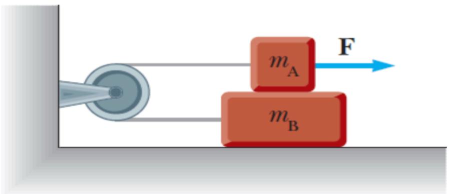
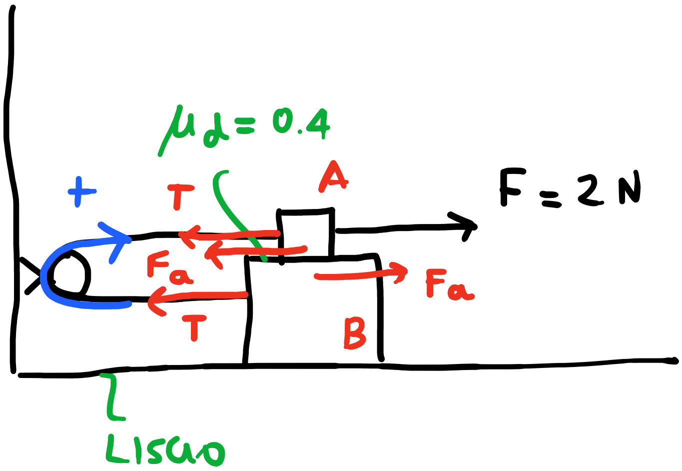
TUTORATO

2.22 Si consideri il sistema rappresentato in figura. I fili sono di massa trascurabile ed inestensibili, la massa della carrucola è trascurabile. Le masse hanno i valori m = 150 g, m_B = 210 g. Il piano su cui appoggia m_B è liscio, mentre il coefficiente d'attrito dinamico tra m_A e m_B è μ_d = 0.4. Al corpo m_A viene applicata la forza orizzontale F = 2 N. Calcolare: a) il modulo a dell'accelerazione, b) la tensione del filo T.





$m_A = 0{,}150$ Kg

$m_B = 0{,}210$ Kg

a) $|\vec{a}| = ?$ b) $T = ?$

importante il SDR +

$F = ma$

$$\begin{cases} \text{corpo (A)} \quad m_A a = F - F_a - T \\ \text{corpo (B)} \quad m_B a = T - F_a \end{cases}$$

• incognite

(2 eq, 2 inc)

notare che abbiamo posto $a_A = a_B$ in accordo con il SDR

$F_a = F_N \mu_d = m_A g \mu_d$

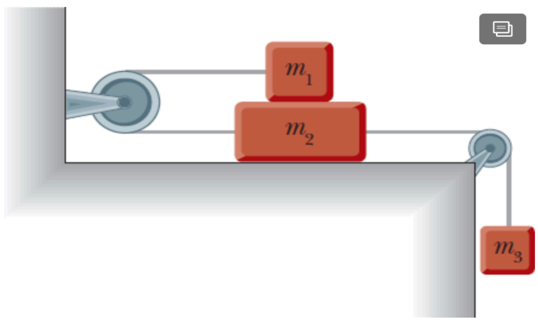
sommando (A) + (B)

$(m_A + m_B)a = F - F_a - \cancel{T} + \cancel{T} - F_a$

$$\Rightarrow a = \frac{F - 2F_a}{m_A + m_B} = \frac{F - 2\mu m_A g}{m_A + m_B} = 2{,}2856 \ m/s^2$$

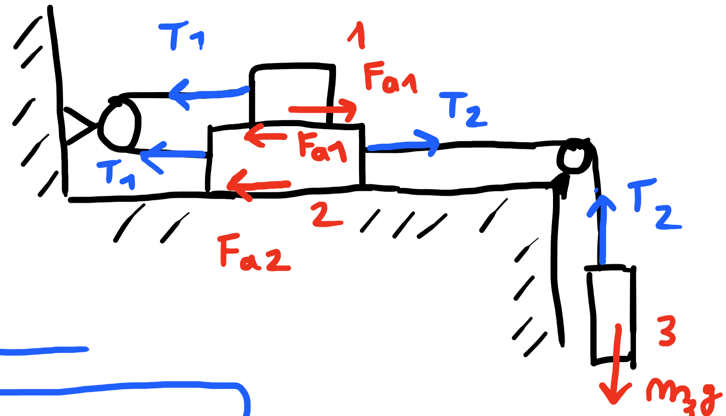
b) dalla (B) $\rightarrow$ $T = m_B a + F_a = 1{,}07$ N

