Corso di Segnali e Sistemi
Ingegneria Biomedica-Ingegneria Elettronica
Università degli Studi di Padova
(Proff. N. Benvenuto e C. Dalla Man)
A.A. 2019/2020

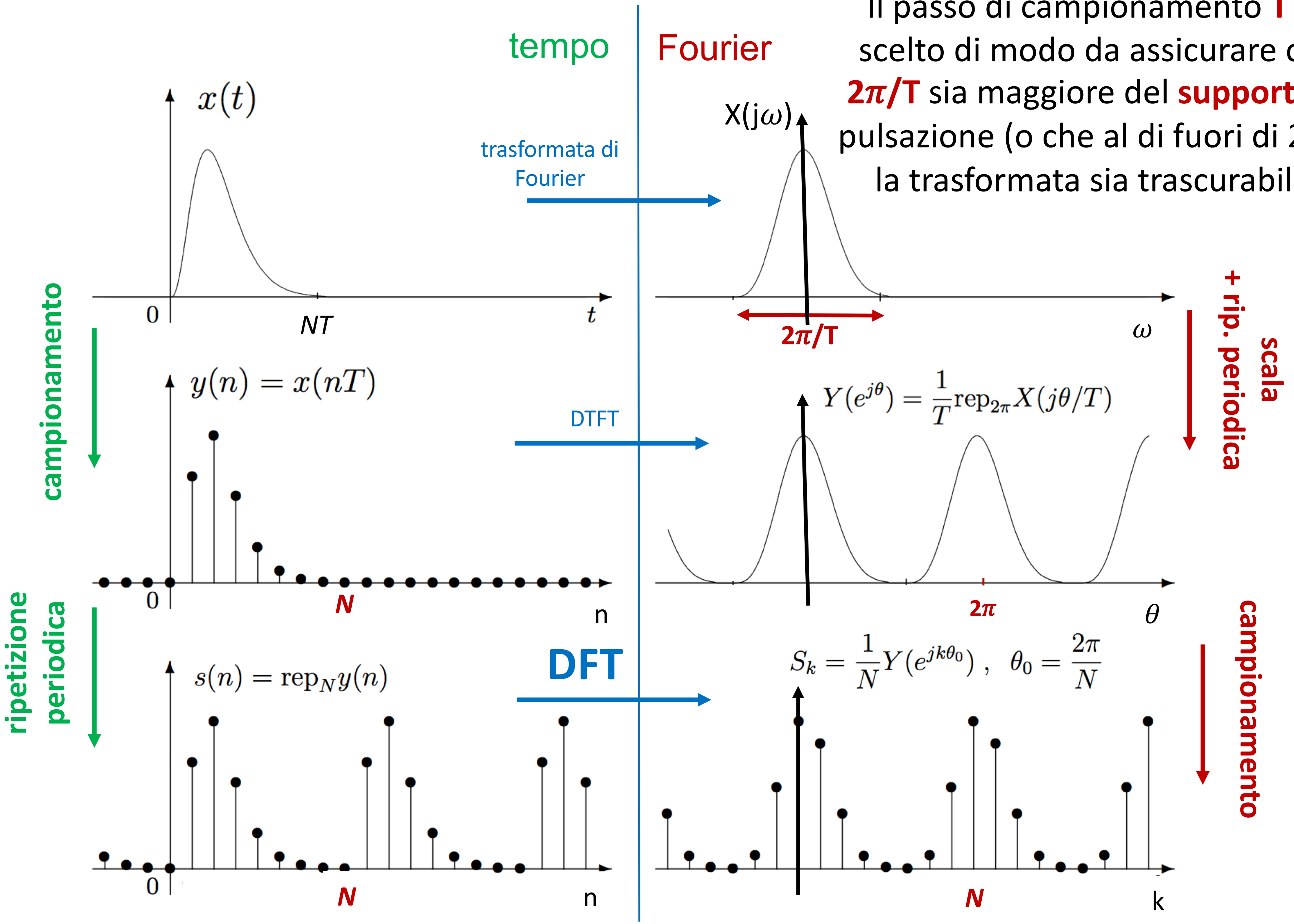
Laboratorio 05

- Trasformata di Fourier
- Serie di Fourier

Trasformata di Fourier

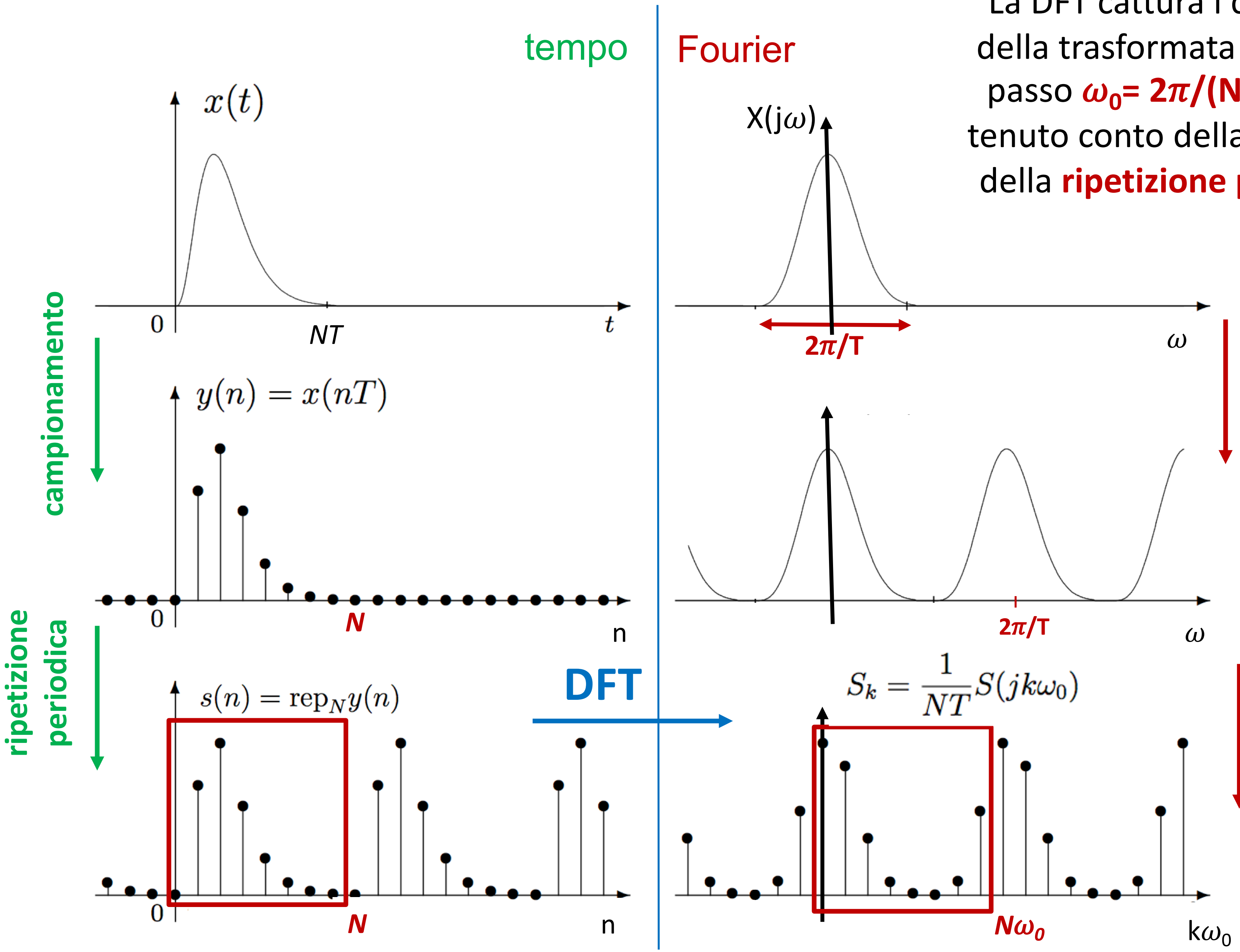
Richiami di Teoria

