LT in Ingegneria dell'energia

Fondamenti di Algebra Lineare e Geometria
III appello AA 2020/2021

Docenti: A.Larese, G. Peruginelli

9 luglio 2021

Regole d'esame

- Essere soli nella stanza.
- Tenere webcam e microfono accesi (no auricolari).
- Posizionarsi a circa 2 metri dal dispositivo connesso su zoom: **la webcam deve inquadrare voi e il tavolo di lavoro.**
- Nel tavolo di lavoro devono essere presenti **solo** i fogli (di bella e brutta), le penne e il dispositivo che utilizzerete per la scansione (disposto con lo schermo rivolto verso il basso).
- NON é consentito l'uso di calcolatrice, testi, appunti o qualsiasi altro materiale al di fuori di quello elencato al punto precedente.
- NON é consentito avvicinarsi al dispositivo connesso su zoom se non per comunicazioni urgenti con i docenti tramite chat.
- NON scollegarsi da zoom prima del termine dell'esame (altrimenti l'esame verrà annullato).

Esercizio 1

Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ si consideri il sottospazio

$$U = < \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} >$$

(a) Determinare una base, la dimensione di U e un insieme minimale di equazioni che definiscano U.

(b) Determinare, se possibile, un sottospazio W di $\mathbb{R}^4$ tale che $U \cap W$ abbia dimensione 1 e $U + W = \mathbb{R}^4$.

(c) Determinare, se possibile due sottospazi V_1 ed V_2 tali che $dim V_1 = dim V_2 = 2$, $V_1 \cap U = V_2 \cap U =< (1, 2, -1, 2) >$

(d) Determinare $U^\perp$ e calcolare $U \cap U^\perp$

Esercizio 2

Si consideri la matrice $A_k \in \mathbb{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, $A_k = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & k \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(a) Dire per quali valori del parametro k, A_k è diagonalizzabile (sul campo dei reali);

Si consideri il caso $k = 3$

(b) Si dica se A_3 è diagonalizzabile e, in caso affermativo, si calcoli la forma diagonale di A_3;

(c) Sia $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo la cui matrice associata è A_3. f è iniettivo? È suriettivo? È un isomorfismo? Giustificare la risposta.

(d) Determinare la controimmagine $f^{-1}(v)$ del vettore $v = (1, 4, 1)$.

Esercizio 3

Nello spazio euclideo tridimensionale

(a) Determinare le equazioni cartesiane del piano π ortogonale al vettore $(0, 0, 5)$ e passante per il punto $A = (1, 1, 1)$.

(b) Determinare le equazioni cartesiane della retta r che passa per $B = (1, 1, 5)$ e $C = (0, 0, 5)$

(c) Determinare la posizione reciproca di r e π e la loro distanza.

(d) Determinare l'equazione cartesiana della retta s appartenente al piano π, che passa per A ed avente giacitura ortogonale ad quella di r.

NOTA: Si consiglia di disegnare il problema.

Teoria

(a) Dimostrare che l'immagine di un'applicazione lineare è un sottospazio vettoriale;

(b) Enunciare e dimostrare il Teorema di Rouché-Capelli.

Scannerizzare le pagine

- ogni pagina in verticale
- un unico file chiamato **cognome_nome.pdf**
- caricare il file

Non scollegarsi da zoom fino alla conferma di ricezione del file da parte dei docenti