Corso di Segnali e Sistemi

Ingegneria Biomedica-Ingegneria Elettronica

Università degli Studi di Padova

(Proff. C. Dalla Man e T. Erseghe)

Laboratorio 04

- Serie di Fourier

Serie di Fourier a tempo continuo

Un segnale **x(t) periodico di periodo T_p**, ad energia finita su un periodo, si può rappresentare tramite la **serie di Fourier**

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \, e^{jk\omega_0 t} \qquad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_p}$$

$$a_k = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} x(t) e^{-jk\omega_0 t} \, dt$$

dove i coefficienti a_k si possono **calcolare numericamente** approssimando l'integrale tramite una somma discreta a passo T

$$a_k \approx \frac{1}{T_p} \cdot T \sum_{n=0}^{M-1} x(nT) e^{-jk\omega_0 nT} \qquad \boldsymbol{T = \frac{T_p}{M}} \textbf{ con } \boldsymbol{M} \textbf{ grande}$$

Esercizio 1

Si consideri l'onda quadra

$$x(t) = A\, rep_{T_p}\, rect\left(\frac{t}{2D}\right)$$

di ampiezza **A = 2**, periodo **T_p = 5** e duty cycle **d = 0.4** = $2D/T_p$

1) Plottare x(t) nel periodo [0,5] usando la function *ondaquadra.m* e **passo di campionamento T=0.001**

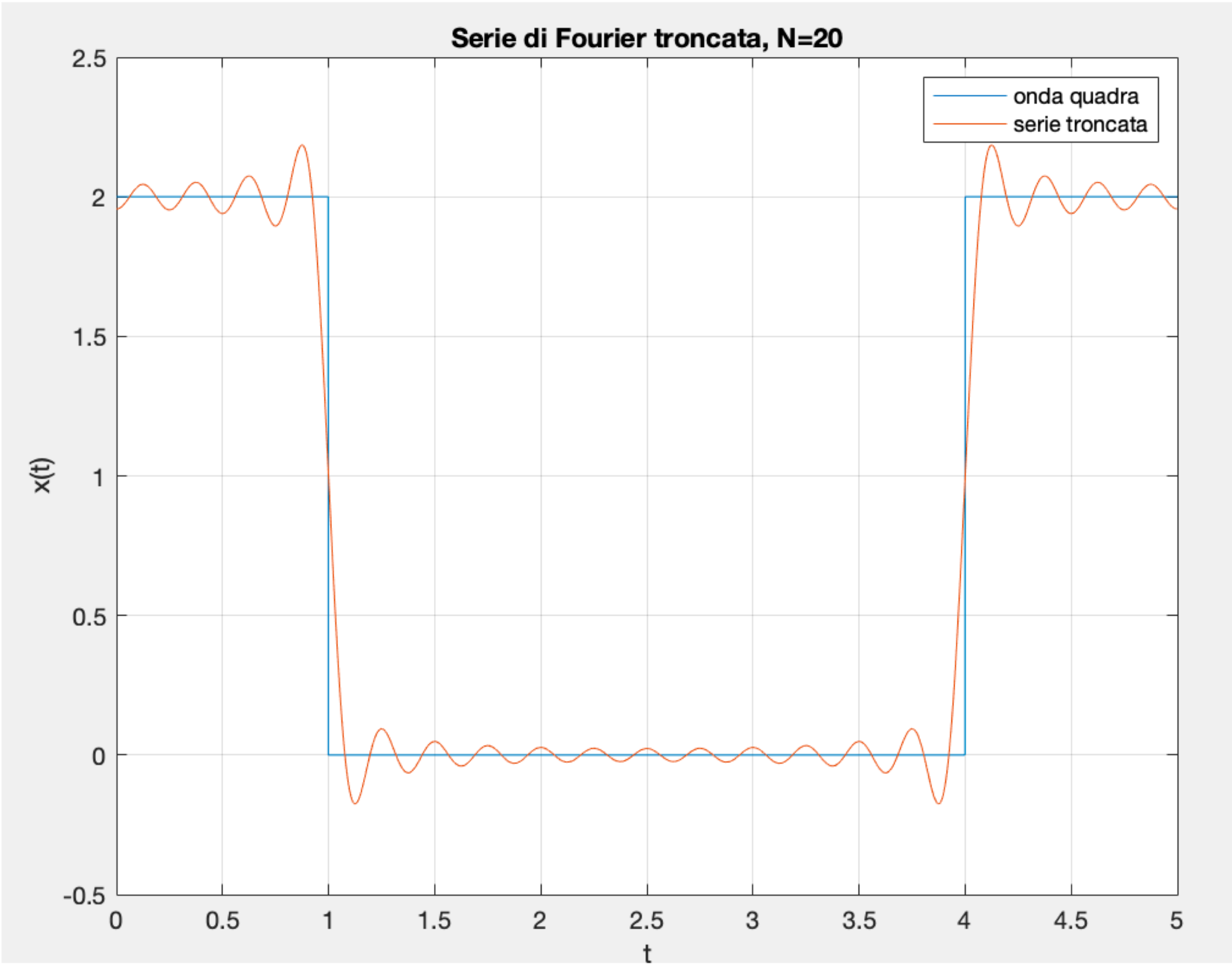
NB: la function ***[t, x]=ondaquadra(A,Tp,d,T),*** dati in ingresso l'ampiezza A, il periodo Tp, il duty cycle d ed il passo di campionamento T, restituisce i valori dell'onda quadra ai tempi *t=[0:T:Tp)*

