LEZIONE 1

4/10/23

$f(x) = 0 \qquad f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

se f è un polinomio di 1°, 2°, 3°, 4°

esistono formule chiuse per trovare

x^* t.c. $f(x^*) = 0$ $\quad x^*$ un certo numero

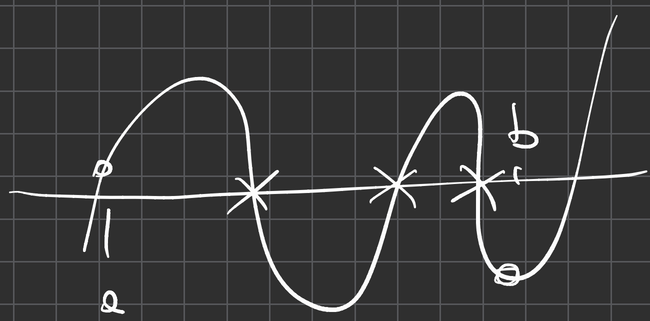
se $f(x) = \cos(x)\sin(x) - 5\log x$

$f(x) = 0$?

Imporremo che con il metodo di

bisezione possiamo individuare un intervallo $[a,b]$ t.c. $f(a)f(b) < 0$

che contiene una radice di f

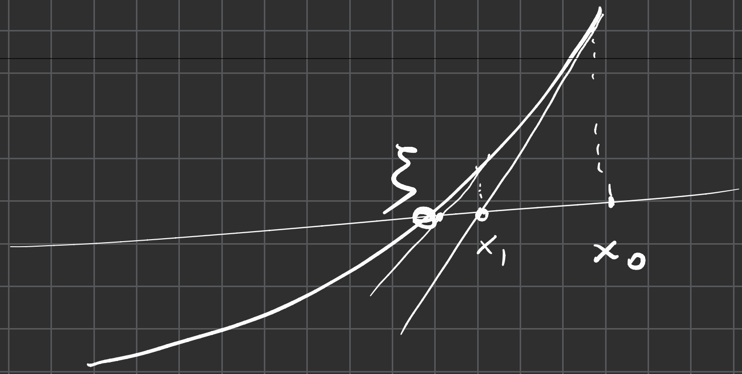


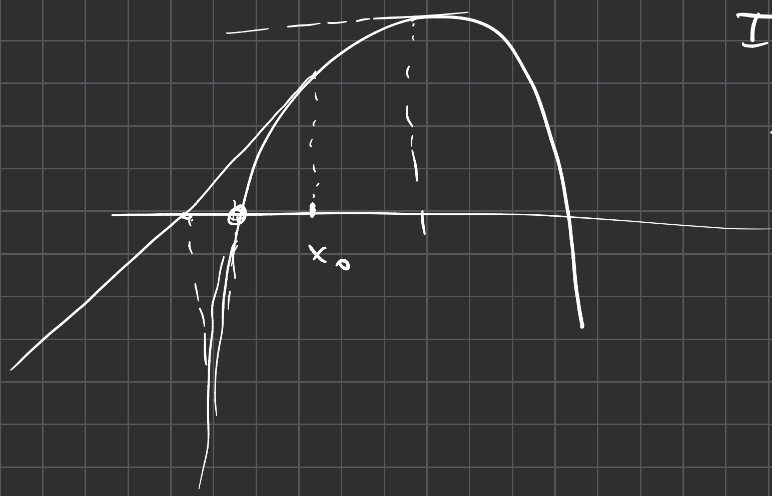
oppure useremo il metodo di Newton

ovvero andremo a costruire una

successione

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k)/f'(x_k)$$ a partire da un punto x_0 dato





Ipotesi

$f'(x) \neq 0$ in $[a,b]$ che contiene la radice cercata.

$$Ax = b$$

A è quadrata $n \times n$

x è $n \times 1$

b è $n \times 1$

$$x = A \backslash b$$

<u>MATLAB</u>

Avete imparato il metodo di eliminazione di Gauss

$$A \xrightarrow{(n-1)\text{ passi}}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{passi}]{n-1} \begin{pmatrix} \diagdown & \\ \emptyset & \end{pmatrix} = A^{(n-1)}$$