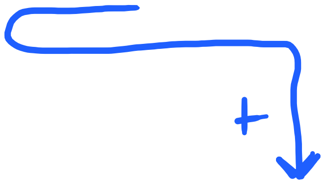
2.24 Una massa m_1 = 1 kg è posta sopra una massa m_2 = 2.5 kg. Le due masse sono collegate da una fune inestensibile e priva di massa. Una terza massa m_3 = 5 kg è collegata a m_2, come indicato in figura. Il coefficiente d'attrito dinamico vale μ_d = 0.3 per tutte le superfici a contatto. Calcolare: a) il valore del modulo dell'accelerazione a delle tre masse, b) la tensione T_1 della fune che collega m_1 e m_2, c) la tensione T_2 della fune che collega m_2 e m_3.



$m_1 = 1$ kg $m_3 = 5$ kg
$m_2 = 2{,}5$ kg

$\mu_d = 0.3$





$a_1 = a_2 = a_3$

a) $|\vec{a}| = ?$

$F = ma$

$$\begin{cases} m_1 a = T_1 - F_{a1} & (1) \\ m_2 a = T_2 - T_1 - F_{a2} - F_{a1} & (2) \\ m_3 a = m_3 g - T_2 & (3) \end{cases}$$

a, T_1, T_2 sono le incognite

$$F_{a1} = F_N \mu_d = m_1 g \mu_d$$

$$F_{a2} = F_N \mu_d = (m_1 + m_2) g \mu_d$$

sommando (1) + (2) + (3) si eliminano tutte le tensioni

$$(m_1 + m_2 + m_3) a = m_3 g - 2F_{a1} - F_{a2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_3 g - \mu_d g \left(m_1 + 2(m_1 + m_2)\right)}{m_1 + m_2 + m_3} = 3{,}866 \ \frac{m}{s^2}$$

b) $T_1 = ?$ $T_2 = ?$

(1) $\rightarrow$ $T_1 = m_1 a + F_{a1} = m_1 a + \mu_d g m_1 = 6{,}809$ N

(3) $\rightarrow$ $T_2 = m_3 g - m_3 a = 29{,}72$ N

4.5 Un corpo di massa m = 300 g scivola lungo un piano orizzontale scabro, con velocità iniziale v_0 = 2 m/s. La velocità è ridotta a due terzi del valore iniziale dopo aver percorso un tratto pari a 30 cm. Determinare: a) il coefficiente d'attrito dinamico tra il corpo e il piano μ_d, b) lo spazio complessivamente percorso prima di fermarsi s_{tot}, c) il lavoro complessivo della forza d'attrito W_{tot}.

$m = 0{,}300$ kg

$V_0 = 2$ m/s

$d = 30$ cm

$v(x=d) = \frac{2}{3}V_0$

a) $\mu = ?$

b) $s = ?$ spazio prima di fermarsi

c) W_{att} (lavoro complessivo delle forze di attrito)

$$F_{att} = \mu F_N = \mu m g$$

$$W_{nc} = \Delta E_m = \Delta E_K$$

prendiamo come istanti $x=0$ e $x=d$

$$\frac{4}{9} - 1 = -\frac{5}{9}$$

$$W_{nc} = -F_{att} \cdot d = \mu m g d \quad (*)$$

$$\Delta E_K = E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2}m\left[\left(\left(\frac{2}{3}V_0\right)^2 - V_0^2\right)\right] = \frac{1}{2}m\left(-\frac{5}{9}V_0^2\right)$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{-1}{\cancel{m}g d}\frac{1}{2}\cancel{m}\left(-\frac{5}{9}V_0^2\right) = 0{,}3775$$

