Automi e Linguaggi Formali
Prima prova intermedia

1. Un *all-ε-NFA* M è una quintupla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ che accetta una parola $w \in \Sigma^*$ se *ogni* possibile stato in cui M si può trovare dopo aver consumato l'input w è uno stato in F. Nota che un normale ε-NFA accetta la stringa se *qualcuno* di questi stati è uno stato finale. Prova che gli all-ε-NFA riconoscono esattamente la classe dei linguaggi regolari.

2. Considera il linguaggio

$$L_1 = \{a^\ell b^m c^n \mid \ell, m, n \geq 0 \text{ e se } \ell = 1 \text{ allora } m = n\}.$$

(a) Mostra che L_1 non è regolare.
(b) Mostra che L_1 si comporta come un linguaggio regolare rispetto al Pumping Lemma. In altre parole, dai una lunghezza del pumping k e dimostra che L_1 soddisfa le condizioni del Pumping Lemma per questo valore di k.
(c) Spiega perché i punti (a) e (b) non contraddicono il Pumping Lemma.

3. Considera l'alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, e sia L_2 l'insieme di tutte le stringhe che contengono almeno un 1 nella loro seconda metà. Più precisamente, $L_2 = \{uv \mid u \in \Sigma^*, v \in \Sigma^* 1 \Sigma^* \text{ e } |u| \geq |v|\}$.

(a) Definisci un PDA che riconosce L_2. Spiega perché il PDA riconosce proprio il linguaggio L_2.
(b) Definisci una CFG che genera L_2. Spiega perché la grammatica genera proprio il linguaggio L_2.