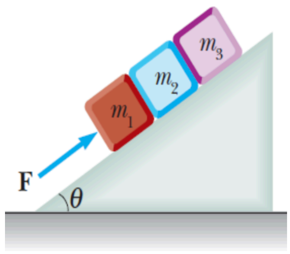
Tutorato 4

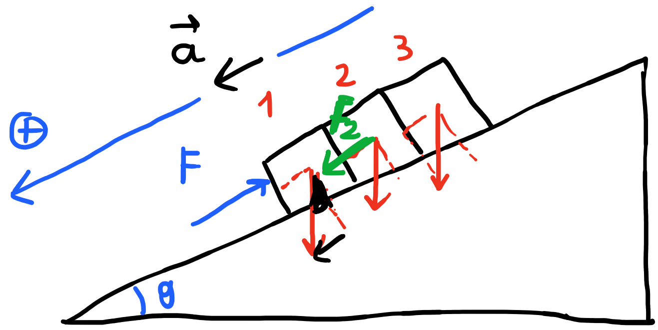
2.33 Tre blocchetti di masse $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 3.5$ kg, $m_3 = 4.1$ kg scendono lungo un piano inclinato liscio, con angolo $\theta = 40°$, sotto l'azione della forza peso e della forza **F** costante indicata in figura. Si sa che la forza tangente al piano a cui è sottoposto il blocchetto m_2 è $F_2 = 8.4$ N. Calcolare: a) il valore di F. b) Si supponga ora che non ci sia la forza **F**, ma che il piano presenti attrito, con coefficienti μ_1, $\mu_2 = 0.84$, $\mu_3 = 0.80$ rispettivamente per il blocchetto m_1, m_2, m_3, e che il moto sia uniforme. Calcolare il valore di μ_1.

$m_1 = 2$ Kg $\theta = 40°$

$m_2 = 3,5$ Kg $F_2 = 8,4$ N

$m_3 = 4,1$ Kg





a) $F = ?$
(PIANO LISCIO)

Newton sul corpo 2 : lungo il piano inclinato $F_2 = m_2 a \Rightarrow a = \frac{F_2}{m_2} = 2,4 \; m/s^2$

$a_1 = a_2 = a_3 = a$ (scendono assieme)

$\Rightarrow$ Newton sul sistema $m_1 + m_2 + m_3$, lungo il piano inclinato

$\Sigma F = (m_1 + m_2 + m_3)\, a$

$\Rightarrow -F + m_1 g \sin\theta + m_2 g \sin\theta + m_3 g \sin\theta = (m_1 + m_2 + m_3)\, a$

$F = (m_1 + m_2 + m_3)(g \sin\theta - a) = 37,495$ N

b) $F = 0$, $\boxed{\mu_1 = ?}$ $\mu_2 = 0,84$, $\mu_3 = 0,80$, MOTO uniforme

$\Rightarrow \Sigma F = 0$

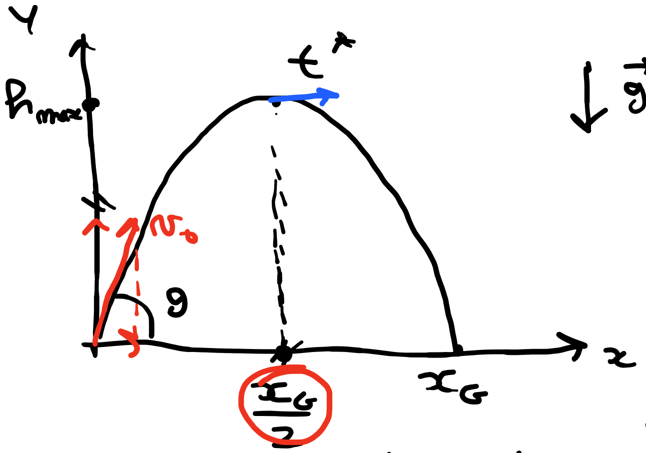
lungo il piano inclinato

$(m_1 + m_2 + m_3)\cancel{g} \sin\theta - m_1 \cancel{g} \mu_1 \cos\theta - m_2 \cancel{g} \mu_2 \cos\theta - m_3 \cancel{g} \mu_3 \cos\theta = 0$

$\Rightarrow \mu_1 = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)}{m_1} \frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{(m_2 \mu_2 + m_3 \mu_3)}{m_1} \frac{\cancel{\cos\theta}}{\cancel{\cos\theta}} = 0,9177$

2.17 Determinare in quali condizioni l'altezza massima raggiunta dalla traiettoria parabolica di un punto con accelerazione **g** è eguale alla gittata.

