4 \cdot 4 = 16$ ~~PRODOT~~ TERMINI

MA "SOLO" 10 !

$g(e_1,e_1) = 1$

$g(e_1,e_2) = g(e_2,e_1) = 2$

$g(e_1,e_3) = g(e_3,e_1) = 0$

$g(e_1,e_4) = g(e_4,e_1) = 0$

$g(e_2, e_3) = g(e_3, e_2) = 0$

$g(e_2, e_2) = 4$

$g(e_2, e_4) = g(e_4, e_2) = 0$

$g(e_3, e_3) = 4$

$g(e_3, e_4) = 2$

$g(e_4, e_4) = 1$

QUINDI

$$M^g_{C,C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(d) RECAP: PER FORME BILINEARI DEL TIPO $g: V \times V \to \mathbb{R}$ DATA UNA BASE B DI V E CORRISPONDENTE MATRICE $M^g_{B,B}$, POSSO SCRIVERE UNA MATRICE ASSOCIATA A g IN UNA BASE B' DI V TRAMITE

5

$$M^{g}_{B',B'} = \left(M_{B'\to B}\right)^{T} \cdot M^{g}_{B,B} \cdot \underbrace{M_{B'\to B}}$$

MATRICE PER CAMBIO DI BASI DA B' A B

DUNQUE, NEL NOSTRO CASO:

$$\cancel{M_{B'\to B} = ?} \quad M^{g}_{B,B} = \left(M_{B\to C}\right)^{T} \cdot \underbrace{M^{g}_{C,C}} \, M_{B\to C}$$

TROVATA PRIMA!

$M_{B\to C} = ?$

$$\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}$$

QUINDI

$$M_{B\to C} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

DA CUI $\left(M_{B\to C}\right)^{T} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ \dots\end{pmatrix}$

DA QUI

$$M^{g}_{B,B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

PRODOTTI DA FARE

$$= \quad = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 6 & 18 \end{pmatrix}$$

(e)

NON SI PUÒ ORTONORMALIZZARE LA BASE B RISPETTO A g DI $\mathbb{R}^4$ POICHÉ g NON È UN PRODOTTO SCALARE!

N.B.: SE SI PROVA A FARLO SI TROVA CHE I VETTORI ORTOGONALIZZATI (ANCHE SE NON NORMALIZZATI PERCHÉ PUÒ NON ESSERE POSSIBILE FARLO), NON FORMANO UNA BASE DI $\mathbb{R}^4$ → LA PROCEDURA FALLISCE!

(f) ORTONORMALIZZIAMO B RISPETTO A $\tilde{g}$:

$$\tilde{u}_1 = u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{u}_2 = u_2 - \frac{\tilde{g}(u_2, \tilde{u}_1)}{\tilde{g}(\tilde{u}_1, \tilde{u}_1)} \tilde{u}_1$$

$$\tilde{u}_3 = u_3 - \frac{\tilde{g}(u_3, \tilde{u}_1)}{\tilde{g}(\tilde{u}_1, \tilde{u}_1)} \tilde{u}_1 - \frac{\tilde{g}(u_3, \tilde{u}_2)}{g(\tilde{u}_2, \tilde{u}_2)} \tilde{u}_2$$

$$\tilde{u}_4 = u_4 - \frac{\tilde{g}(u_4, \tilde{u}_1)}{\tilde{g}(\tilde{u}_1, \tilde{u}_1)} \tilde{u}_1 - \frac{\tilde{g}(u_4, \tilde{u}_2)}{\tilde{g}(\tilde{u}_2, \tilde{u}_2)} \tilde{u}_2 - \frac{g(u_4, \tilde{u}_3)}{g(\tilde{u}_3, \tilde{u}_3)} \tilde{u}_3$$

$$\left.\begin{aligned} \tilde{g}(u_2, \tilde{u}_1) &= \tilde{g}(u_2, u_1) = 0 \\ \tilde{g}(u_3, \tilde{u}_1) &= g(u_3, u_1) = 0 \end{aligned}\right\} \longrightarrow \tilde{u}_2 = u_2$$

$$\tilde{g}(u_3, \tilde{u}_2) = \tilde{g}(u_3, u_2) = 0$$

$$\tilde{g}(u_4, \tilde{u}_1) = -1, \quad \tilde{g}(u_4, \tilde{u}_2) = \tilde{g}(u_4, \tilde{u}_3) = 1$$

