

ESERCIZI 1 (6/03/2024)

ARGOMENTI: NUMERI NATURALI, INTERI, RAZIONALI, REALI, COMPLESSI
SISTEMI LINEARI, RIDUZIONE A ORDINI,
TEOREMA DI ROUCHE-CABELLI

ES. 1 (PRELIMINARI)

- a) DIMOSTRARE CHE $x^2 - 2 = 0$ NON HA SOLUZIONI IN \mathbb{Q}
- b) VERIFICARE CHE $(\alpha, 0) + (\beta, 0) = (\alpha + \beta, 0)$ E CHE
 $(\alpha, 0) \cdot (\beta, 0) = (\alpha\beta, 0)$
- c) TROVARE LA FORMA ALGEBRICA DI $z = (a + ib)^2 (c + id)$
CON $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

ES. 2 (OPERAZIONI SULLE MATRICI)

- (a) SI CALCOLI LA SOMMA TRA A E B, DOVE

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 14 & -1 & 2 \\ 7 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- (b) SI CALCOLI ^(SE ESISTE) IL PRODOTTO TRA C E D, DOVE

$$C = \begin{pmatrix} 2 + 3i & 4 & -5i \\ 7 & -1 & 3i \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 7i & 8 \\ 4 & -1 \\ 11 & 0 \end{pmatrix}$$

ESISTE ANCHE IL PRODOTTO DI D CON C? SE SÌ, SI CALCOLI.

- (c) SI CALCOLI (SE ESISTE) ~~IL PRODOTTO TRA C E D~~

~~IL~~ E^2 , DOVE

$$E = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \quad a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$$

QUANDO NON ESISTESSE, SI COSTRUISCA UNA
MATRICE A T.C. A^2 ESISTA.

ES. 3 RIDURRE IN FORMA A SCALINI LE SEGUENTI
MATRICI

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -5 & 14 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 6 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

ES. 4 SI RISOLVA IL SISTEMA LINEARE

$$\begin{cases} 3x_1 - 6x_2 = 6 \\ 4x_1 + 2x_2 = -12 \end{cases}$$

USANDO SIA IL METODO ALGEBRICO (I.E. RISOLUZIONE DIRETTA SENZA USARE MATRICI) SIA LA RAPPRESENTAZIONE MATRICIALE

ES. 5 SI DETERMINI $\text{Sol}(A, b)$ ~~IN~~ NEI SEGUENTI CASI

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -4 & 5 \\ -5 & 1 & -7 \end{pmatrix}, \quad b_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \\ -21 \end{pmatrix}$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 15 \\ 1 & 8 & -10 \\ -2 & -16 & 20 \end{pmatrix}, \quad b_4 = \begin{pmatrix} -137 \\ 203 \\ -21 \end{pmatrix}$$

ES. 6 SI DETERMINI UN SISTEMA DI TRE EQUAZIONI LINEARI CON TRE INCONGNITE TALE CHE

$$\text{Sol}(A, b) = \left\{ (t, -2, 5) \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

ES. 7 SI INDICHI PER QUALI $\lambda \in \mathbb{R}$ IL SEGUENTE SISTEMA

$$\begin{cases} (\lambda + 1)x_1 + (-\lambda^2 + 6\lambda - 9)x_2 + (\lambda - 2)x_3 = 1 \\ (\lambda^2 - 2\lambda - 3)x_1 + (\lambda^2 - 6\lambda + 9)x_2 + 3x_3 = \lambda - 3 \\ (\lambda + 1)x_1 + (-\lambda^2 + 6\lambda - 9)x_2 + (\lambda + 1)x_3 = 1 \end{cases}$$

NON AMMETTE SOLUZIONI, AMMETTE UNA UNICA SOLUZIONE,
AMMETTE UN NUMERO IN FINITO DI SOLUZIONI.
IN OGNI UNO DEI SEGUENTI CASI SI DETERMINI L'INSIEME
DELLE SOLUZIONI.