

# Laboratorio di Calcolo Numerico: Interpolazione 14/12/23

## Esercizio per casa

In interpolazione, poiché computazionalmente meno costosa, il polinomio scritto con le basi di Lagrange, viene spesso riscritto in forma baricentrica, ovvero

$$p_n(x) = \frac{\sum_{i=0}^n \frac{w_i}{x-x_i} y_i}{\sum_{i=0}^n \frac{w_i}{x-x_i}}$$

con i pesi  $w_i$  definiti come

$$w_i = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{1}{x_i - x_j}$$

Si implementi una function `interpol_bary` che calcola il polinomio in forma baricentrica e che prende come input

- **x**: vettore (riga) dei nodi
- **y**: vettore (riga) dei valori della funzione nei nodi
- **s**: vettore (colonna) dei punti di valutazione del polinomio

e restituisce in output un vettore **t** con i valori del polinomio negli elementi di **s**.

Attenzione: Se gli elementi di **x** sono contenuti in **s** avremo una divisione per 0 nella implementazione, anche se in realtà  $\lim_{x \rightarrow x_i} p_n(x) = y_i$  perchè è zero anche il numeratore, quindi in questi casi i valori vanno specificati a mano e non con la formula sopra. Per fare ciò si può usare la funzione `ismember` di Matlab e definire tali valori come

```
[idy,locs] = ismember(x,s);  
t(locs(locs~=0)) = y(idy);
```

In seguito applicare la function in uno script per interpolare la funzione  $f(x) = \cos(x) - \sin(x)$  in  $I = [-1, 1]$  utilizzando come nodi sia i punti equispaziati, sia i punti di Chebyshev-Lobatto e variando il grado del polinomio  $n = 1 : 30$ . Si valuti il polinomio in 500 punti all'interno dell'intervallo  $I$ .

Calcolare poi, per ciascun  $n$  l'errore assoluto massimo tra la funzione e il polinomio all'interno della discretizzazione dell'intervallo.

Infine, fare il grafico in scala semilogaritmica dell'errore assoluto massimo in funzione del grado  $n$  sovrapponendo nello stesso grafico l'errore con il polinomio che utilizza i nodi equispaziati (in blu) e l'errore che con il polinomio che utilizza i nodi di Chebyshev-Lobatto (in magenta). Si assegni al grafico il titolo "Errori" e si aggiunga una legenda.