Ma non solo, avete "eliminato" anche il termine noto $b^{(n-1)}$

$$\begin{pmatrix} \diagdown & & \\ & \ddots & \\ \emptyset & & \diagdown \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1^{(n-1)} \\ \vdots \\ b_n^{(n-1)} \end{pmatrix}$$

si fa la sostituzione all'indietro e si ricavano le componenti del vettore

soluzione $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$

Il metodo di Eliminazione e sostituzione all'indietro è equivalente a fattorizzare

$$A = L \underset{\substack{\uparrow \\ A^{(n-1)}}}{U}$$

$Ax = b$ è una funzione di n variabili

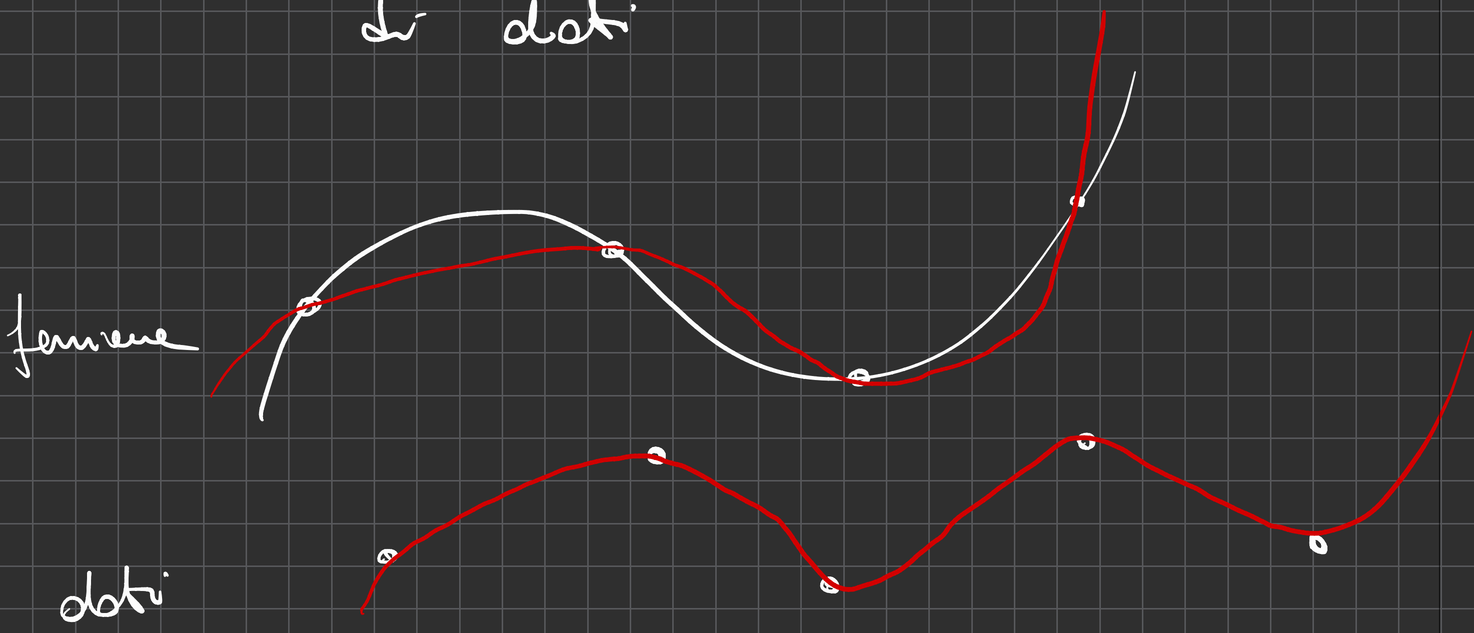
$$f(x) = Ax - b$$

posso applicare una tecnica iterativa Newton-like

Metodi iterativi per risolvere sistemi lineari

- JACOBI
- GAUSS-SEIDEL $\longrightarrow$ S.OR

Interpolazione di funzioni o di dati



Condizioni d'interpolazione

Invece di f considero un polinomio di grado, dati $x_0, \ldots, x_n$ e valori $y_0, \ldots, y_n$, n

$n+1$ informazioni $\longrightarrow$ n grado polinomio

$$p_n(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$$

$n+1$ coeff.

I coefficienti si determinano imponendo le condizioni d'interpol.

$$p_n(x_i) = y_i \quad (\text{o } f(x_i))$$

$$i = 0, \dots, n$$

$\hookrightarrow$ è un sistema lineare

con matrice VANDERMONDE

$$V_{ij} = x_i^{n-j} \qquad i,j = 0, \dots, n$$