SEGNALI E SISTEMI (a.a. 2009-2010)
Prof. M. Pavon
Esercizi risolti 9
Attenzione: $\boxed{u(t) = \mathbb{1}(t)}$

1. Un segnale a banda limitata $x(t)$, con trasformata $X(j\omega) = 0$ per $|\omega| > 1000\pi$, è l'ingresso di un filtro la cui risposta in frequenza $H(j\omega) = 0$ per $|\omega| > 2000\pi$. Chiamiamo $y(t)$ l'uscita corrispondente. Per quali valori del periodo T è possibile ricostruire esattamente il segnale $y(t)$ a partire dai campioni $y(nT)$?

   Svolgimento. In un sistema LTI l'uscita non può avere una banda più larga dell'ingresso, come segue dalla relazione moltiplicativa tra le trasformate. Infatti, se $X(j\omega) = 0$ per $|\omega| > \omega_X$ e $H(j\omega) = 0$ per $|\omega| > \omega_H$, in generale possiamo dire che $Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega) = 0$ per $|\omega| > \omega_Y$, con $\omega_Y \leq \min(\omega_H, \omega_X)$. Nel nostro caso, dunque, sicuramente $Y(j\omega) = 0$ per $|\omega| > 1000\pi$. Perciò è sufficiente campionare il segnale $y(t)$ con pulsazione $\omega_S > 2 \cdot 1000\pi = 2000\pi$, cioè con periodo $T = \frac{2\pi}{\omega_S} < \frac{\pi}{1000\pi} = 0.001$.

2. Sia $x(t)$ un segnale a tempo continuo con trasformata di Fourier $X(j\omega)$ e si consideri il segnale modulato
$$y(t) = \operatorname{sen}(\omega_0 t)\, x(t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

   (a) Si esprima la trasformata di Fourier $Y(j\omega)$ in funzione di $X(j\omega)$.

   Svolgimento. Si può risolvere in vari modi, come tutti gli esercizi basati sulle proprietà della trasformata. Una possibile procedura è utilizzare la formula di Eulero per esprimere la funzione $\sin(\omega_0 t)$ e poi impiegare la regola di traslazione in frequenza. Si ha
$$y(t) = \operatorname{sen}(\omega_0 t)\, x(t) \;=\; \frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j}\; x(t)$$
   e quindi
$$Y(j\omega) = \frac{1}{2j}\; X(j(\omega - \omega_0)) - \frac{1}{2j}\; X(j(\omega + \omega_0)).$$

   (b) Se $\omega_0 = 5$ ed $X(j\omega) = 0$ per $|\omega| > 2$, si determini un periodo di campionamento T che permetta la ricostruzione esatta di $y(t)$ a partire dai campioni $\{y(kT), k \in \mathbb{Z}\}$, mediante un filtro passa-basso ideale.

   Svolgimento. Per il risultato precedente $Y(j\omega)$ è non nulla negli intervalli $[-7, -3]$ e $[3, 7]$ e dunque $\omega_M = 7$. Un periodo di campionamento T che permette la ricostruzione esatta è un qualunque $T < \frac{2\pi}{2\omega_M} = \frac{\pi}{7}$.

3. Il segnale $y(t)$ è generato dalla convoluzione dei segnali $x_1(t) = 2\cos 3t$ e $x_2(t) = \dfrac{\operatorname{sen} 5t}{\pi t}$, cioè $y = x_1 * x_2$. Si specifichi quali valori del periodo T permettono la ricostruzione esatta del segnale $y(t)$ a partire dai campioni $y(nT)$.