Il passo di campionamento **T** va scelto di modo da assicurare che **$2\pi/T$** sia maggiore del **supporto** in pulsazione (o che al di fuori di $2\pi/T$ la trasformata sia trascurabile)



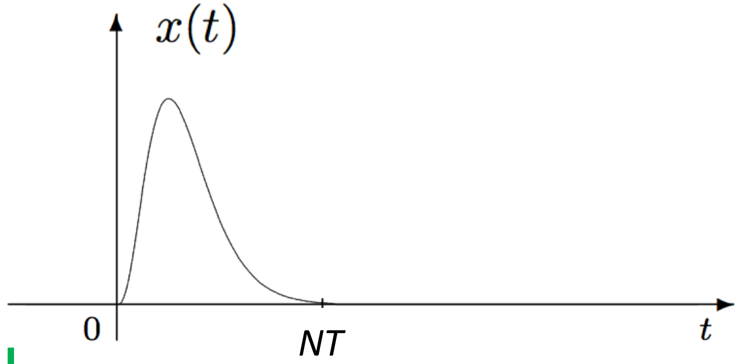
Richiami di Teoria

La DFT cattura i campioni della trasformata presi con passo **$\omega_0 = 2\pi/(NT)$** ma va tenuto conto della presenza della **ripetizione periodica**