$$h_{max} = x_G$$



$\downarrow \vec{g}$

$$v_{0y} = v_0 \sin\theta$$

- $y(t) = y_0 + v_0 \sin\theta \; t + \frac{a}{2} t^2$ (∗) $\quad a = (-g)$

  t^* $\downarrow$ istante in cui raggiunge h_{max}

  $v_y(t) = v_0 \sin\theta + a t$

  $0 = v_y(t^*) = v_0 \sin\theta - g t^*$

  $\Rightarrow \boxed{t^* = \frac{v_0 \sin\theta}{g}}$

- $x(t) = v_0 \cos\theta \cdot t$

(∗) $h = y(t=t^*) = v_0 \sin\theta \cdot t^* - \frac{g}{2} t^{*2}$

$$= v_0 \sin\theta \left(\frac{v_0 \sin\theta}{g}\right) - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 \sin\theta}{g}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g}$$

$$x(t^*) = v_0 \cos\theta \cdot t^* = v_0 \cos\theta \left(\frac{v_0 \sin\theta}{g}\right) = \frac{v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{g}$$

$\parallel$

$x_G/2$

$\boxed{h = x_G} \iff \frac{h}{2} = \frac{x_G}{2}$ (non dipende da v_0)

$$\frac{x_G}{2} = \frac{\cancel{v_0^2}\, \cancel{\sin\theta} \cos\theta}{\cancel{g}} = \frac{1}{2} h = \frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{\cancel{v_0^2} \sin^{\cancel{2}}\theta}{\cancel{g}}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{4}\sin\theta \rightarrow \tan\theta = 4 \qquad \theta = 75.96^\circ$$

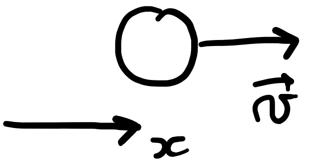
2.41 Un giocatore di baseball blocca con il guanto una palla lanciata dal battitore, di massa m = 200 g, che si muove lungo una traiettoria orizzontale (asse x) con velocità v = 10 m/s. La palla si blocca nel tempo di 0.02 s. Calcolare: a) il valore della forza media sulla mano del giocatore. Ipotizzando che durante tale processo il giocatore eserciti una forza sulla palla funzione lineare del tempo, calcolare: b) lo spostamento della mano del giocatore, c) il valore finale della forza esercitata dalla palla sulla mano del giocatore.

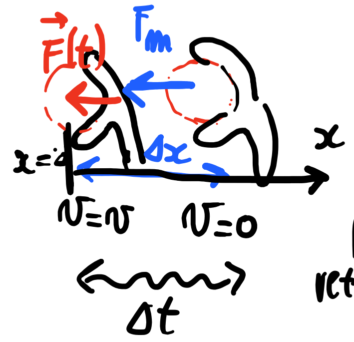
$m = 0{,}200$ kg

$v = 10$ m/s

$\Delta t = 0{,}02$ s

a) Forza media sulla mano del giocatore





rett.

teorema dell'impulso

$$\vec{J} = \int_0^{\Delta t} \vec{F}(t)\,dt = \Delta \vec{p}$$

$\vec{p}$: quantità di moto

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

proiettiamo su x

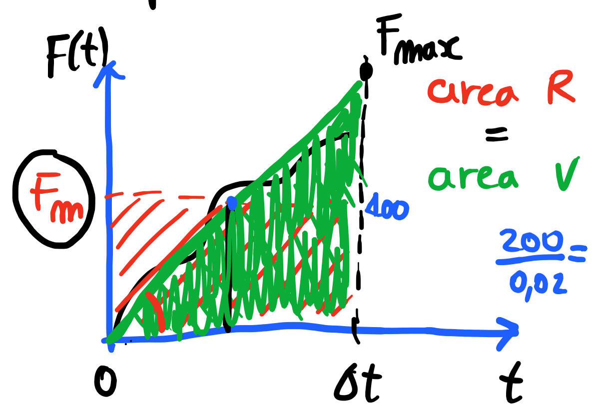
$$\int_0^{\Delta t} F(t)\,dt = P_{f_x} - P_{i_x}$$

