

1. (9 punti) Considera il linguaggio

$$L = \{0^m 1^n \mid 2m > 3n + 1\}.$$

Dimostra che L non è regolare.

2. (9 punti) Considera la seguente funzione da $\{0, 1\}^*$ a $\{0, 1\}^*$:

$$\text{stutter}(w) = \begin{cases} \varepsilon & \text{se } w = \varepsilon \\ aa.\text{stutter}(x) & \text{se } w = ax \text{ per qualche simbolo } a \text{ e parola } x \end{cases}$$

Dimostra che se L è un linguaggio context-free sull'alfabeto $\{0, 1\}$, allora anche il seguente linguaggio è context-free:

$$\text{stutter}(L) = \{\text{stutter}(w) \mid w \in L\}.$$

3. (9 punti) Dimostra che un linguaggio è decidibile se e solo se esiste un enumeratore che lo enumera seguendo l'ordinamento standard delle stringhe.

4. (9 punti) Considera il seguente problema: data una TM M a nastro semi-infinito, determinare se esiste un input w su cui M sposta la testina a sinistra partendo dalla cella numero 2023 (ossia se in qualche momento durante la computazione la testina si muove dalla cella 2023 alla cella 2022).

(a) Formula questo problema come un linguaggio 2023_{TM} .

(b) Dimostra che il linguaggio 2023_{TM} è indecidibile.