   Svolgimento. Le trasformate dei segnali x_1 e x_2 risultano
$$X_1(j\omega) = 2\pi\Big[\delta(\omega - 3) + \delta(\omega + 3)\Big], \qquad X_2(j\omega) = \operatorname{rect}\frac{\omega}{10} = \begin{cases} 1, & \text{se } |\omega| \leq 5 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$
   Poiché $X_1(j\omega) = 0$ per $|\omega| > \omega_1 = 3$ e $X_2(j\omega) = 0$ per $|\omega| > \omega_2 = 5$, sicuramente $Y(j\omega) = X_1(j\omega)X_2(j\omega) = 0$ per $|\omega| > \min(\omega_1, \omega_2) = 3$. In realtà, in questo esempio

$Y(j\omega) = X_1(j\omega)$ e quindi $y(t) = x_1(t)$, cosicché la pulsazione di banda del segnale y è proprio $\omega_Y = \omega_1 = 3$. Dunque, è necessario e sufficiente campionare questo segnale con pulsazione $\omega_S > 2\omega_1 = 6$, cioè con periodo $T = \frac{2\pi}{\omega_S} < \frac{\pi}{\omega_1} = \frac{\pi}{3}$.

4. Il segnale $y = x_1 * x_2$ è generato dalla convoluzione dei segnali $x_1(t) = 2\dfrac{\operatorname{sen} 2t}{\pi t}$ e $x_2(t) = \dfrac{\operatorname{sen} 5t}{\pi t}$. Si specifichi il campo di valori del periodo T che permettono la ricostruzione esatta del segnale $y(t)$ a partire dai campioni $y(nT)$ per mezzo di un filtro passa-basso ideale.

   Svolgimento. Dalle tabelle si ricavano le trasformate
$$X_1(j\omega) = 2\operatorname{rect}(\tfrac{\omega}{4}), \qquad X_2(j\omega) = \operatorname{rect}(\tfrac{\omega}{10})$$
   e, per il teorema di convoluzione,
$$Y(j\omega) = X_1(j\omega)X_2(j\omega) = 2\operatorname{rect}(\tfrac{\omega}{4}) = \begin{cases} 2, & |\omega| < 2, \\ 0, & |\omega| > 2. \end{cases}$$
   Pertanto, la pulsazione di banda del segnale $y(t)$ è $\omega_M = 2\pi B = 2$. È allora possibile ricostruire esattamente il segnale $y(t)$ a partire dai suoi campioni $y(nT)$, $n \in \mathbb{Z}$, per mezzo di un filtro passa-basso ideale se e solo se il periodo di campionamento $T = \frac{2\pi}{\omega_s} \leq \frac{\pi}{\omega_M} = \frac{1}{2B} = \frac{\pi}{2}$.

   Nota. La condizione necessaria e sufficiente del teorema del campionamento che abbiamo usato è nella forma di una disuguaglianza non stretta per il periodo T. Così è sempre quando il segnale da campionare presenta alla pulsazione $\pm\omega_M$ un'armonica di ampiezza (e potenza) nulla o infinitesima. Diverso è il caso considerato a lezione del segnale $y(t) = \cos(\omega_M t + \varphi)$, per il quale è necessario (oltreché sufficiente) che $T < \frac{1}{2B}$, mostrando lo spettro $Y(j\omega)$ una componente impulsiva in $\omega = \pm\omega_M$.

5. Si consideri il segnale
$$x(t) = \frac{\operatorname{sen} t}{t} + \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right).$$
   (a) Si calcoli la trasformata di Fourier di $x(t)$.

   Svolgimento. Dalle tabelle, il segnale $x(t)$ ha trasformata di Fourier
$$X(j\omega) = \pi\left[\operatorname{rect}(\frac{\omega}{2}) + \delta(\omega - \frac{2\pi}{5}) + \delta(\omega + \frac{2\pi}{5})\right],$$
   dove $\operatorname{rect}(\frac{\omega}{2}) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq 1 \\ 0, & |\omega| > 1 \end{cases}$, cioè $X(j\omega)$ è la somma, scalata del fattore π, di una componente di ampiezza unitaria tra $\omega = -1$ e $\omega = 1$ e di due impulsi di Dirac di area unitaria centrati in $\omega = \pm\frac{2\pi}{5}$.

   (b) Si determini un periodo di campionamento T che permetta la ricostruzione esatta del segnale $x(t)$, a partire dai campioni $\{x(kT), k \in \mathbb{Z}\}$, mediante un filtro passa basso ideale.

