

TUTORATO 3 (27/03/2024)

① ~~ES. 7~~ TUTORATO 2 (FACOLTATIVO!)

② ~~VERIFICARE~~
VERIFICARE SE I SEGUENTI VETTORI
SONO LINEARMENTE DIPENDENTI O INDEPENDENTI
E, SE LINEARMENTE INDEPENDENTI, SE COSTITUISCONO
UNA BASE DI \mathbb{R}^3 .

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

③ ~~VERIFICARE~~

SI CONSIDERINO I SEGUENTI VETTORI DI \mathbb{R}^4

$$v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

E IL SOTTOSPAZIO VETTORIALE ~~$V = \text{Span}(v_1, v_2, v_3)$~~

~~$V = \text{Span}(v_1, v_2, v_3)$~~ OVVERO IL SOTTOSP.

VETT. DI \mathbb{R}^4 GENERATO DA v_1, v_2, v_3

(a) DETERMINARE UNA BASE B DI V
(b) COMPLETARLA AD UNA BASE B' DI \mathbb{R}^4

(c) DETERMINARE LE COORDINATE DI v_4
RISPETTO ALLA BASE B' .

(4) SIA M LO SPAZIO VETT. DELLE MATRICI
 2×2 A COEFFICIENTI REALI

(a) DETERMINARE LA DIMENSIONE E UNA BASE
di M

(b) SIA S IL SOTTOSP. VETTORIALE di M
~~CONSTITUITO DA~~ DEFINITO COME

$$S := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M \mid \begin{matrix} b=c \\ a, b, c, d \in \mathbb{R} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}, a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$$

DETERMINARE LA DIMENSIONE E UNA BASE di S .

N.B.:

S È LO SPAZIO VETTORIALE DELLE "MATRICI SIMMETRICHE"
 2×2 REALI (LO VEDRETE PIÙ AVANTI NEL CORSO).

(5) SIA $V = \mathbb{R}[x]_{\mathbb{F}_2}$, ~~SIA LO SPAZIO VETT. DELLE POLINOMI DI GRADO~~

SI ANO $P_1(x) = x^2 + x + 1$, $P_2(x) = x^2 + x$, $P_3(x) = x + 1$

(a) DIMOSTRARE CHE $\{P_1, P_2, P_3\}$ È UNA BASE di V

(b) SI SCRIVANO I SEGUENTI $q_i \in V$

COME COMBINAZIONE LINEARE di P_1, P_2, P_3 :

$$q_1 = x, \quad q_2 = x^2 + 3x + 1, \quad q_3 = -2x^2 - 6x - 2$$

(c) SI ~~DETERMINI~~ DETERMINI UNA BASE B di

$\text{Span}(q_1, q_2, q_3)$ E SI ESTENDA B

AD UNA BASE PER V .