2) Plottare nella stessa figura del punto 1) la **serie di Fourier troncata al termine N-esimo**

$$x_N(t) = \sum_{k=-N}^{+N} a_k \, e^{jk\omega_0 t}$$

per *N=20*. I coefficienti di Fourier dell'onda quadra sono noti dalla teoria $\boldsymbol{a_k = A\, d\, sinc(kd)}$ e la funzione sinc è disponibile in MatLab.

3) Plottare in una stessa figura (subplot unico, o tanti subplot) le serie troncate **per *N=[5,10,20,50,100,200]***



Serie di Fourier troncata, N=20
onda quadra
serie troncata
x(t)
t
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5

Suggerimento:

```
close all
clear all
clc

% definire parametri
Tp = 5; % periodo
d = 0.4; % duty cycle
A = 2; % ampiezza onda
om0 = 2*pi/Tp; % omega zero
N = 20; % numero di armoniche
T = 0.001; % passo di campionamento

% segnale originario x(t)
[t, x] = ondaquadra(A,Tp,d,T);

% stampa segnale
figure
plot(t,x);
xlabel('t')
ylabel('x(t)')
title(['Serie di Fourier troncata, N=', num2str(N)])
grid
```

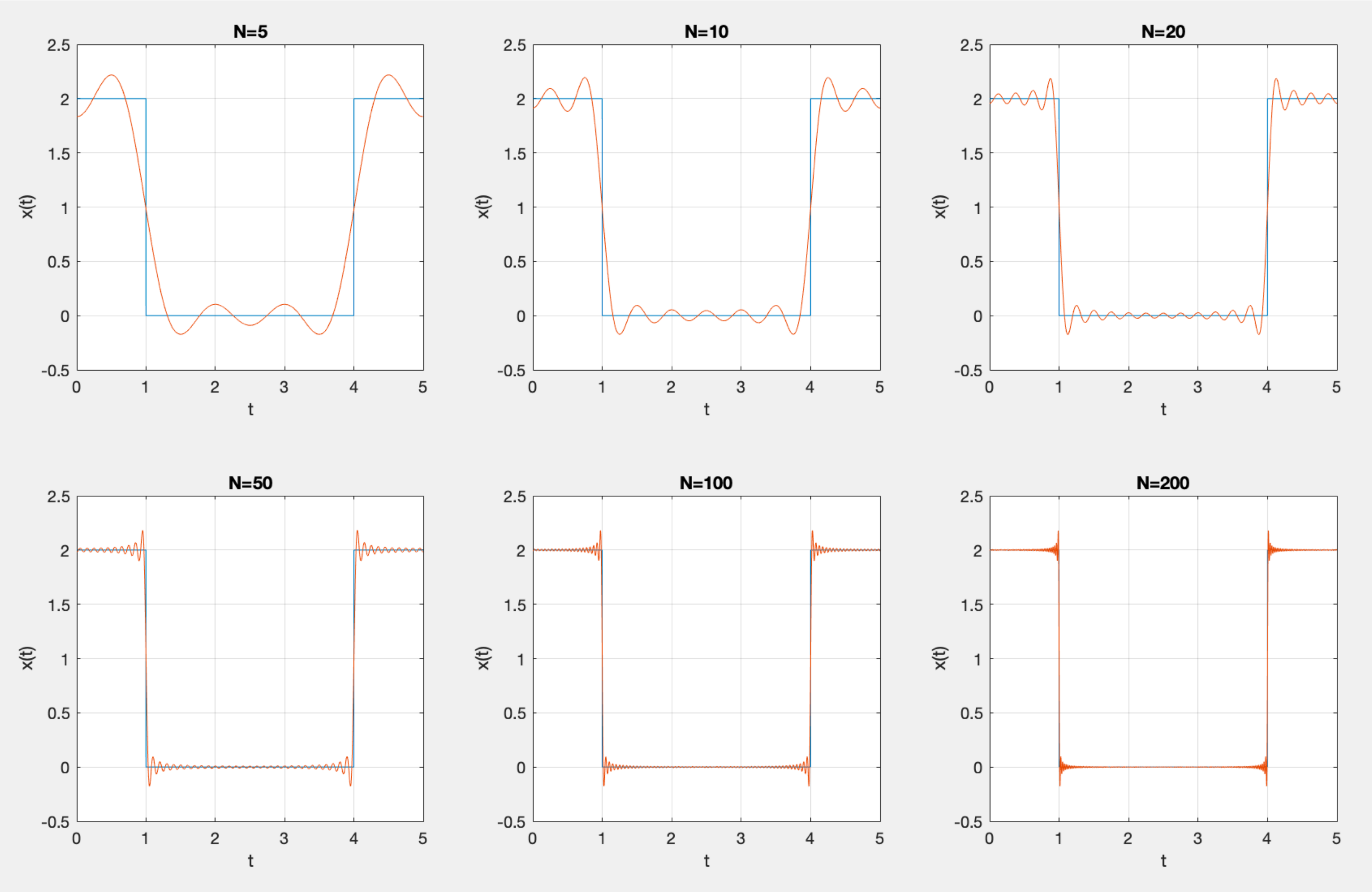
Suggerimento:

```
%% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% serie troncata con coefficienti ak

% inizializzo il segnale a zero
xn = zeros(size(t));
% aggiungo uno alla volta i contributi dei coefficienti
for k = -N:N
    % definire il coeffic                       inc
    ak =
    % aggiungere il contributo del k-esimo coefficiente
    xn = xn +
end
% tengo solo la parte re
xn = real(xn);

% 3) plotto il segnale
hold on
plot(t,xn);
hold off
legend('onda quadra','serie troncata')
```

definire il valore di ak … MatLab conosce la funzione sinc!!!

aggiungere al vettore xn il contributo della k-esima armonica

a causa di approssimazioni numeriche: siccome sappiamo che il segnale è reale teniamo solo la parte reale



