Corso di Segnali e Sistemi
Ingegneria Biomedica-Ingegneria Elettronica
Università degli Studi di Padova
(Proff. N. Benvenuto & C. Dalla Man)
A.A. 2019/2020

Laboratorio 03
SOLUZIONI

- Sistemi a Tempo Discreto

Un sistema ecologico

- La popolazione di una specie animale y varia nel tempo (n=anni) in relazione al tasso di mortalità (m) e natalità (b), che dipendono dalla disponibilità di risorse, e dal numero di individui provenienti da un altro sistema (x) con regola di aggiornamento:.

$$y[n] = y[n-1] - m\cdot y[n-1] + b\cdot y[n-1] + x[n] =$$
$$= (1-m+b)\cdot y[n-1] + x[n]$$

Esercizio 1

- Creare una function che, dati i parametri di ingresso y0 (=y[0]), m, b ed il vettore x[n] (n=1:1:N), restituisca un vettore contenente la numerosità della popolazione y[n] (della stessa lunghezza di x).

Traccia si soluzione

```
function y=popolazione(y0,m,b,x)
%dati i parametri di ingresso y0, m, b
% ed il vettore x
%la function restituisce in uscita un vettore y (della stessa lunghezza di x)
%dove y[n] rappresenta la numerosità della popolazione al passo n (n=1:N)
%(OSSIA NON RESTITUISCE y(0), MA y(n) con n=1:N !!!)
%
N=length(x);
for n=1:N
    if n==1
    y(n)=(1-m+b)*y0+x(n);
    else
    y(n)=(1-m+b)*y(n-1)+x(n);
    end;
end;
```

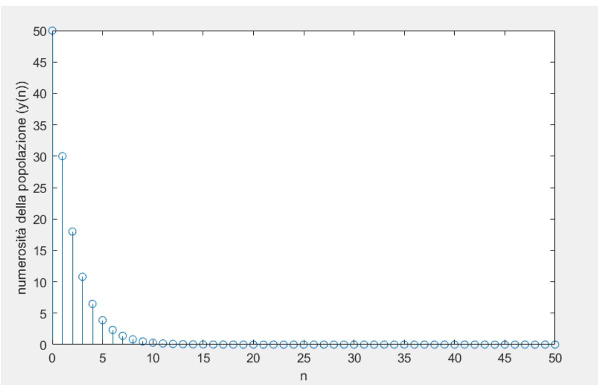
NOTA: le variabili definite all'interno della function (per esempio N) non sono visibili dal main, a meno che non siano uscite della function stessa (in questo caso il vettore y)

Esercizio 2

- In caso di natalità nulla (b=0) e nessun ingresso di individui provenienti da altre popolazioni (x[n]=0 ∀n), la specie tende ad estinguersi con un tasso di mortalità pari a m

$$y[n] = y[n-1] - m \cdot y[n-1]$$

- Usando la function creata all'Esercizio 1, determinare e plottare y[n], sapendo che y0=50, m=0.4.



Nota: Per plottare il segnale a tempo discreto usare il comando ***stem*** invece di ***plot*** (si veda l'help in linea)

- Dopo quanti anni la popolazione si è estinta? (Suggerimento: cercare n per cui y(n)<1, comando *«find»).*

Traccia si soluzione

```
clear all
clc
close all
n=[0:50];
m=0.4;
y0=50;
b=0;
x=zeros(1,50);
y=[y0, popolazione(y0,m,b,x)];
figure(1)
stem(n,y)
xlabel('n')
ylabel('numerosità della popolazione (y(n))')
%pause
anno_estinzione=find(y<1,1)-1;
disp(['La popolazione si è estinta dopo n= ', num2str(anno_estinzione),' anni'])
hold on
stem(anno_estinzione,y(1),'r-')
legend('y(n)','estinzione della popolazione')
```

Plottando il vettore y versus il vettore n= [0:1:50], y(1)=y0 corrisponde ad n=0!!
… e l'anno di estinzione è quindi find(y<1,1)-1

- Verificare come varia la risposta al variare di m in [0.1:0.1:0.9]

