

Laboratorio 03

- Sistemi a Tempo Discreto

Un sistema ecologico

- La popolazione di una specie animale y varia nel tempo (n =anni) in relazione al tasso di mortalità (m) e natalità (b), che dipendono dalla disponibilità di risorse, e dal numero di individui provenienti da un altro sistema (x) con regola di aggiornamento:

$$\begin{aligned}y[n] &= y[n-1] - m \cdot y[n-1] + b \cdot y[n-1] + x[n] = \\ &= (1 - m + b) \cdot y[n-1] + x[n]\end{aligned}$$

Esercizio 1

- Creare una function che, dati i parametri di ingresso y_0 ($=y[0]$), m , b ed il vettore $x[n]$ ($n=1:1:N$), restituisca un vettore contenente la numerosità della popolazione $y[n]$ (della stessa lunghezza di x).

Traccia di soluzione

```
function y=popolazione(y0,m,b,x)
%dati i parametri di ingresso y0, m, b
% ed il vettore x
%la function restituisce in uscita un vettore y (della stessa lunghezza di x)
%dove y[n] rappresenta la numerosità della popolazione al passo n (n=1:N)
%(OSSIA NON RESTITUISCE y(0), MA y(n) con n=1:N !!!)
%
N=length(x);
for n= ...
    if n==1
        y(n)= ...
    else
        y(n)= ...
    end;
end;
```

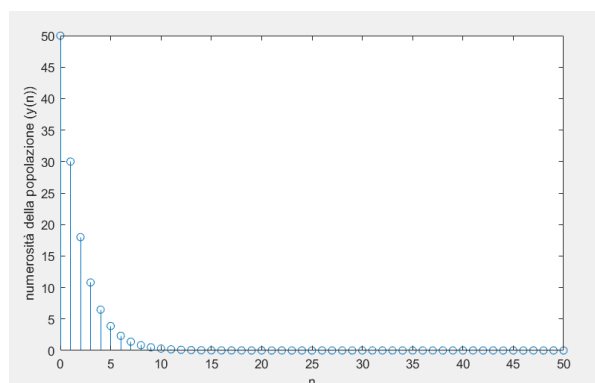
NOTA: le variabili definite all'interno della function (per esempio N) non sono visibili dal main, a meno che non siano uscite della function stessa (in questo caso il vettore y)

Esercizio 2

- In caso di natalità nulla ($b=0$) e nessun ingresso di individui provenienti da altre popolazioni ($x[n]=0 \forall n$), la specie tende ad estinguersi con un tasso di mortalità pari a m

$$y[n] = y[n-1] - m \cdot y[n-1]$$

- Usando la function creata all'Esercizio 1, determinare e plottare $y[n]$, sapendo che $y_0=50$, $m=0.4$.



Nota: Per plottare il segnale a tempo discreto usare il comando **stem** invece di **plot** (si veda l'help in linea)

- Dopo quanti anni la popolazione si è estinta? (Suggerimento: cercare n per cui $y(n) < 1$, comando «find»...si veda l'help in linea).

Traccia di soluzione

```
clear all
clc
close all
n=[0:50];
m=0.4;
y0=50;
b=0;
x=zeros(1,50);
y= ...
figure(1)
stem(n,y)
xlabel('n')
ylabel('numerosità della popolazione (y(n))')
%pause
anno_estinzione= ...
disp(['La popolazione si è estinta dopo n= ', num2str(anno_estinzione), ' anni'])
hold on
stem(anno_estinzione,y(1),'r-')
legend('y(n)', 'estinzione della popolazione')
```

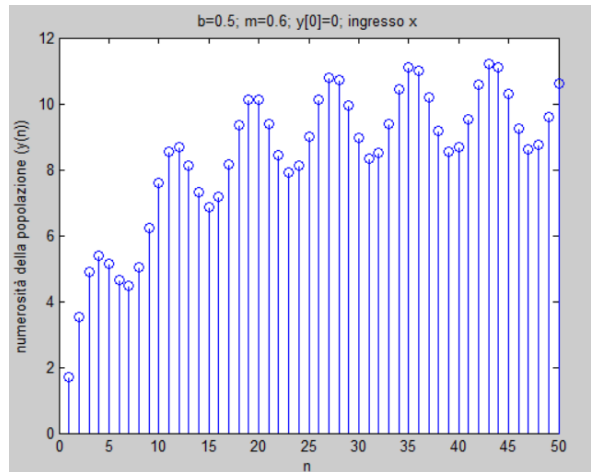
- Verificare come varia la risposta al variare di m in [0.1:0.1:0.9]