N=5
N=10
N=20
N=50
N=100
N=200
x(t)
t

Esercizio 2

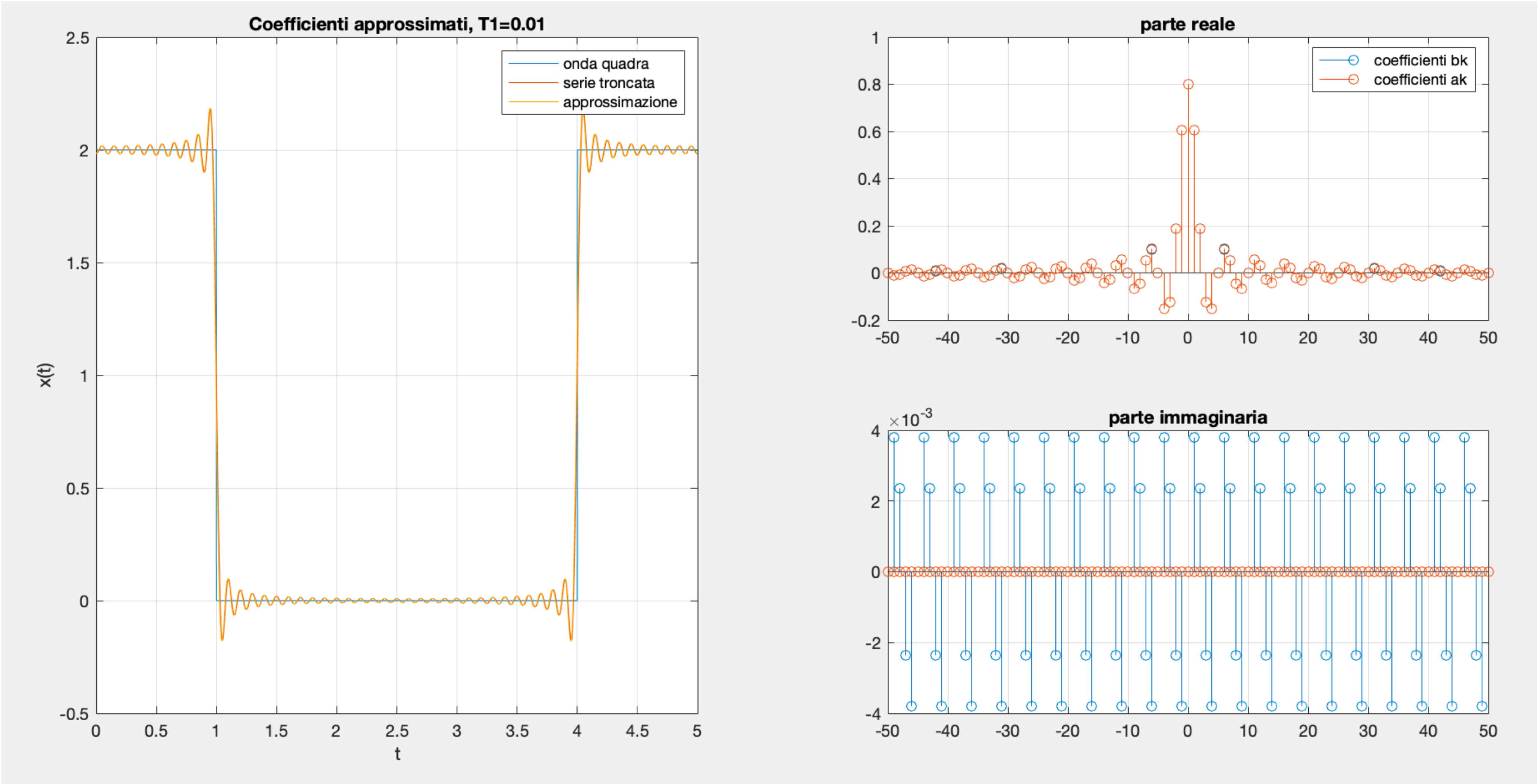
1) Modificare il codice del primo esercizio (per *N=50*) in cui i coefficienti a_k siano calcolati numericamente tramite la regola