Traccia si soluzione

Inizializza il vettore estinzione

```
estinzione=zeros(9,1);
tassi=[0.1:0.1:0.9];
l=1;
for m=tassi
    y=[y0, popolazione(y0,m,b,x)];
    figure(2)
    stem(n,y)
    xlabel('n')
    ylabel('numerosità della popolazione (y(n))')
     if isempty(find(y<1,1))
        estinzione(l)=NaN;
    else
        estinzione(l)=find(y<1,1)-1;
    end
    hold on
    stem(estinzione(l),y(1),'r-')
    legend('y(n)','estinzione della popolazione')
    hold off
    title(['tasso di mortalità m=',num2str(m)])
    l=l+1;
    pause
end
figure(3)
plot(tassi,estinzione,'o-')
```

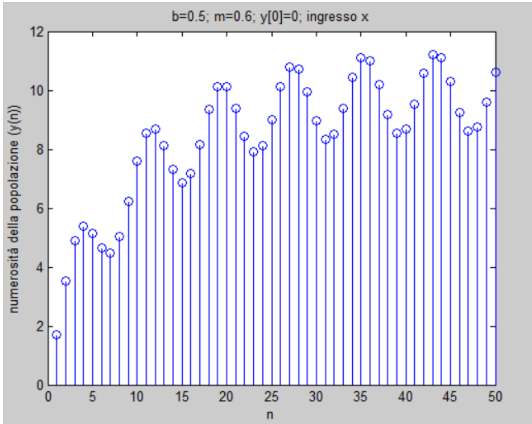
Riempie il vettore con gli opportuni valori

Esercizio 3

- Caricare il file di dati dati_lab3_es3.mat, che contiene il vettore x per n=1:50
- Plottare l'andamento di y[n] per b=0.5, m=0.6, y[0]=0 ed x[n]

```
% Segnali e Sistemi a.a. 2017-18
% Laboratorio 3, Esercizio 3
clear all
clc
close all
load dati_lab3_es3
m=0.6;
b=0.5;
y0=0;
y1=popolazione(y0,m,b,x);
figure(1)
stem(y1)
xlabel('n')
ylabel('numerosità della popolazione (y(n))')
title('b=0.5; m=0.6; y[0]=0; ingresso x')
```

Oppure stem([0:50],[y0 y])



- Verificare la linearità del sistema nel caso y[0]=0 (per esempio usando il segnale x2[n] contenuto in dati_lab3_es2.mat).

```
%% seconda parte. verifica della linearità del sistema con y[0]=0
y2=popolazione(y0,m,b,x2);
a1=2;
a2=0.5;
%combinazione lineare delle uscite
y3=a1*y1+a2*y2;
%combinazione lineare degli ingressi
y4=popolazione(y0,m,b,a1*x+a2*x2);
figure(2)
stem(y3,'b')
hold on
stem(y4,'r')
hold off
legend('y=a1*y1+a2*y2','y=popolazione(y0,m,b,a1*x1+a2*x2)')
xlabel('n')
ylabel('numerosità della popolazione (y(n))')
title('verifica della linearità del sistema')
```

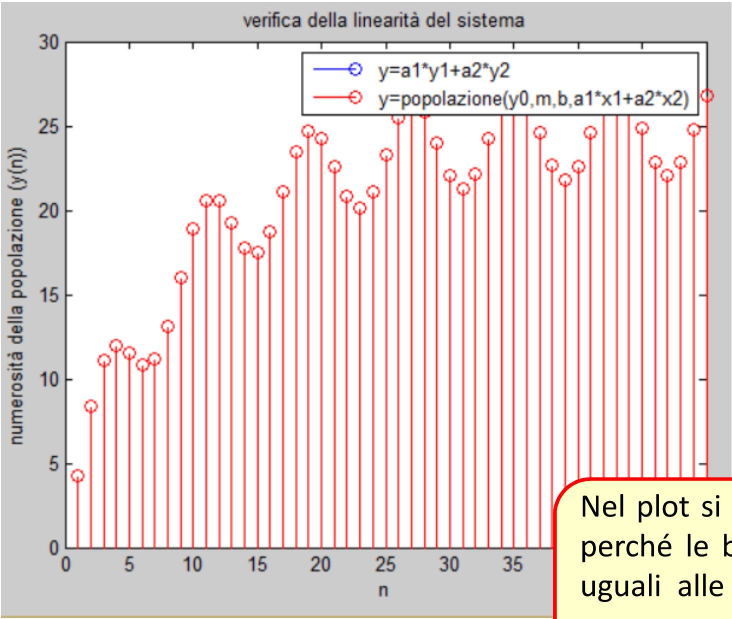


Grafico ottenuto con:
a1=2;
a2=0.5;

Nel plot si vedono solo le barre rosse, perché le barre blu sono esattamente uguali alle barre rosse: i due segnali sono uguali, quindi il sistema è lineare!!