$v = 10 \frac{m}{s}$

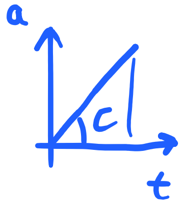
$$F_m \Delta t = m v_f - m v_i$$

$v(t=\Delta t) = 0$

$$\Rightarrow F_m = -\frac{mv}{\Delta t} = -100 \text{ N}$$



b) supponiamo F funzione lineare del tempo



$\Delta x = ?$ $F(t)$

$$F(t) = m a(t)$$

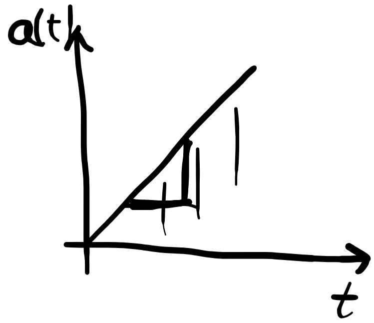
$\Rightarrow$ se F è lineare

$\Rightarrow$ anche a sarà lineare nel tempo

$$a(t) = \frac{F(t)}{m}$$

$$a = Ct$$

$a(t)$



$$\Delta x = x(t = \Delta t)$$

$x(t) = ?$

- $a = \dfrac{dv}{dt} \xrightarrow{\text{int.}} v(t) = v_0 + \int_0^t a(t)\,dt$

$$= v_0 + \int_0^t Ct\,dt = \boxed{v_0 + C\frac{t^2}{2}}$$

  - $v(t=0) = v_i = 10\,m/s = v_0$
  - $v(t=\Delta t) = 0\,m/s \Rightarrow 0 = v(t=\Delta t) = v_0 + C\dfrac{\Delta t^2}{2}$

$$\Rightarrow C = -\frac{2v_0}{\Delta t^2} = -50'000\,\frac{m}{s^3}$$

- $v = \dfrac{dx}{dt} \xrightarrow{\text{int.}} x(t) = x_0 + \int_0^t v(t)\,dt$

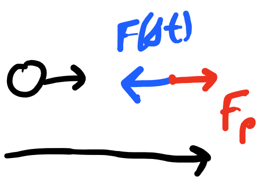
$$= x_0 + \int_0^t v_0 + C\frac{t^2}{2}\,dt$$

$$x(t) = 0 + v_0 t + C\frac{t^3}{6}$$

$$\Delta x = x(t=\Delta t) = v_0\Delta t + C\frac{\Delta t^3}{6} = 0{,}133\,m$$

$$a(t) = \frac{F(t)}{m} \Rightarrow F(t) = m\,a(t) = mCt$$

$$F(t=\Delta t) = mC\Delta t = -200N$$



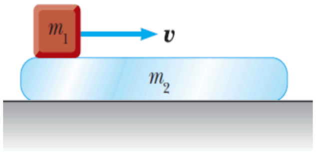
$F_p = -F(\Delta t) = 200N$

FORZA CHE LA MANO FA SULLA PALLINA

FORZA DELLA PALLINA SULLA MANO

4.11 Su un ripiano orizzontale è appoggiata una piastra di massa m_2, ferma. Il coefficiente di attrito piastra-piano è μ_2. Sulla piastra viene posto un corpo di massa m_1 che si muove con velocità iniziale $\boldsymbol{v}$, orizzontale. Il coefficiente di attrito corpo-piastra è μ_1. Che relazione deve esistere tra m_1, m_2, μ_1, μ_2, v perché la piastra si muova? Posto $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 3$ kg, $\mu_1 = 0.6$, $\mu_2 = 0.2$, $v = 3$ m/s, calcolare: a) la distanza x_1 percorsa dal corpo rispetto alla piastra prima di fermarsi; b) la distanza x_2 percorsa dalla piastra sul ripiano prima di fermarsi; c) quanta energia meccanica viene dissipata nel processo.

$m_2 \quad \mu_2 \quad \underline{m_1} \quad \vec{v} \quad \underline{\mu_1}$



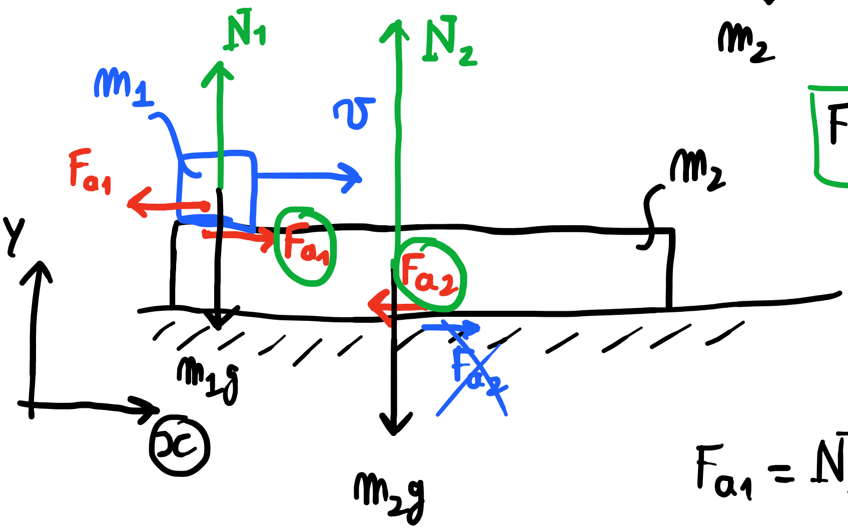
a) relazione affinché la piastra si muova

