

# Laboratorio di Calcolo Numerico: Cancellazione numerica e stabilità di algoritmi 19/10/23

## Esercizio per casa

Sia data la sequenza

$$\begin{cases} x_{n+1} = 2^n \left( \sqrt{1 + \frac{x_n}{2^{n-1}}} - 1 \right), n = 1, 2, \dots \\ x_1 > -1, \end{cases}$$

convergente a  $\log(x_1 + 1)$ .

Si costruisca quindi una function denominata `sequenza_log` che prenda come input il punto iniziale  $x_1$  e il valore  $N$  indicante l'iterata da raggiungere e restituisca come output il vettore contenente tutte le iterate fino alla  $N$ -esima.

Si crei quindi uno script dove utilizzare la funzione creata e in particolare:

- Si applichi per i valori  $x_1 = 1$  e  $N = 70$ .
- Si stampi a schermo i valori in formato decimale con 4 cifre prima della virgola di  $N$  e  $x_1$ .
- Si stampi a schermo i valori in formato esponenziale con una cifra prima della virgola e quattro dopo dell'ultimo valore della sequenza generata con la funzione.
- Si costruisca il vettore degli errori assoluti rispetto al valore esatto verso cui la serie converge.
- Si costruisca il grafico in scala semilogaritmica dell'errore, utilizzando come stile grafico una linea continua in nero ma con ogni valore segnato da punti o cerchi anch'essi neri.

Infine, notata la non convergenza della sequenza, si costruisca una seconda funzione simile alla prima, `sequenza_log2`, con le relative dovute correzioni per assicurare la convergenza.

Si utilizzi tale funzione nello script e similmente si calcolino gli errori assoluti rispetto al valore esatto, sovrapponendo poi il grafico in scala semilogaritmica sopra al precedente ma utilizzando per i dati relativi a questi errori, una linea continua in rosso e con ogni valore segnato da punti o cerchi anch'essi rossi.