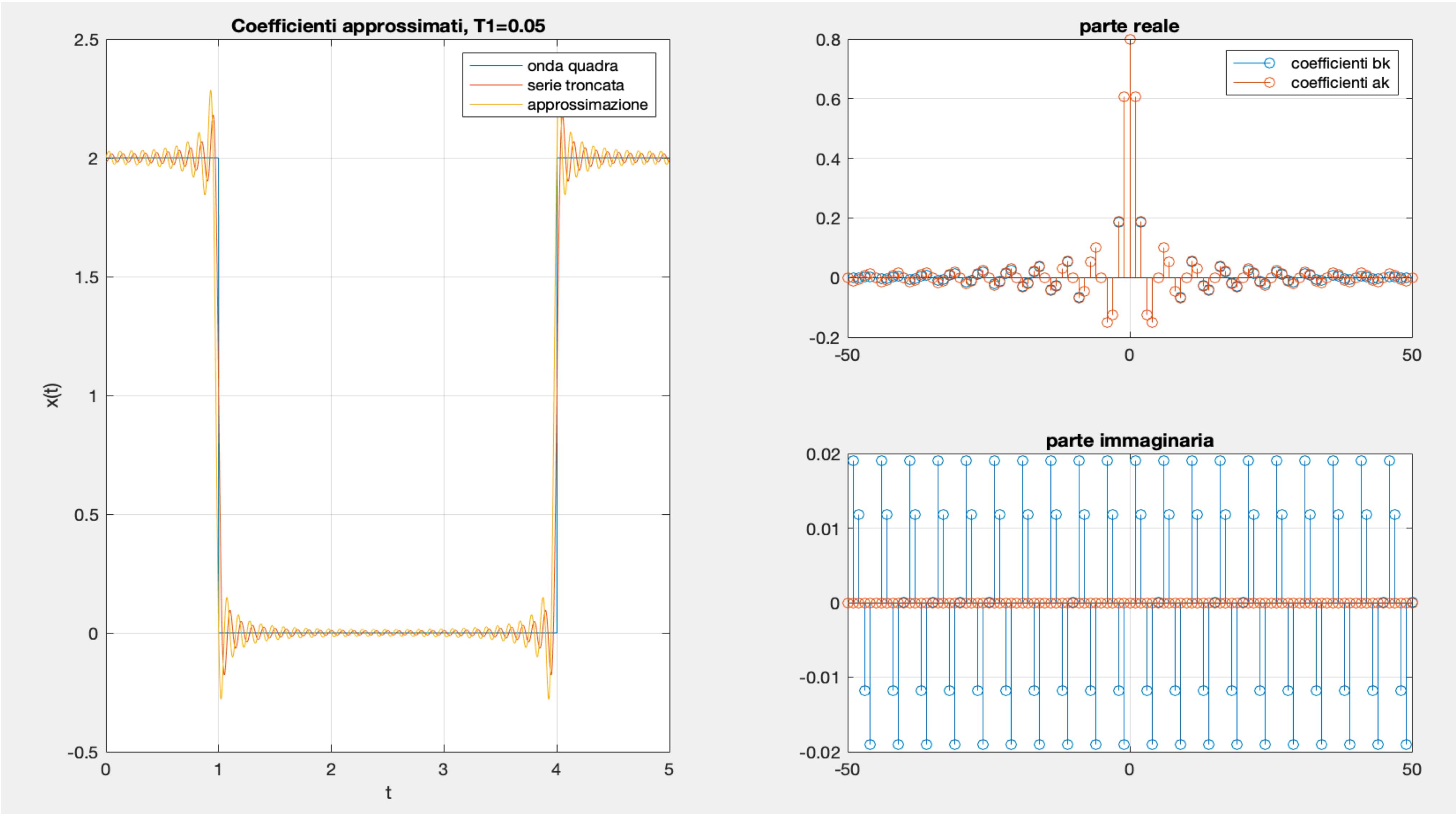
$$b_k = \frac{1}{T_p} \cdot T_1 \sum_{n=0}^{M-1} x(nT_1) e^{-jk\omega_0 nT_1} \quad \boldsymbol{M = \frac{T_p}{T_1}}$$

