

Laboratorio di Calcolo Numerico: Integrazione e derivazione numerica 11/01/24

Esercizio per casa

Partendo dalla funzione `trapezi_composta` si generi una funzione `ptomed_composta` che generi i punti e i pesi per la formula composta del metodo del punto medio per l'integrazione.

Tale metodo consiste nel dividere l'intervallo in N subintervalli e in ciascuno di essi approssimare l'integrale con l'area del rettangolo costruito nel punto medio, cioè

$$\int_a^b f(x)dx \approx (b-a)f\left(\frac{a+b}{2}\right).$$

La funzione, come `trapezi_composta`, prenderà in input gli estremi dell'intervallo a , b e N ovvero in quanti subintervalli suddividere $[a, b]$. In output darà i nodi di integrazione \mathbf{x} e i relativi pesi \mathbf{w} .

In seguito, si applichi utilizzi la funzione per generare i punti e i pesi per approssimare l'integrale

$$\int_0^5 \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{\log(26)}{2}$$

con $N = 1 : 20$ attraverso il metodo del punto medio composto.

Per gli stessi N , si approssimi l'integrale anche i metodi del trapezio composto e delle parabole composte.

Utilizzando il valore esatto dell'integrale, si calcoli l'errore relativo dei tre metodi al crescere di N e si faccia un grafico, con relativa legenda, in scala semilogaritmica degli errori sovrapposti e rispettivamente colorati in blu, magenta e nero.