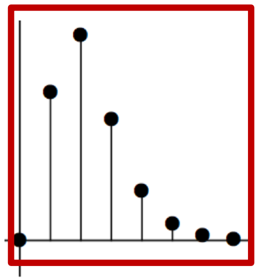


In MatLab

tempo



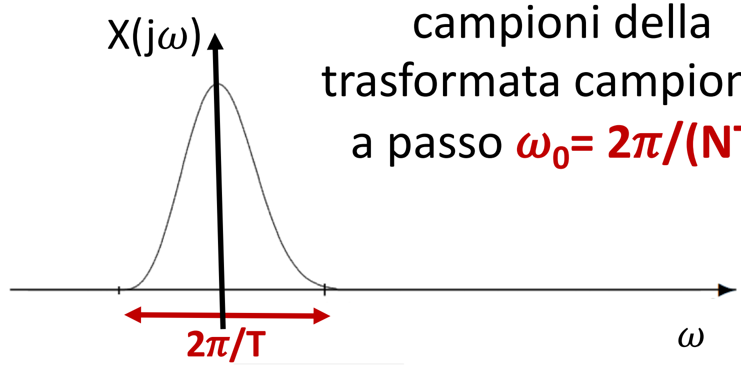
campionamento



Il vettore **y** colleziona i campioni nel tempo (campionati a passo **T**)

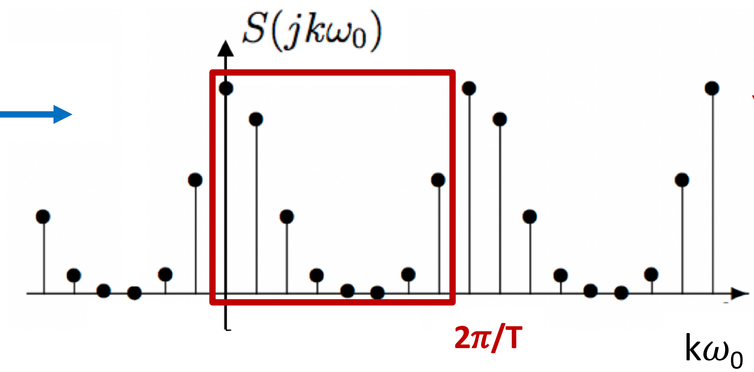
Y=T*fft(y)

Fourier

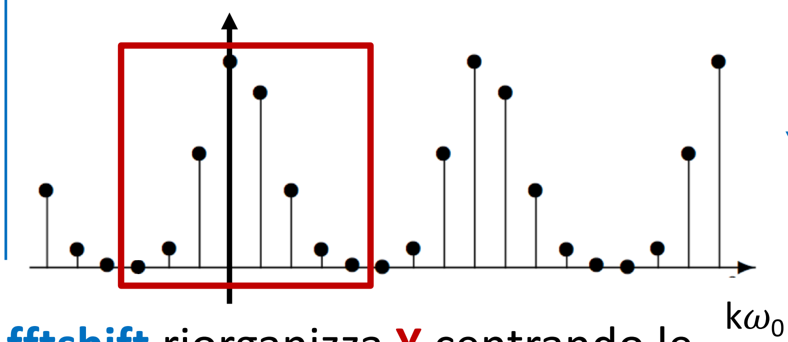


Il vettore **Y** colleziona i campioni della trasformata campionati a passo $\boldsymbol{\omega_0 = 2\pi/(NT)}$

rip. periodica + campionamento



fftshift(Y)



fftshift riorganizza **Y** centrando le pulsazioni nel range **attorno a 0**

In MatLab

y % colleziona i campioni del segnale
T % passo di campionamento

```
N = length(y); % lunghezza vettore
t = (0:N-1)*T; % tempi associati al segnale

Y = fftshift(T*fft(y)); % campioni della trasformata
% pulsazioni a cui si riferiscono
ω = (-N/2: N/2-1)*2*pi/(NT); per N pari
ω = (-(N-1)/2: (N-1)/2)*2*pi/(NT); per N dispari
```

In MatLab (segnale traslato)