   Svolgimento. Per il risultato precedente $X(j\omega)$ è non nulla nell'intervallo $[-1, 1]$, oltreché in $\omega = \pm\frac{2\pi}{5}$. Dunque, il minimo ω_M tale che $X(j\omega) = 0$ se $|\omega| > \omega_M$ è $\omega_M = \frac{2\pi}{5}$. Per il teorema di Shannon, la ricostruzione esatta del segnale $x(t)$ dai campioni $\{x(kT), k \in \mathbb{Z}\}$ è possibile se (e solo se) la pulsazione di campionamento $\omega_s > 2\omega_M$, cioè il periodo di campionamento $T = \frac{2\pi}{\omega_s} < \frac{\pi}{\omega_M} = \frac{5}{2}$.

6. Si consideri il segnale

$$x(t) = u(t+1) - u(t-1) + \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right), \qquad t \in \mathbb{R}.$$

a. Si calcoli la trasformata di Fourier di $x(t)$.

b. Se possibile, si determini un periodo di campionamento T che permetta la ricostruzione esatta del segnale $x(t)$, a partire dai campioni $\{x(kT), k \in \mathbb{Z}\}$, mediante un filtro passa-basso ideale.

a. Il segnale $x(t)$ è la somma di un rettangolo simmetrico rispetto all'origine di supporto $[-1, 1]$ e di un segnale sinusoidale. Dalla tabella si ricava:

$$\mathcal{F}\{u(t+1) - u(t-1)\} = \frac{2\sin\omega}{\omega}$$

$$\mathcal{F}\left\{\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)\right\} = \pi[\delta(\omega + \frac{\pi}{2}) + \delta(\omega - \frac{\pi}{2})]$$

Per la linearità della trasformata di Fourier

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = \frac{2\sin\omega}{\omega} + \pi[\delta(\omega + \frac{\pi}{2}) + \delta(\omega - \frac{\pi}{2})]$$

b. Poichè la banda di $x(t)$ non è limitata (infatti $\frac{2\sin\omega}{\omega}$ ha supporto pari a $\mathbb{R}$) il teorema del campionamento non è applicabile. Non è possibile ricostruire esattamente il segnale $x(t)$ a partire dai suoi campioni.

7. Determinare l'insieme dei periodi di campionamento T che permettono la ricostruzione esatta del segnale $x(t) = 1 + \operatorname{sen} 2t - \cos 6t$ a partire dai campioni $\{x(kT),\ k \in \mathbb{Z}\}$, mediante un filtro passa-basso ideale.

Svolgimento. La trasformata $X(j\omega)$ calcolata sopra è nulla per $|\omega| > 6$ [rad $\cdot$ s^{-1}]. Tale valore minimo coincide con la pulsazione di *banda* $\omega_M = 2\pi B$ del segnale $x(t)$. Per il teorema del campionamento, possiamo allora concludere che il segnale è ricostruibile dai suoi campioni $x(kT)$ se e solo se il periodo

$$T < \frac{1}{2B} = \frac{\pi}{\omega_M} = \frac{\pi}{6} \quad [\text{s}],$$

essendo $2B = \dfrac{6}{\pi}$ [s^{-1}] la *frequenza di Nyquist* di $x(t)$.

8. Il segnale

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}, \quad t \in \mathbb{R},$$

dove $\omega_0 = 3$ ed i coefficienti di Fourier a_k, $k \in \mathbb{Z}$, sono tutti diversi da zero, è l'ingresso di un filtro passa-basso ideale con pulsazione di taglio $\omega_c = 10$. L'uscita $y(t)$ del filtro viene poi campionata.

Per quali valori del periodo di campionamento T_s sarà possibile ricostruire esattamente il segnale $y(t)$ dai suoi campioni $y(nT_s)$, $n \in \mathbb{Z}$, mediante un filtro passa-basso ideale?

Svolgimento. Serve $\omega_s > 2\omega_M = 18$ e quindi $T_s < \frac{\pi}{9}$.

9. Si consideri il segnale

$$y(t) = \cos 2t \cdot \frac{\operatorname{sen} 4t}{\pi t}$$

Quali valori del periodo T permettono la ricostruzione esatta del segnale $y(t)$ a partire dai campioni $y(nT)$?