Esercizio 4

Si consideri il sistema dell'esercizio 1, ma si assuma adesso che il tasso di natalità vari con n

$$y[n] = (1 - m + b[n]) \cdot y[n-1] + x[n]$$

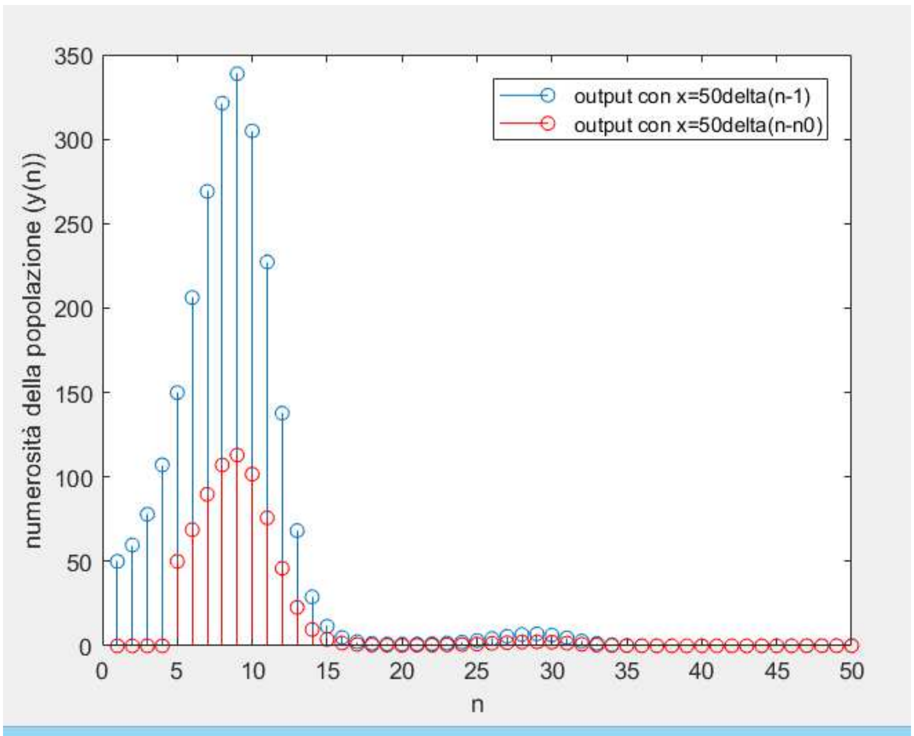
$$con \quad b[n] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} sen\left(\frac{n\pi}{10}\right)$$

- Modificare opportunamente la function

```
function y=popolazione_tv(y0,m,x)
%dati i parametri di ingresso y0, m, b
% ed il vettore x
%la function restituisce in uscita un vettore y (della stessa lunghezza di x)
%dove y[n] rappresenta la numerosità della popolazione al passo n (n=1:N)
%(OSSIA NON RESTITUISCE y(0), MA y(n) con n=1:N !!!)
%
N=length(x);
for n=1:N
    b=1/2+1/2*sin(n*pi/10);
    if n==1
    y(n)=(1-m+b)*y0+x(n);
    else
    y(n)=(1-m+b)*y(n-1)+x(n);
    end
end
```

- Plottare l'andamento di y[n] con y[0]=0 ed x[n]=50·δ[n-1]
- Verificare che il sistema non è tempo-invariante.

```
clear all
clc
close all
y0=0;
m=0.6;
x=zeros(1,50);
x(1)=50;
y1=popolazione_tv(y0,m,x);
figure(1)
stem(y1)
xlabel('n')
ylabel('numerosità della popolazione (y(n))')
% VERIFICA TEMPO-INVARIANZA: shift in x
y0=0;
x=zeros(1,50);
n0=5;
x(n0)=50;
y2=popolazione_tv(y0,m,x);
hold on
stem(y2,'r')
legend('output con x=50delta(n)','output con x=50delta(n-n0)')
```




```
Grafico
ottenuto
con:
n0=5;
```