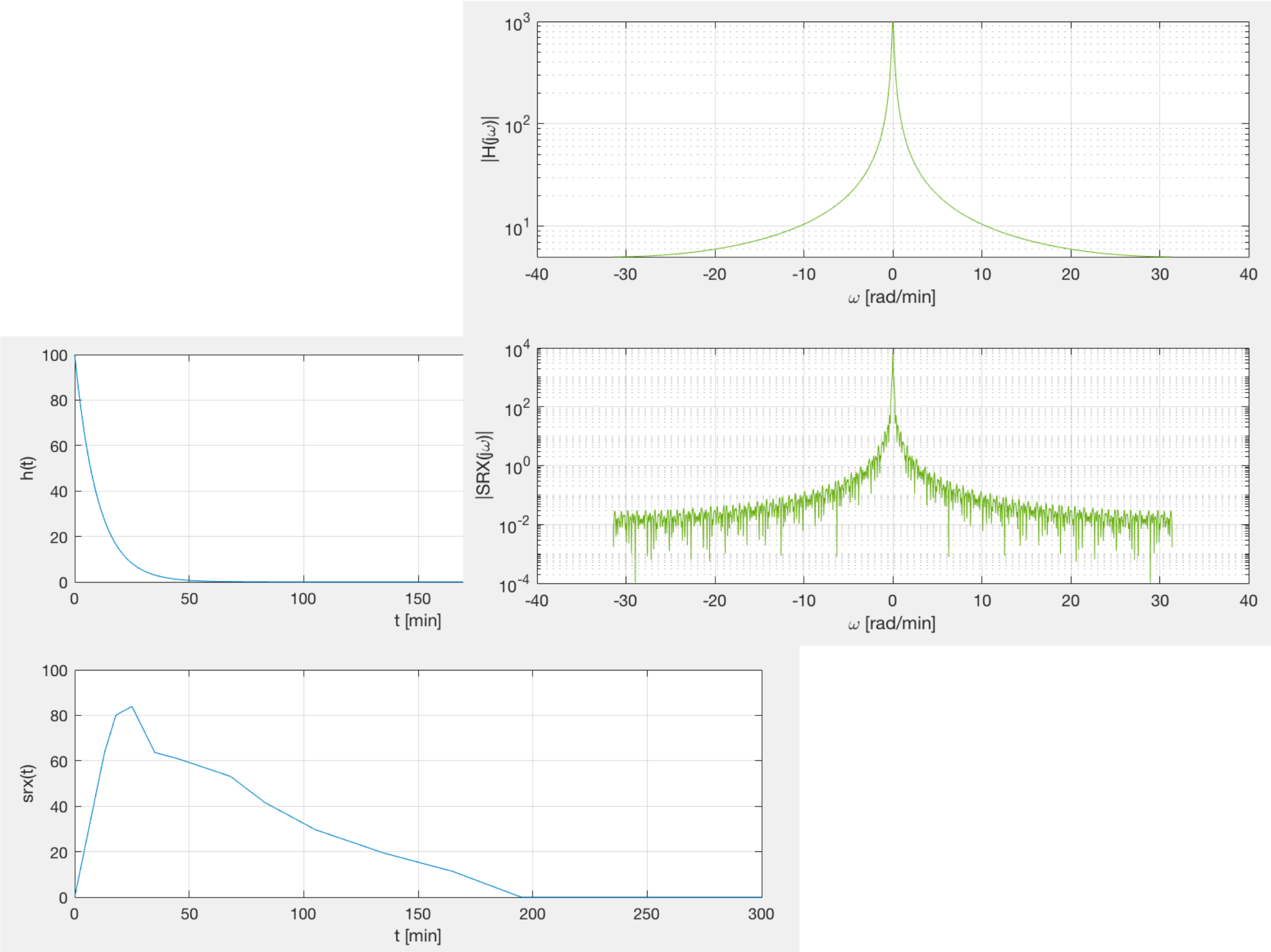
```
y % colleziona i campioni del segnale
T % passo di campionamento

N = length(y); % lunghezza vettore
t = (0:N-1)*T + t0; % tempi associati al segnale, traslati

Y = fftshift(T*fft(y)); % campioni della trasformata

% pulsazioni a cui si riferiscono (per ogni N)
ω = (-round((N-1)/2):round(N/2)-1)*2*pi/(NT);

% correzione dovuta alla traslazione t(1)=t0
Y = Y.*exp(-1j*ω*t(1));
```