m_2

solo se $F_{a1} > F_{a2}$

$$\boxed{F_{a1} - F_{a2} = m_2 a_2}$$

se $F_{a1} - F_{a2} > 0$ $\Rightarrow$ la piastra inizia a muoversi



$$F_{a1} = N_1 \mu_1 = m_1 g \mu_1$$

$$F_{a2} = N_2 \mu_2 = (m_1 + m_2) g \mu_2$$

II^a legge New. lungo y per ②

$$N_2 - m_2 g - m_1 g = m_2 \overset{0}{a_{2y}} \Rightarrow N_2 = (m_1 + m_2) g$$

$$m_1 \cancel{g} \mu_1 - (m_1 + m_2) \cancel{g} \mu_2 > 0 \rightarrow \boxed{\mu_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2}$$

$m_1 = 2\,kg$, $m_2 = 3\,kg$, $\mu_1 = 0{,}6$, $\mu_2 = 0{,}2$, $v_i = 3\,m/s$

$$\mu_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2 \quad ✓ \quad \Rightarrow \text{la piastra } (m_2) \text{ si muove}$$

a) x_{12} percorsa da ① prima di fermarsi, tutto rispetto al corpo 2.

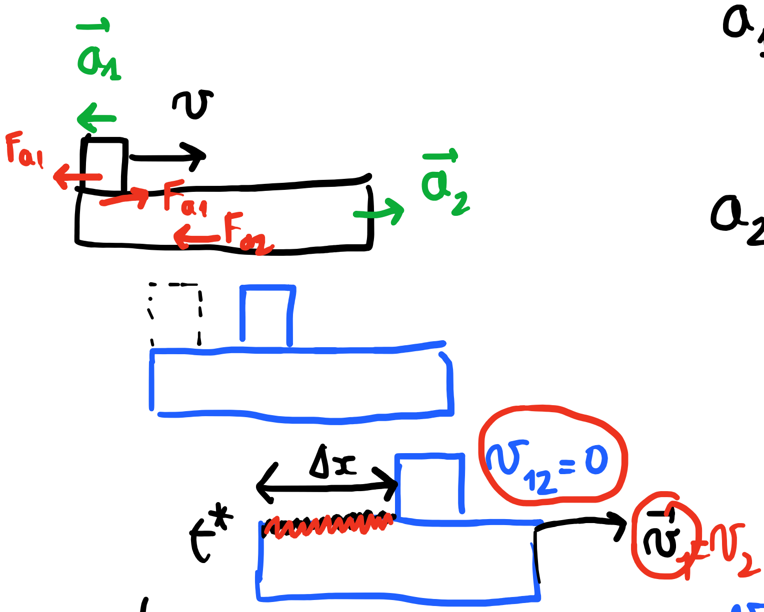
- $x_{12}(t) = x_1(t) - x_2(t)$

POSIZIONE DI 1 RISPETTO A 2

POSIZIONI di 1 e 2 RISPETTO A xy

- $v_{12}(t) = v_1(t) - v_2(t)$
- $a_{12}(t) = a_1(t) - a_2(t)$

x_{12} quando $v_{12} = 0$?



$$a_1 = \frac{-F_{a1}}{m_1} = -\frac{\mu_1 \cancel{m_1} g}{\cancel{m_1}} = -5{,}886 \ \frac{m}{s^2}$$

$$a_2 = \frac{1}{m_2}\left(F_{a1} - F_{a2}\right) = \frac{1}{m_2}\left(m_1 g \mu_1 - (m_1 + m_2) g \mu_2\right) = 0{,}654 \ m/s^2$$

$v_i = 3 m/s$

$$x_{12}(t) = x_1(t) - x_2(t) = v_1(0) t + \frac{1}{2} a_1 t^2 - \left(\underbrace{\cancel{v_2(0)}}_{=0} t + \frac{1}{2} a_2 t^2\right)$$

MOTI UNIF. ACC.

$$= v_i t + \frac{1}{2} t^2 (a_1 - a_2)$$

t^*: tempo nel quale $v_{12} = 0$, $v_{12}(t^*) = 0$

$$v_{12}(t) = v_1(t) - v_2(t) = v_1(0) + a_1 t - (\underbrace{\cancel{v_2(0)}}_{=0} + a_2 t)$$

$v_1(0) \rightarrow v_i$

$$= v_i + t(a_1 - a_2)$$

$$0 = v_{12}(t = t^*) = v_i + t^*(a_1 - a_2)$$

$$\Rightarrow t^* = -\frac{v_i}{a_1 - a_2} = 0{,}46\ s$$

$$x_{12}(t = t^*) = v_i t^* + \frac{1}{2} t^{*2}(a_1 - a_2) = 0{,}689\ m$$