LT in Ingegneria dell'energia

Fondamenti di Algebra Lineare e Geometria
I appello AA 2020/2021

Docenti: A.Larese, G. Peruginelli

19 gennaio 2021

Regole d'esame

- Essere soli nella stanza.
- Tenere webcam e microfono accesi (no auricolari).
- Posizionarsi a circa 2 metri dal dispositivo connesso su zoom: **la webcam deve inquadrare voi e il tavolo di lavoro.**
- Nel tavolo di lavoro devono essere presenti **solo** i fogli (di bella e brutta), le penne e il dispositivo che utilizzerete per la scansione (disposto con lo schermo rivolto verso il basso).
- NON é consentito l'uso di calcolatrice, testi, appunti o qualsiasi altro materiale al di fuori di quello elencato al punto precedente.
- NON é consentito avvicinarsi al dispositivo connesso su zoom se non per comunicazioni urgenti con i docenti tramite chat.
- NON scollegarsi da zoom prima del termine dell'esame (altrimenti l'esame verrà annullato).

Esercizio 1

Si considerino l'insieme S e il sottospazio $U \subset \mathbb{R}^4$ definiti come

$$S : \left\{ \begin{pmatrix} 2a \\ -1 \\ 0 \\ 2a \end{pmatrix} \; : \; a \in \mathbb{R} \right\} \qquad U : \begin{cases} x_1 - 2x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_2 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

(a) Determinare la dimensione di U e una sua base;

(b) Determinare $U^\perp$ e una sua base;

(c) Determinare $U \cap S$;

(d) S è un sottospazio? Giustificare la risposta e determinare W il più piccolo sottospazio di $\mathbb{R}^4$ che contenga S. Determinarne la dimensione e una base.

Esercizio 2

Si consideri al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$ l'applicazione lineare $f\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ definita da:

$$f\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\0\\0\\2t\end{pmatrix} \quad f\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\2\\t+1\\2t\end{pmatrix} \quad f\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\2\\t+3\\1-t\end{pmatrix} \quad f\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\2\\t+5\\t-1\end{pmatrix}$$

(a) Determinare $A_t = A_\varepsilon^\varepsilon(f)$ la matrice associata ad f in base canonica ε;

(b) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui A è invertibile e quelli per cui 0 è autovalore di A. Giustificare la risposta;

(c) Calcolare autovalori e autospazi di A nel caso in cui $t = 1$;

(d) Per quali valori di $t \in \mathbb{R}$ la matrice è ortogonalmente diagonalizzabile? Si giustifichi la risposta e si scriva la forma diagonale di A.

Esercizio 3

Nello spazio affine $\mathbb{A}^3$ si considerino i punti $A = (1, 0, 0)$, $B = (2, 2, 2)$ e $C = (2, 1, 0)$

(a) Determinare l'equazione cartesiana della retta r che passa per A e B e della retta s che passa per C ed è ortogonale a r e incidente con r;

(b) Determinare l'equazione cartesiana del piano π che contiene r ed è ortogonale ad s;

(c) Calcolare la distanza di C da π e le coordinate del punto della retta r alla minima distanza da C.

(d) Determinare il fascio di piani di sostegno r.

Teoria

(a) Enunciare e dimostrare la disuguaglianza triangolare;

(b) Enunciare e dimostrare il teoema di Rouché Capelli;

Scannerizzare le pagine

- ogni pagina in verticale
- un unico file chiamato **cognome_nome.pdf**
- caricare il file

Non scollegarsi da zoom fino alla conferma di ricezione del file da parte dei docenti