Esercizio 1

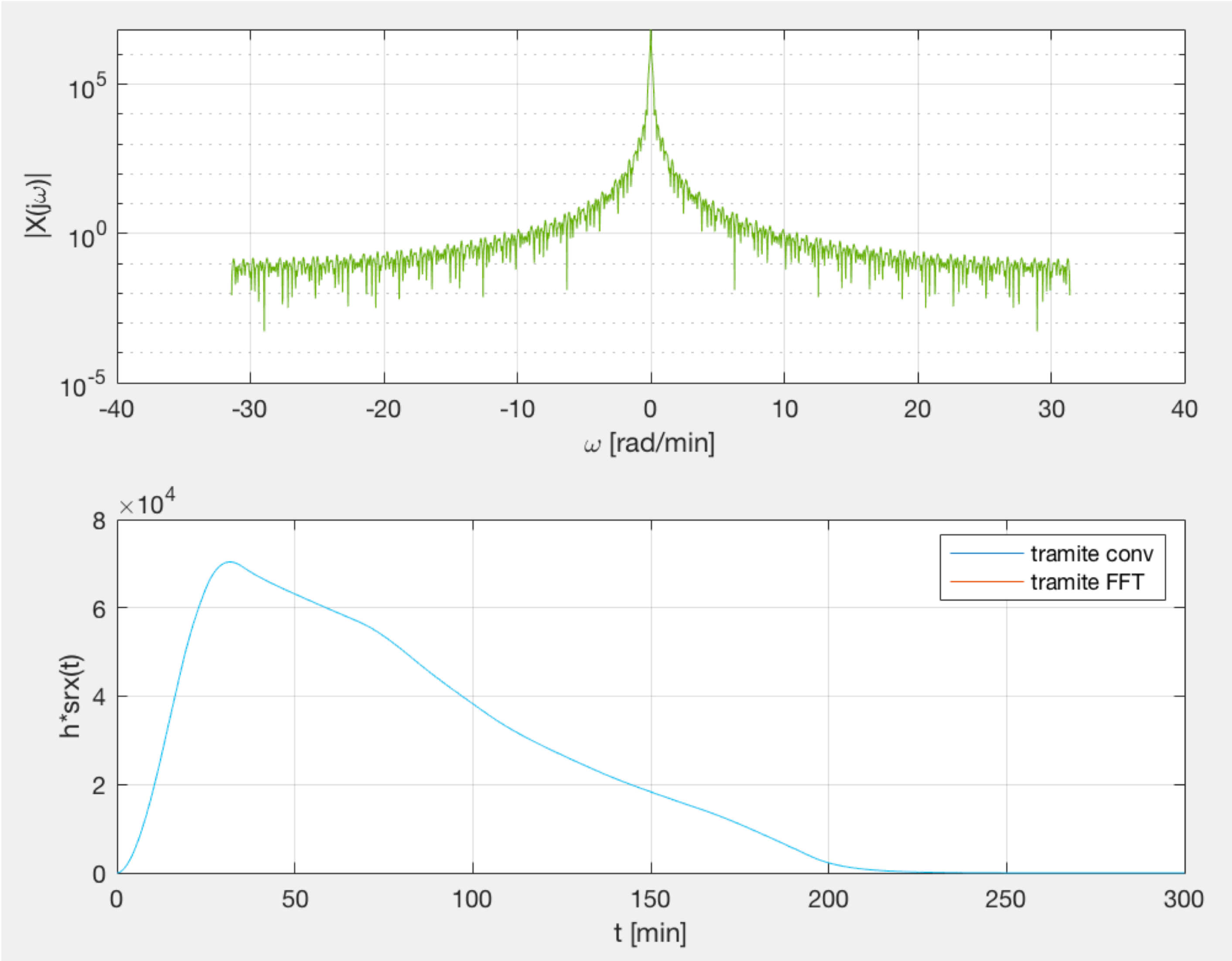
Si consideri il sistema LTI a tempo continuo che descrive la cinetica dell'ormone x. Il file **es5_1.mat** contiene:

- il vettore **srx** che colleziona i valori della secrezione dell'ormone x in [0:300] min campionati a passo **T=0.1 min**
- il vettore **h** della risposta impulsiva del sistema in [0:300] min campionata sempre a passo T

1) Calcolare la risposta in pulsazione del sistema H(jω) e della secrezione SRX(jω) e plottarne il modulo in scala logaritmica (usare *semilogy*) in funzione di ω
2) Calcolare la convoluzione x(t)=h*srx(t) nel dominio di Fourier (usare *ifft* e *ifftshift* per antitrasformare il prodotto H·SRX) e confrontarla con la convoluzione calcolata tramite funzione *conv*



10^3
10^2
10^1
|H(jω)|
-40 -30 -20 -10 0 10 20 30 40
ω [rad/min]
10^4
10^2
10^0
10^{-2}
10^{-4}
|SRX(jω)|
-40 -30 -20 -10 0 10 20 30 40
ω [rad/min]
100 80 60 40 20 0
h(t)
0 50 100 150
t [min]
100 80 60 40 20 0
srx(t)
0 50 100 150 200 250 300
t [min]



10^5
10^0
10^{-5}
$|X(j\omega)|$
-40
-30
-20
-10
0
10
20
30
40
ω [rad/min]
$\times 10^4$
8
6
4
2
0
h*srx(t)
tramite conv
tramite FFT
0
50
100
150
200
250
300
t [min]

