esercizio 1 spazi vettoriali

Il sottoinsieme W di $\mathbb{R}^3$ definito da:

$$x_1^2 + x_2^2 = x_3$$

è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$?

→ un generico vettore x

$$w = (w_1, w_2, w_3)$$

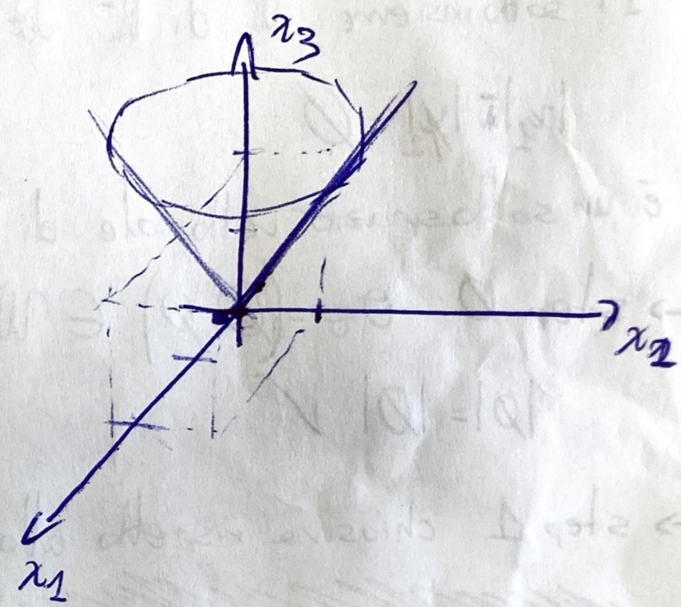
appartiene a W se rispetta la condizione

→ esempio

$$w_1 = (1, 0, 1)$$

$$w_2 = (0, 1, 0)$$

cono a sezione circolare



→ come verificare se è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$?

→ step 0: il vettore $0_V = (0, 0, 0) \in W$?

→ $0^2 + 0^2 = 0$ ✓

→ step 1 e 2: verificare che sia chiuso rispetto alla somma e al prodotto per uno scalare

→ facciamo un tentativo:

$w_1 = (0\ 1\ 1)$
$w_2 = (1\ 0\ 1)$, $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$

$\lambda_1 w_1 + \lambda_2 w_2 \in W$?

$$\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$$

$2^2 + 1^2 = 2^2$? no, non è un sottospazio vettoriale esercizio 2 spazi vettoriali

Il sottoinsieme W di $\mathbb{R}^2$ definito da

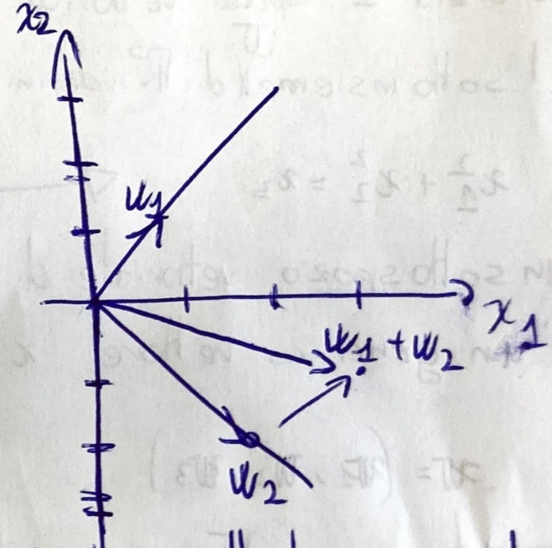
$$|x_1| - |x_2| = 0$$

è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$?

→ step 0: $0_V = (0\ 0) \in W$?

$$|0| = |0| \checkmark$$

→ step 1 chiusura rispetto alla somma



(si noti che è l'intersezione di un cono di asse x_1 con il piano $x_1 - x_2$)

si considerino:

$$w_1 = (1\ 1)$$
$$w_2 = (2\ -2)$$

$$w_1 + w_2 = (3, -1)$$

[redacted]

esercizio 3 (solo per chi lo ha visto a lezione !?)

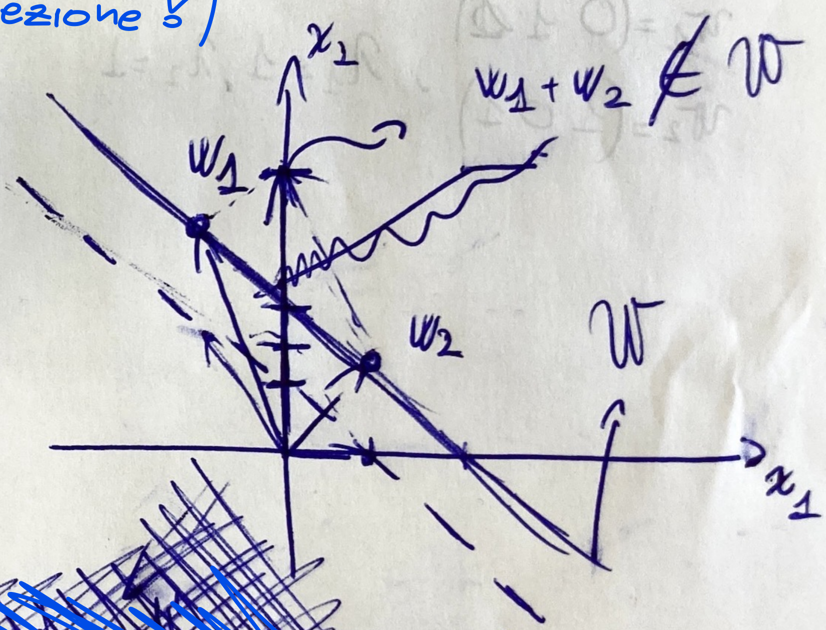
Il sottoinsieme W di $\mathbb{R}^2$ definito

$$x_1 + x_2 = 2$$

è sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$?

→ step $\emptyset$: $0_V = (\emptyset, \emptyset) \in W$?

$\emptyset + \emptyset = 2$ $\boxed{\text{no}}$



[redacted]

tutte le rette passanti per l'origine sono sottospazi vettoriali !

W' : $x+y = 1$