Traccia di soluzione

```
estinzione= ... Inizializza il vettore estinzione
tassi=[0.1:0.1:0.9];
l=1;
for m=tassi
    y=[y0, popolazione(y0,m,b,x)];
    figure(2)
    stem(n,y)
    xlabel('n')
    ylabel('numerosità della popolazione (y(n))')
    if isempty(find(y<1,1))
        estinzione(l)= ... Riempie il vettore con gli
        opportuni valori
    else
        estinzione(l)= ...
    end
    hold on
    stem(estinzione(l),y(1),'r-')
    legend('y(n)', 'estinzione della popolazione')
    hold off
    title(['tasso di mortalità m=', num2str(m)])
    l=l+1;
    pause
end
figure(3)
plot(tassi,estinzione,'o-')
```

Esercizio 3

- Caricare il file di dati `dati_lab3_es3.mat`, che contiene il vettore x per $n=1:50$
- Plottare l'andamento di $y[n]$ per $b=0.5$, $m=0.6$, $y[0]=0$ ed $x[n]$



- Verificare la linearità del sistema nel caso $y[0]=0$ (per esempio usando il segnale $x_2[n]$ contenuto in `dati_lab3_es3.mat`).

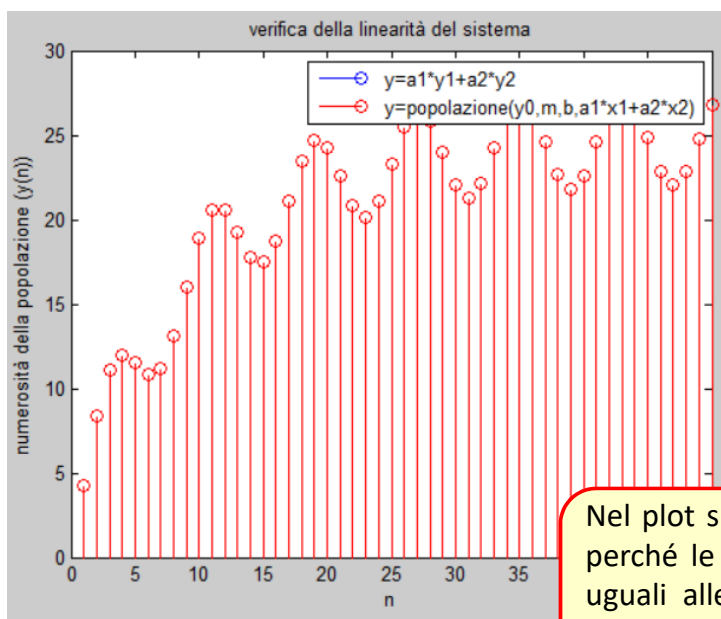


Grafico ottenuto con:
 $a_1=2$;
 $a_2=0.5$;

Nel plot si vedono solo le barre rosse, perché le barre blu sono esattamente uguali alle barre rosse: i due segnali sono uguali, quindi il sistema è lineare!!

Esercizio 4

Si consideri il sistema dell'esercizio 1, ma si assuma adesso che il tasso di natalità vari con n

$$y[n] = (1 - m + b[n]) \cdot y[n-1] + x[n]$$

con

$$b[n] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi}{10} \right)$$

- Modificare opportunamente la function
- Plottare l'andamento di $y[n]$ con $y[0]=0$ ed $x[n]=50 \cdot \delta[n-1]$
- Verificare che il sistema non è tempo-invariante.

Suggerimento: modificare la function «popolazione» in «popolazione_tv» che include la dipendenza di b da n (ed infatti b non deve più far parte degli ingressi della function!!)