~~Quindi~~: $g(\tilde{u}_1, \tilde{u}_1) = -1$

$g(\tilde{u}_2, \tilde{u}_2) = g(\tilde{u}_3, \tilde{u}_3) = 1$

$g(\tilde{u}_4, \tilde{u}_4) = 2$

QUINDI

$\tilde{u}_1 = u_1$

$\tilde{u}_2 = u_2$

$\tilde{u}_3 = u_3$

$$\tilde{u}_4 = u_4 - \left(\frac{-1}{-1}\right) u_1 - \frac{1}{1} u_2 - \frac{1}{1} u_3$$

$$= u_4 - u_1 - u_2 - u_3 = \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}$$

QUINDI TROVIAMO CHE $\tilde{g}$ ~~O~~-ORTOGONALIZZ.

DI B CI DÀ LA BASE CANONICA DI $\mathbb{R}^4$:

$$\left\{ \underbrace{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}}_{e_1}, \underbrace{\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}}_{e_2}, \underbrace{\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}}_{e_3}, \underbrace{\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}}_{e_4} \right\}$$

CHE È GIÀ NORMALIZZATA POICHÉ

$$|\underbrace{g(e_1, e_1)}_{-1}| = |\underbrace{g(e_2, e_2)}_{+1}| = |\underbrace{g(e_3, e_3)}_{+1}| = |\underbrace{g(e_4, e_4)}_{+1}| = +1$$

(g) g è DEGENERE SE "$\det g$" $= 0$,

i.e.

SCELGO

QUINDI USO UNA MIA BASE (AD ESEMPIO

C) E CALCOLO $\det g$:

$$\text{"}\det g\text{"} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{IN} \\ \text{BASE CANONICA}}}{=} \det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$\uparrow$

__NON__ SERVE FARE CONTO,

PERCHÉ

$3°$ RIGA $= 2 \cdot 4°$ RIGA

$\hookrightarrow \det = 0$

PERCHÉ $\text{Rg} < 4$

$\rightarrow g$ È DEGENERE

$\tilde{g}$ INVECE? SI CONSIDERA $\tilde{g}(v,w) = v_1 w_1 + v_2 w_2 + v_3 w_3 + v_4 w_4$

ALLORA RISPETTO ALLA BASE CANONICA C DI $\mathbb{R}^4$

$$\tilde{g} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

($\leftarrow$ IN FISICA SI CHIAMA METRICA DI MINKOWSKI)

QUINDI, $\det \tilde{g} = -1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = -1 \neq 0$

$\rightarrow \tilde{g}$ È NON DEGENERE!

③:

(a)

RECAP: DATI DUE VETTORI v, w LIN. INDIP. ALLORA LE EQ. PARAMETRICHE DEL PIANO π PASSANTE PER $P_0=(x_0,y_0,z_0)$ E PARALLELO A v, w SONO

$$\pi : \begin{cases} x = x_0 + s l_1 + t l_2 \\ y = y_0 + s m_1 + t m_2 \\ z = z_0 + s n_1 + t n_2 \end{cases} \qquad \text{CON } v = (l_1, m_1, n_1), \quad w = (l_2, m_2, n_2)$$

NEL NOSTRO CASO: $v = (2,1,1)$

$w = (1,3,1)$

v, w SONO LIN. INDIP., INFATTI NON SONO MULTIPLO L'UNO DELL'ALTRO!

QUINDI π: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} =$

19

$$\Pi: \begin{cases} x = 2s + t \\ y = 1 + s + 3t \\ z = 1 + s + t \end{cases}$$

(b) eq. cartesiana?