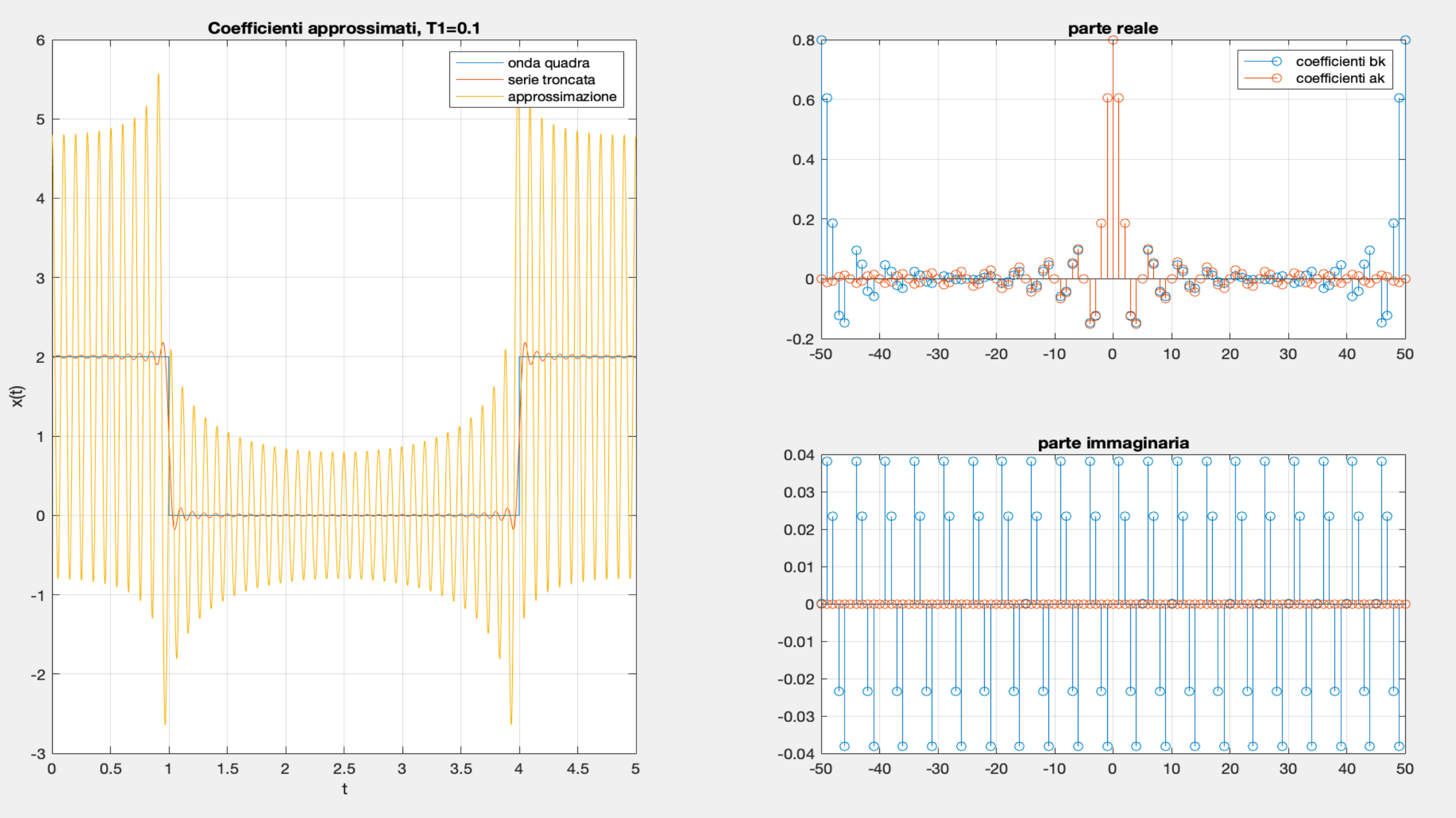
scegliendo T_1 piccolo, ad es $T_1 = 0.01$

2) Confrontare in una figura i valori dei **coefficienti veri a_k** e quelli **calcolati numericamente b_k**

… come cambia il risultato per T_1 = 0.01, 0.05, e 0.1 ?


Coefficienti approssimati, T1=0.01
onda quadra
serie troncata
approssimazione
x(t)
t
parte reale
coefficienti bk
coefficienti ak
parte immaginaria
$\times 10^{-3}$


Coefficienti approssimati, T1=0.05
onda quadra
serie troncata
approssimazione
x(t)
t
parte reale
coefficienti bk
coefficienti ak
parte immaginaria



Coefficienti approssimati, T1=0.1
onda quadra
serie troncata
approssimazione
x(t)
t
parte reale
coefficienti bk
coefficienti ak
parte immaginaria

```
%% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% serie troncata con coefficienti approssimati

xn = zeros(size(t)); % con coeff veri
a = []; % vettore coefficienti veri, da riempire
yn = zeros(size(t)); % con coeff approssimati
b = []; % vettore coefficienti approssimati
for k = -N:N
    % coefficienti veri
    ak =
    xn = xn +
    % coefficienti approssimati
    [t1, x1] = ondaquadra(A,Tp,d,T1);
    bk =
    yn = yn +
    % salvo i coefficienti
    a(end+1) = ak;
    b(end+1) = bk;
end

% confronto i segnali
figure
plot(t,x,t,real(xn),t,real(yn));
```

come prima!

calcolare i valori del segnale nel periodo usando come passo di campionamento T1 (da definire)

valutare il valore di bk tramite integrazione numerica usando i vettori t1 = nT_1 e x1 = $x(nT_1)$

aggiungere al vettore yn il contributo della k-esima armonica

salvo i coefficienti in due vettori, per poterli confrontare