Svolgimento. Usando la relazione di Eulero, otteniamo $y(t) = \frac{1}{2}\left[x(t)e^{j2t} + x(t)e^{-j2t}\right]$, con $x(t) = \dfrac{\operatorname{sen} 4t}{\pi t}$. Quindi, da $X(j\omega) = \operatorname{rect}\dfrac{\omega}{8}$ segue, per la proprietà di traslazione in frequenza,

$$Y(j\omega) = \frac{1}{2}\left[\operatorname{rect}\frac{\omega-2}{8} + \operatorname{rect}\frac{\omega+2}{8}\right] = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq 2 \\ \frac{1}{2}, & 2 < |\omega| \leq 6 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Perciò, il segnale $y(t)$ ha banda rigorosamente limitata, con $Y(j\omega) = 0$ per $|\omega| > \omega_M = 6$. Segue che è necessario e sufficiente campionare il segnale con pulsazione $\omega_S > 2\omega_M = 12$ o, equivalentemente, con periodo $T = \dfrac{2\pi}{\omega_S} < \dfrac{\pi}{\omega_M} = \dfrac{\pi}{6}$.

10. Un sistema LTI di risposta impulsiva

$$h(t) = \frac{\operatorname{sen} 4t}{\pi t}$$

è sollecitato dall'ingresso $x(t) = u(t+1) - u(t-1)$.

Si determinino i periodi di campionamento T che permettono la ricostruzione esatta del segnale di uscita $y(t)$, a partire dai campioni $\{y(kT);\ k \in \mathbb{Z}\}$, mediante un filtro passa-basso ideale.

Svolgimento. Il sistema è un filtro passa-basso ideale con risposta in frequenza $H = \mathcal{F}[h]$:

$$H(j\omega) = \operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{8}\right) = \begin{cases} 1, & \text{se } |\omega| \leq 4 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Inoltre, l'ingresso $x(t) = u(t+1) - u(t-1) = \operatorname{rect}\left(\dfrac{t}{2}\right)$ ha spettro $X = \mathcal{F}[x]$:

$$X(j\omega) = \frac{2 \operatorname{sen} \omega}{\omega}$$

cosicché la trasformata dell'uscita $y(t) = h(t) * x(t)$ è $Y = \mathcal{F}[y] = HX$:

$$Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega) = \begin{cases} \frac{2\operatorname{sen}\omega}{\omega}, & \text{se } |\omega| \leq 4 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Ora, poiché il segnale $y(t)$ ha banda rigorosamente limitata, con $Y(j\omega) = 0$ per $|\omega| > 4 = \omega_M$, in base al teorema del campionamento $y(t)$ è esattamente ricostruibile dai suoi campioni se la pulsazione di campionamento $\omega_S > 2\omega_M = 8$ o, equivalentemente, il periodo $T = \frac{2\pi}{\omega_s} < \frac{\pi}{\omega_M} = \frac{\pi}{4}$.

<u>Nota</u>: Alcuni studenti, ricordando che

$$u(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$$

hanno calcolato la trasformata $X(j\omega)$ come

$$X(j\omega) = (e^{j\omega} - e^{-j\omega})\left(\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)\right) = \frac{2\,\mathrm{sen}\,\omega}{\omega}$$

tenendo conto della proprietà di traslazione nel tempo della trasformata di Fourier, della relazione di Eulero per la funzione seno e della proprietà rivelatrice della δ di Dirac.

11. Il segnale $x(t) = \sin(2t)$ viene campionato con periodo $T = \frac{2\pi}{3}$. Determinare il segnale $x_r(t)$ che viene ricostruito a partire da tali campioni impiegando un filtro passa basso ideale di risposta in frequenza

$$H(j\omega) = \begin{cases} T, & |\omega| \leq 3/2, \\ 0, & |\omega| > 3/2. \end{cases}$$

Svolgimento. Si ha

$$X(j\omega) = \frac{\pi}{j}\left[\delta(\omega - 2) - \delta(\omega + 2)\right].$$

Visto che $X(j\omega \equiv 0$ per $|\omega| > 2$, si ha $\omega_M = 2$. Inoltre, $\omega_s = \frac{2\pi}{T} = 3 < 2\omega_M = 4$. Vi è quindi "aliasing". Si ottiene

$$X_r(j\omega) = \frac{\pi}{j}\left[\delta(\omega + 1) - \delta(\omega - 1)\right].$$

Antitrasformando, si ottiene che il segnale ricostruito è $x_r(t) = -\sin t$.