$$\begin{cases} x = 2s + t \rightarrow t = x - 2s \\ y = 1 + s + 3t \\ z = 1 + s + t \end{cases}$$

da cui

$$\begin{cases} t = x - 2s \\ y = 1 + s + 3(x - 2s) \\ z = 1 + s + (x - 2s) \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1 + s + 3x - 6s = 1 - 5s + 3x \\ z = 1 + x - s \rightarrow s = 1 + x - z \end{cases}$$

da cui $\cancel{y = 1 + (1 + x - z) + 3x - 6s}$

$\cancel{y = 12 + s}$ $\quad y = 1 + 3x - 5s = 1 + 3x - 5(1 + x - z)$

$= 1 + 3x - 5 - 5x + 5z$

$\rightarrow \quad y = -4 - 2x + 5z$

$$\boxed{\text{i.e. } \Pi: \; 2x + y - 5z + 4 = 0}$$

4

(a)

$$\pi : \begin{cases} x = +1 + 2s + t \\ y = -3 + s + 3t \\ z = 1 + s - 2t \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} s + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} t$$

i.e. $\underset{\substack{\parallel \\ \text{GIACITURA} \\ \text{DI } \pi}}{V} = \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$

↑

INFATTI

$\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$ lin. indip. !

(b)

PRIMA BISOGNA CAPIRE r E π COME SONO TRA LORO :

EC CONTESIAM?

$$\begin{cases} x = 1 + 2s + t \\ y = -3 + s + 3t \\ z = 1 + s - 2t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = x - 1 - 2s \\ y = -3 + s + 3x - 3 - 6s \\ z = 1 + s - 2x + 2 + 4s \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -6 + 3x - 5s \longrightarrow 5s = -6 + 3x - y \\ z = 3 - 2x + 5s \end{cases}$$

DA CUI: $z = 3 - 2x - 6 + 3x - y$

$$\downarrow$$

$$\pi: \ x - y - z - 3 = 0$$

$$\begin{array}{l} \pi \\ r \end{array} \begin{cases} x - y - z = 3 \\ x + y = 0 \\ z + y = 0 \end{cases} \begin{cases} x = -y \\ z = -y \end{cases} \longrightarrow -y - \cancel{y} + \cancel{y} = 3$$

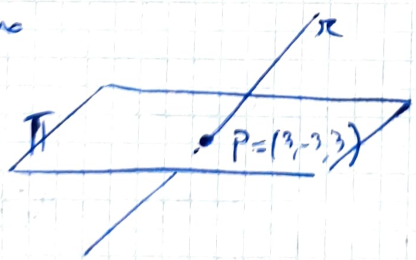
$$\downarrow$$

$$x = z = 3$$

$$y = -3$$

QUINDI, $\pi \cap r = P = (3, -3, 3)$

OVVERO

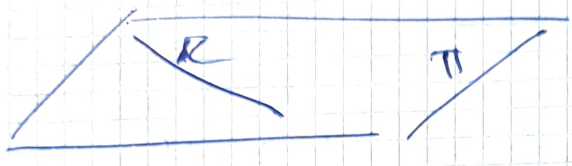


DUNQUE

$$\rightarrow d(\pi, r) = 0$$

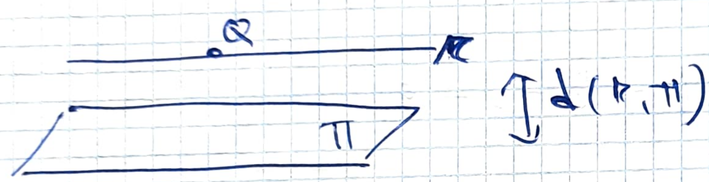
N.B.:

(1) SE AVESSI TROVATO (DAL SISTEMA $r \cap \pi$) INFINITE SOLUZIONI ALLORA LA SITUAZIONE SAREBBE STATA LA SEGUENTE



DA CUI, DI NUOVO, $d(r,\pi) = 0$

(2) SE INVECE IL SISTEMA FOSSE STATO IMPOSSIBILE, i.e. $r \cap \pi = \emptyset$, ALLORA



QUINDI:

$$d(r,\pi) = d(Q,\pi) = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

Q PUNTO QUALSIASI SU r
($Q \in r$)

DISTANZA
PUNTO $Q=(x_0,y_0,z_0)$
PIANO
$\pi: ax+by+cz+d=0$

(c) $d(\pi,P)=?$ CON $P=(1,0,1)$

USO LA FORMULA DISTANZA PUNTO-PIANO:

$$d(P,\pi) = \frac{|1\cdot1 - 1\cdot0 - 1\cdot1 - 3|}{\sqrt{(1)^2+(-1)^2+(-1)^2}} = \frac{|-3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$\pi: x-y-z-3=0$

$P=(1,0,1)$