Serie di Fourier

Esercizio 2

Si consideri l'**onda quadra** $x(t) = rep_{Tp}\ A\ rect(t/(dT_p))$
di ampiezza A=2, periodo T_p=5 e duty cycle d=0.4
i cui coefficienti di Fourier sono $a_k = A\ d\ sinc(kd)$

1) Plottare nella stessa figura **l'onda quadra** x(t) e la **serie di Fourier troncata** al termine N-esimo

$$x_N(t) = \sum_{k=-N}^{N} a_k e^{jk\omega_0 t}$$

per N = 5, 10, 15, 50

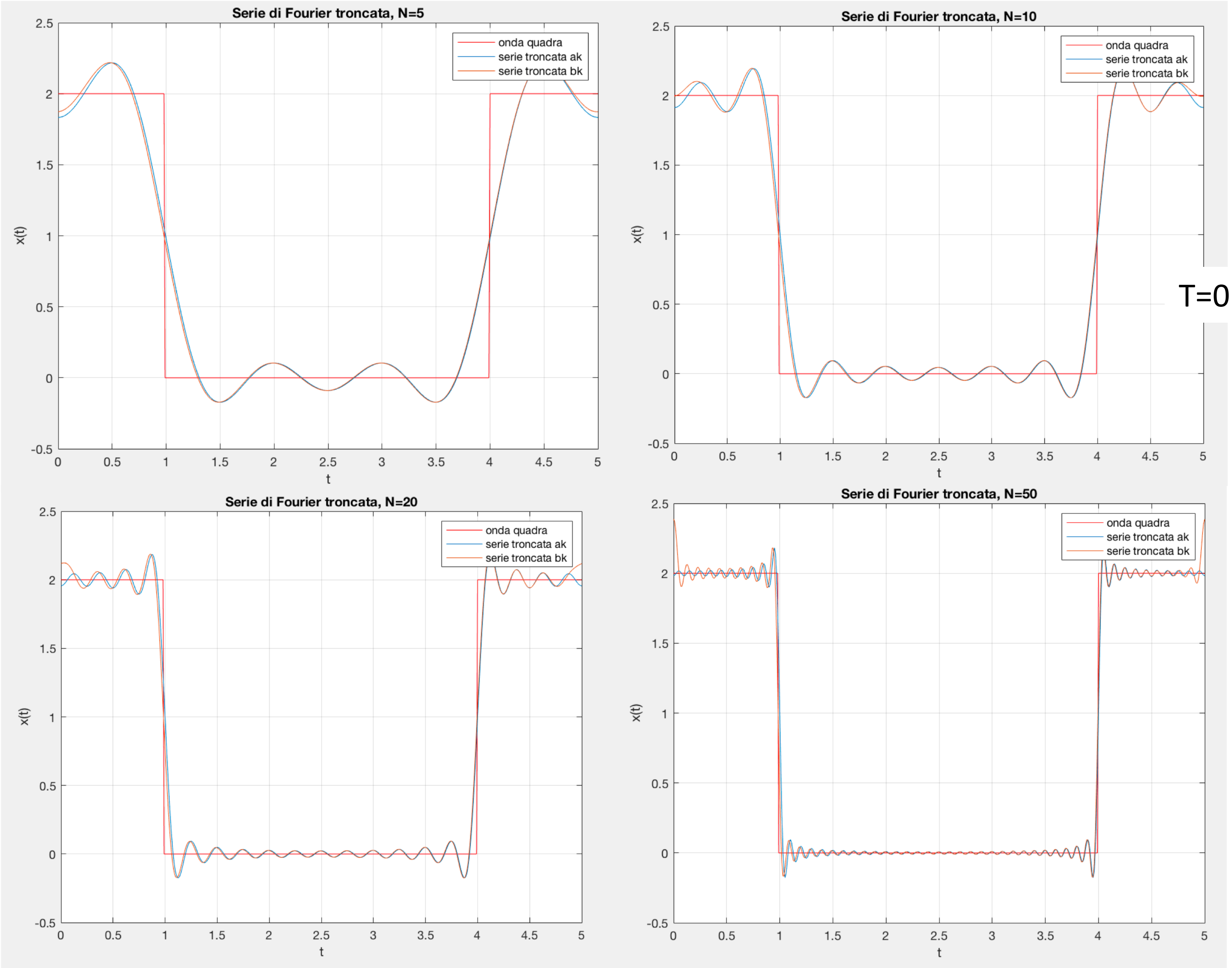
PS: è fornita la function **[t, x] = ondaquadra(A,Tp,d,T)** che, dati in ingresso l'ampiezza A, il periodo Tp, il duty cycle d ed il passo di campionamento T, restituisce i valori dell'onda quadra canonica x(t) ai tempi t=[0:T:Tp]