Teorema del campionamento - Esercizi

Gli studenti siano cosi cortesi da segnalare al docente errori ed imprecisioni nelle soluzioni degli esercizi.

Esercizio 90

Un segnale reale $s_0(t), t \in \mathbb{R}$ avente estensione spettrale $(-B, B)$ con $B = 10$kHz viene trasformato secondo la relazione

$$s(t) = s_0^3(t)\ .$$

Quindi $s(t), t \in \mathbb{R}$ viene campionato con campionamento $\mathbb{R} \to \mathbb{Z}(T)$.

1) Trovare la frequenza di campionamento $F_c = 1/T$ che consente la ricostruzione del segnale dai campioni.
2) Indicare se il segnale $s_0(t)$ può essere recuperato da $s(t)$ e, in caso affermativo, con quale modalità.

Soluzione

1) Il segnale $s(t)$ ha per trasformata di Fourier la convoluzione

$$S_0 * S_0 * S_0(f)$$

dove con $S_0(f)$ si è indicata la trasformata di Fourier del segnale $s_0(t)$. Allora, per la proprietà dell'estensione della convoluzione, il segnale $s(t)$ risulta avere estensione spettrale $(-3B, 3B)$, per cui la frequenza di campionamento che consente la ricostruzione del segnale dai suoi campioni va scelta col vincolo

$$F_c \geq 6B = 60\,\text{kHz}\ .$$

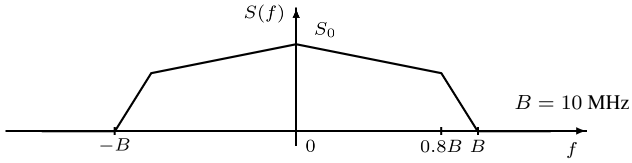
2) Il segnale (reale !) $s_0(t)$ può essere recuperato dal segnale $s(t)$ mediante la relazione

$$s_0(t) = [s(t)]^{1/3}\ .$$

Si tratta evidentemente di una trasformazione non lineare, istantanea, tempo invariante.

Esercizio 93

Un segnale $s(t)$, avente la trasformata di Fourier indicata in figura



viene campionato secondo il teorema del campionamento.

1) Indicare la frequenza di campionamento F_c.

2) Assumendo per nota l'espressione di $s(t)$ (quindi senza calcolare l'antitrasformata di $S(f)$), trovare l'espressione del segnale $s_2(t)$ che si ottiene dai campioni con un filtro interpolatore avente risposta in frequenza

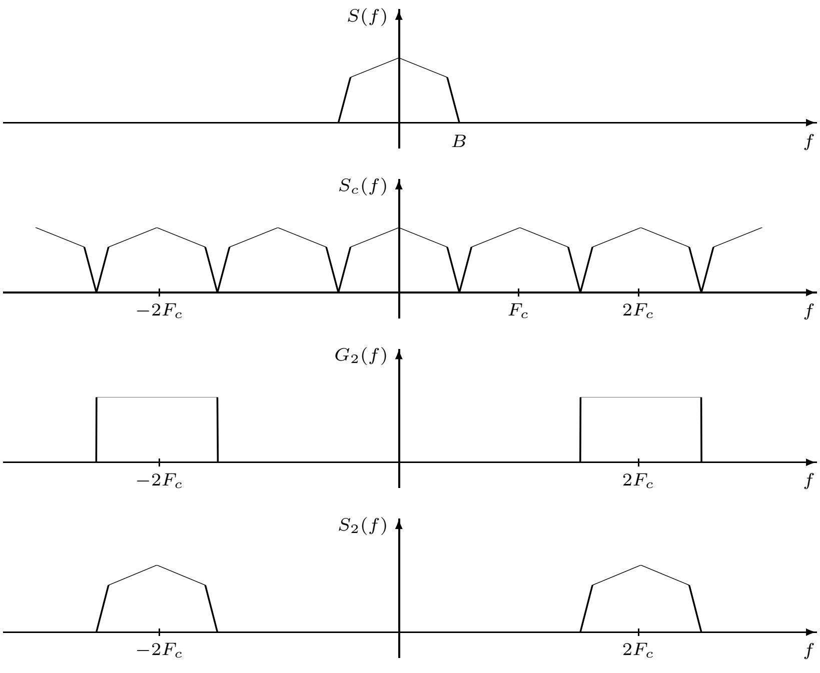
$$G_2(f) = \text{rect}\left(\frac{f+2F_c}{F_c}\right) + \text{rect}\left(\frac{f-2F_c}{F_c}\right) \ .$$

