

1. **(12 punti)** Data una parola  $w \in \Sigma^*$ , definiamo  $evens(w)$  come la sottosequenza di  $w$  che contiene solo i simboli in posizione pari (iniziando a contare da 1). Per esempio,  $evens(INDICEPARI) = NIEAI$ . Dimostra che se  $L \subseteq \Sigma^*$  è un linguaggio regolare allora anche il linguaggio

$$evens(L) = \{evens(w) \mid w \in L\}$$

è un linguaggio regolare.

2. **(12 punti)** Considera il linguaggio

$$L_2 = \{uvw \mid u, w \text{ sono stringhe di } 0 \text{ e } 1 \text{ tali che } |u| = |w|\}.$$

Dimostra che  $L_2$  non è regolare.

3. **(12 punti)** Dimostra che se  $L \subseteq \Sigma^*$  è un linguaggio context-free allora anche  $L^R$  è un linguaggio context-free, dove  $L^R = \{w^R \in \Sigma^* \mid w \in L \text{ e } w^R \text{ è la stringa } w \text{ rovesciata}\}.$