Esercizio 2 (continua)

2) Plottare anche la **serie di Fourier troncata** al termine N-esimo in cui i coefficienti vengano stimati a partire dal segnale campionato tramite

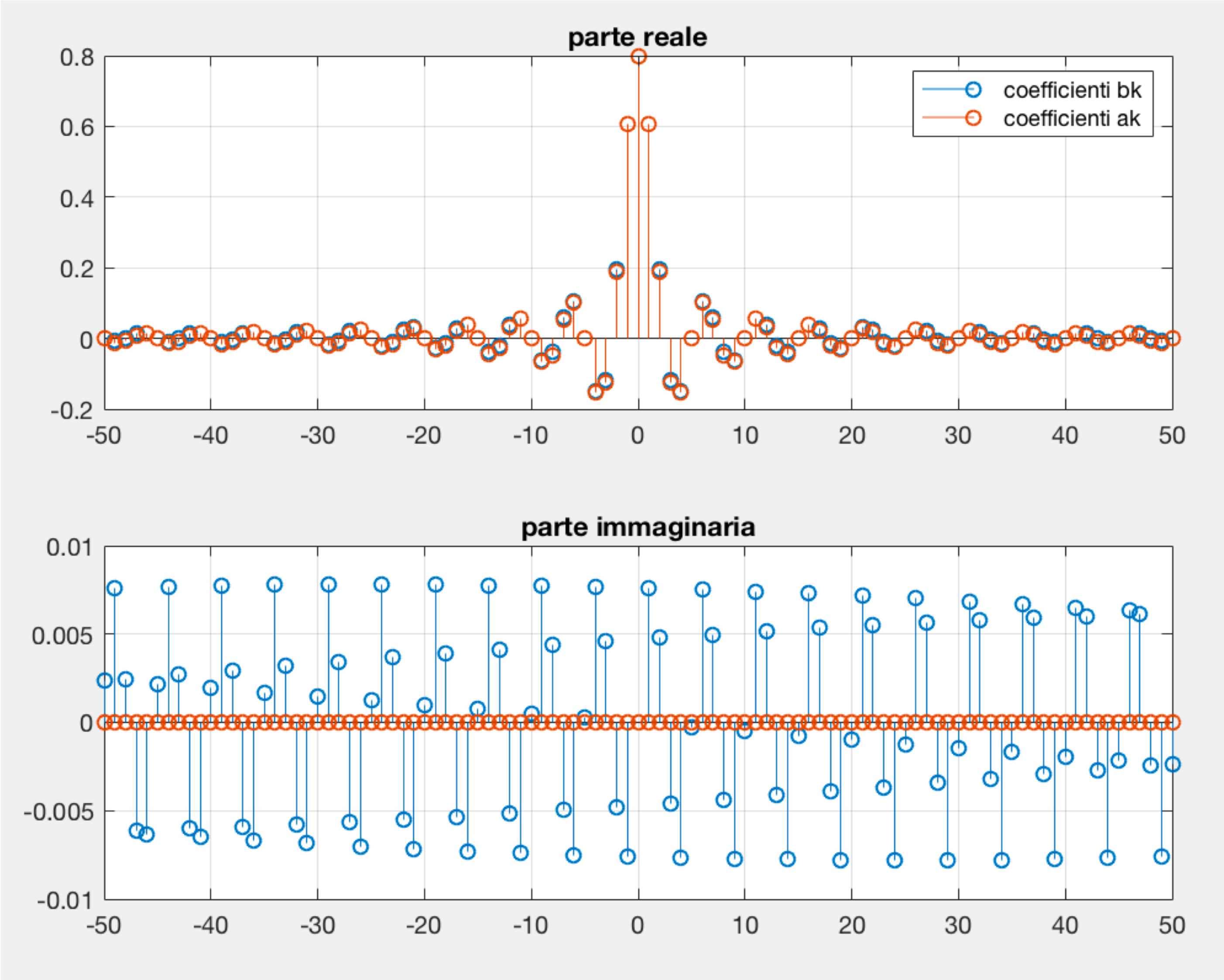
$$a_k = \frac{1}{T_p}\int_0^{T_p} x(t)e^{-jk\omega_0 t}dt \simeq b_k = \frac{T}{T_p}\sum_{n=0}^{T_p/T} x(nT)e^{-jk\omega_0 nT}$$