Soluzione

1) Essendo il segnale $s(t)$ ad estensione spettrale limitata con banda B e larghezza di banda $2B$, per soddisfare il teorema del campionamento la frequenza di campionamento va scelta col vincolo

$$F_c \geq 2B \ .$$

2) Nel caso in cui $F_c \geq 2B$, la trasformata di Fourier del segnale $s_2(t)$ all'uscita del filtro interpolatore risulta ()



$$\begin{aligned} S_2(f) &= G_2(f)\, S_c(f) = G_2(f)\ \text{rep}_{F_c}\, S(f) \\ &= G_2(f) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} S(f - kF_c) \\ &= S(f + 2F_c) + S(f - 2F_c) \end{aligned}$$

da cui si ottiene immediatamente

$$s_2(t) = s(t)\, e^{-i2\pi F_c t} + s(t)\, e^{i2\pi F_c t} = 2\, s(t)\ \cos\left(2\pi 2F_c t\right) \ .$$

Esercizio 212 Il segnale $s(t) = A\,\mathrm{sinc}^2(t/T)$ è campionato con periodo di campionamento T_c.

a) Dire per quali valori di T e T_c l'area del segnale campionato $s_c(nT)$ coincide con quella di $s(t)$.
b) Dire per quali valori di T e T_c l'energia del segnale campionato $s_c(nT)$ coincide con quella di $s(t)$.
c) Generalizzare il risultato a un segnale a banda limitata.

Soluzione

a) Il segnale $x(t) = \mathrm{sinc}(t/T)$ ha trasformata di Fourier $X(f) = T\mathrm{rect}(fT)$ di estensione spettrale $1/T$. Il segnale $x^2(t)$ ha trasformata di Fourier
$$S(f) = AT(1 - |f|T)\mathrm{rect}\left(\frac{fT}{2}\right) .$$
di forma triangolare con estensione $2/T$. L'area di $s(t)$ è quindi $S(0) = AT$. La trasformata di Fourier del segnale campionato $s_c(nT_c) = s(nT_c)$ è data dalla ripetizione periodica
$$S_c(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(f - kF_c)$$
con $F_c = 1/T_c$ e con area data da $S_c(0)$. Per via grafica si verifica facilmente che $S_c(0)$ è dato dalla somma di $S(0)$ e dei contributi (non negativi) in $f = 0$ delle repliche traslate di $S(f)$. Pertanto l'area di s_c è maggiore dell'area di s a meno che i contributi delle repliche non si annullino, cosa che si verifica se
$$\frac{1}{T_c} \geq \frac{1}{T} ,$$
ovvero se $T_c \leq T/2$.

