# Analisi Matematica 2B

Nome, cognome, matricola: Scritto del 5/2/2024

---

**Esercizio 1** (10 punti) In $\mathbb{R}^2$ si consideri la forma differenziale

$$\omega = y^2(x-y)dx + x^2(x+y)dy.$$

i) Stabilire se $\omega$ è esatta su $\mathbb{R}^2$ ed eventualmente calcolarne un potenziale.

ii) Calcolare l'integrale

$$I = \int_\gamma \omega,$$

dove $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ è la circonferenza $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ per $t \in [0, 2\pi]$.

| Risposte: i) $\omega$ esatta si/no | ii) $I =$ |
|---|---|

**Esercizio 2** (10 punti) Si consideri l'insieme $M \subset \mathbb{R}^3$

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 2\}.$$

i) Stabilire se $M$ è una sottovarietà differenziabile di $\mathbb{R}^3$ oppure no.

ii) Stabilire se la funzione $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = x + y + z$, assume massimo su $M$ oppure no ed eventualmente calcolarlo.

| Risposte: i) $M$ sottovarietà si/no | ; ii) $\max_M f =$ |
|---|---|

**Esercizio 3** (10 punti) Si consideri l'insieme $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : xy + z = 0\} \subset \mathbb{R}^3$ e sia $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ la funzione

$$\varphi(x, y, z) = \frac{1}{(1 + x^2 + y^2)^\alpha}, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

dove $\alpha \in \mathbb{R}^{\cancel{3}}$ è un parametro. Studiare la convergenza e se possibile calcolare il seguente integrale

$$I_\alpha = \int_S \varphi(x, y, z) d\mathscr{H}^2.$$

| Risposta: $I_\alpha =$ |
|---|

---

2 ore e 30 minuti a disposizione