3) In un grafico a parte mostrare la relazione che intercorre tra i coefficienti a_k e b_k – giocare con il passo di campionamento T per vedere che per valori più piccoli di T il risultato numerico b_k approssima meglio a_k

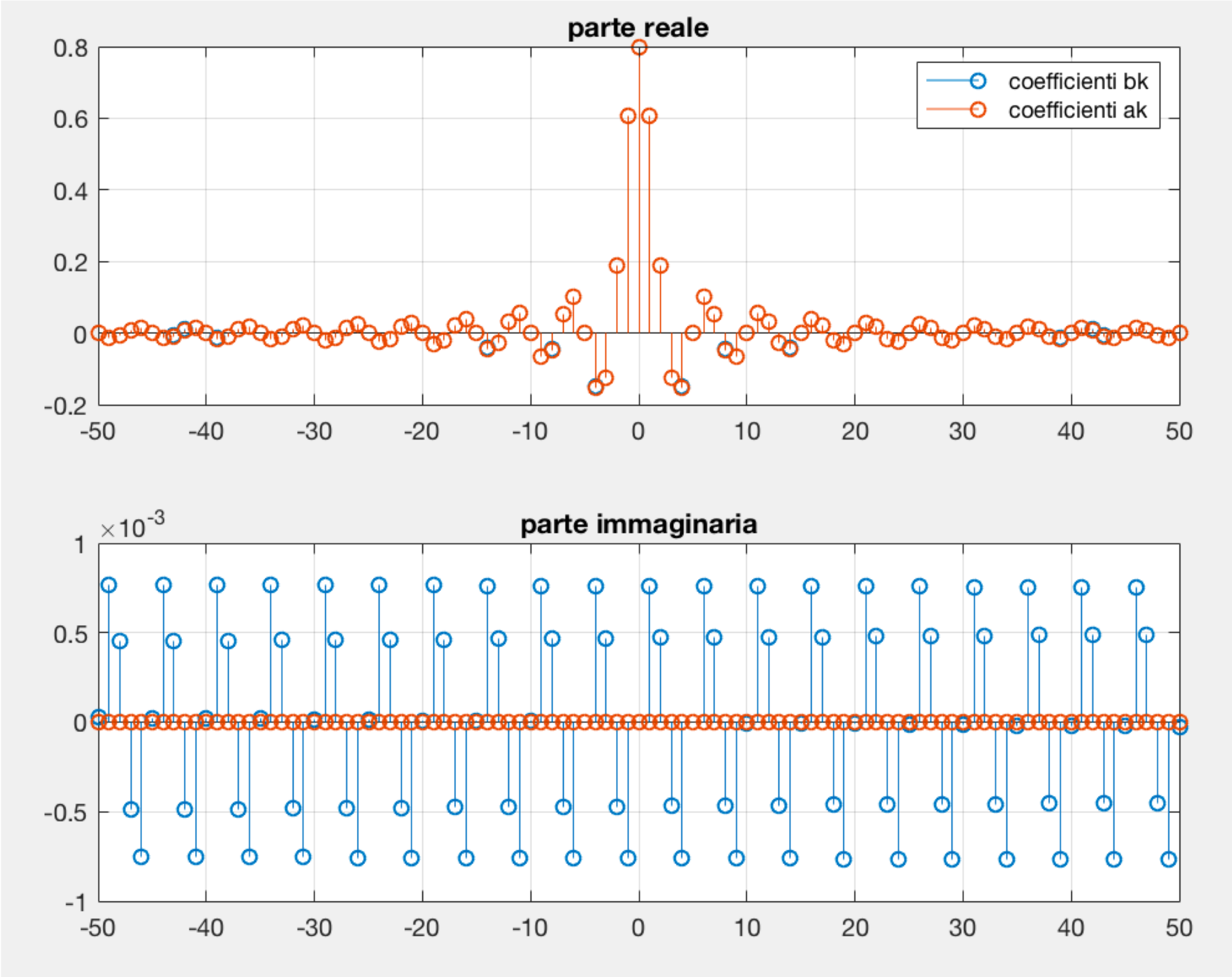

Serie di Fourier troncata, N=5
Serie di Fourier troncata, N=10
Serie di Fourier troncata, N=20
Serie di Fourier troncata, N=50
onda quadra
serie troncata ak
serie troncata bk
x(t)
t

T=0.01

T=0.01


parte reale
coefficienti bk
coefficienti ak
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-50
-40
-30
-20
-10
0
10
20
30
40
50
parte immaginaria
0.01
0.005
0
-0.005
-0.01
-50
-40
-30
-20
-10
0
10
20
30
40
50

T=0.001



i coefficienti sono più precisi se diminuiamo il passo di campionamento!!!