b) Il segnale $s(t)$ ha energia
$$E_s = 2\int_0^{\frac{1}{T}} A^2T2(1 - fT)^2 df = \frac{2}{3}A^2T .$$
Il segnale $s_c(nT)$ ha trasformata periodica $S_c(f)$ reale e non negativa di periodo F_c. Per il teorema di Parseval si ha
$$E_{s_c} = \int_{-F_c/2}^{F_c/2} S_c^2(f)df = \int_{-F_c/2}^{F_c/2} \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} S(f - kF_c)\right]^2 df \leq \int_{-F_c/2}^{F_c/2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} S^2(f - kF_c)df .$$
La diseguaglianza deriva dal fatto che tutti i prodotti misti del quadrato tra parentesi quadre sono non negativi. Segue, attraverso opportuni cambi di variabile,
$$E_{s_c} \leq \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{kF_c - F_c/2}^{k+F_c/2} S^2(f)df = \int_{-\infty} |S(f)|^2 df = E_s .$$
Anche graficamente si riconosce che la diseguaglianza è verificata in senso stretto a meno che non sia $F_c > 2/T$, caso in cui si verifica la condizione di non aliasing e nell'intervallo $[-F_c/2, F_c/2]$ si ha $S_c(f) = S(f)$.

c) Se il segnale $s(t)$ ha banda B e la frequenza di campionamento è maggiore di $2B$ vale la condizione di non aliasing e
$$E_{s_c} = \int_{-F_c/2}^{F_c/2} |S_c(f)|^2 df = \int_{-F_c/2}^{F_c/2} |S(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df = E_s .$$
È invece sufficiente che F_c sia maggiore di B affinché sia
$$\mathrm{area}(s_c) = S_c(0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(-kF_c) = S(0) = \mathrm{area}(s) .$$

Esercizio 469 Classificare la trasformazione *interpolazione* da $Z(T)$ a $\mathbb{R}$ con filtro interpolatore $g(t)$, specificando le proprietà che deve sodisfare il filtro $g(t)$ perchè la trasformazione sia invertibile, perché sia causale e perchè sia BIBO stabile. Cosa si può dire quando $G(f) = \mathrm{rect}(2fT)$?

Soluzione

Non disponibile.

Esercizio 470 Sia $x(t) = \mathrm{sinc}^3 t$, $t \in R$. Si calcoli la trasformata di Fourier di $x(t)$ e si determini, se possibile, uno schema di ricostruzione di $x(t)$ a partire dai suoi campioni.

Soluzione

Non disponibile.

Esercizio 471 Determinare la minima frequenza di campionamento che permette di ricostruire il segnale $x(t) = \sin 2\pi f_0 t$, $t \in \mathbb{R}$, a partire dai campioni.

Soluzione

Non disponibile.

Esercizio 472 Determinare la minima frequenza di campionamento che permette la ricostruzione del segnale $x(t) = \mathrm{sinc}^2(t)e^{j9.5\pi t}$, $t \in R$.

Soluzione

Non disponibile.

Esercizio 474 Il segnale:

$$g(t) = 10\cos(20\pi t)\cos(200\pi t)$$

è campionato con frequenza di campionamento pari a 250 Hz. Determinare la trasformata di Fourier del segnale campionato e specificare la frequenza di campionamento per la ricostruzione ideale del segnale a partire dai campioni. Qual è la frequenza di campionamento minima per $g(t)$? Considerando $g(t)$ un segnale passa-banda determinare la più bassa frequenza di campionamento per poter ricostruire i segnali a partire dai campioni.

Soluzione

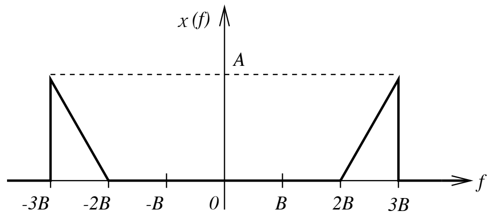
Non disponibile.

Esercizio 475 Un segnale ha banda limitata nell'intervallo $f_a \leq |f| \leq 2f_a$. Mostrare che questo segnale può essere ricostruito in modo univoco a partire dai campioni ottenuti campionando il segnale con frequenza di campionamento $2f_a$.

Soluzione

Non disponibile.

Esercizio 476 Data la trasformata di Fourier del segnale in banda passante di figura, disegnare la trasformata di Fourier del segnale campionato per le seguenti frequenze di campionamento F_c e indicare quali tra le seguenti frequenze sono appropriate per la ricostruzione del segnale: a) 2B; b) 2.5B; c) 3B; d) 4B; e) 5B; f) 6B.



Soluzione

Non disponibile.