(*) recall that

$$W_{att} = -\int_A^B \mu_d N \, ds$$

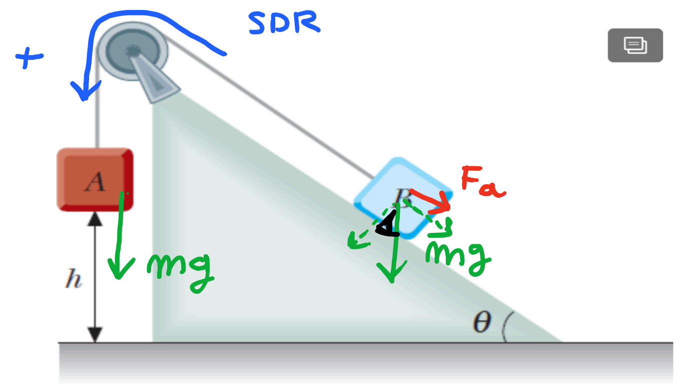
b) $W_{att} = \Delta E_K = 0 - \frac{1}{2}mV_0^2$ QUANDO SI FERMA

$$-\mu \cancel{m} g s = -\frac{1}{2}\cancel{m}V_0^2$$

$$\Rightarrow s = \frac{V_0^2}{2\mu g} = 0{,}540 \text{ m}$$

c) $W_{att} = -\mu m g s = -0{,}600$ J

4.24 Due masse eguali, collegate da un filo, sono disposte come in figura. L'angolo θ vale 30°, l'altezza h vale 1 m, il coefficiente di attrito massa-piano è $\mu = 0.4$. Al tempo $t = 0$ il sistema viene lasciato libero di muoversi e si osserva che la massa sospesa scende. Calcolare la distanza totale d percorsa in salita dalla massa che si trova sul piano inclinato.



$\vartheta = 30°$ $\quad m_A = m_B = m$

$h = 1\,m$

$\mu = 0{,}4$

la massa A scende.

Calcolare quanto sale B.

Calcoliamo l'accelerazione del sistema A+B usando $F=ma$

$$\cancel{m}g - \cancel{m}g\sin\vartheta - \cancel{m}g\cos\vartheta\,\mu = 2\cancel{m}a \Rightarrow a = \frac{g}{2}\left(1 - \sin\vartheta - \mu\cos\vartheta\right) = 0{,}75336\ m/s^2$$

usando $v(x)$: $\quad v(s)^2 = v_0^2 + 2as$

la velocità di A e B appena prima che A tocchi terra vale:

$$v(s=h)^2 = v_0^2 + 2ah \rightarrow v(h) = (2ah)^{1/2} = 1{,}2275\ m/s$$

Quando A tocca terra, B continua a salire perché ha accumulato energia cinetica pari a $\frac{1}{2}m\,v(h)^2$

$\Rightarrow$ percorre ancora una distanza Δx:

$$W_c + W_{nc} = \Delta E_K = \frac{1}{2}m\left(\underbrace{v(h+\Delta x)^2}_{=0} - v(h)^2\right) = \underline{-\frac{1}{2}m\,v(h)^2}$$

$$W_c + W_{nc} = -\Delta E_p - F_{att}\Delta x = \underline{-mg\Delta x\sin\vartheta - mg\cos\vartheta\,\mu\,\Delta x}$$

$$\Rightarrow \Delta x\, g\left(\sin\vartheta + \mu\cos\vartheta\right) = \frac{1}{2}v(h)^2$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{v(h)^2}{2g(\sin\vartheta + \mu\cos\vartheta)} = 0{,}0907\ m$$

Quindi totale distanza percorsa da B: $\quad d = h + \Delta x = 1{,}09\ m$

4.28 Un punto materiale di massa m = 0.02 kg scende lungo un piano inclinato liscio. Alla fine del piano inclinato scorre su un tratto orizzontale scabro (μ = 0.1) andando a urtare una molla ideale fissata a un vincolo verticale. La molla ha una lunghezza a riposo l_0 = 10 cm e una costante elastica k = 2 N/m. La distanza tra la fine del piano inclinato e il vincolo è d = 40 cm. Se il punto all'istante iniziale è fermo, determinare l'altezza h da cui deve scendere affinché, dopo aver urtato la molla, possa toccare la parete del vincolo.

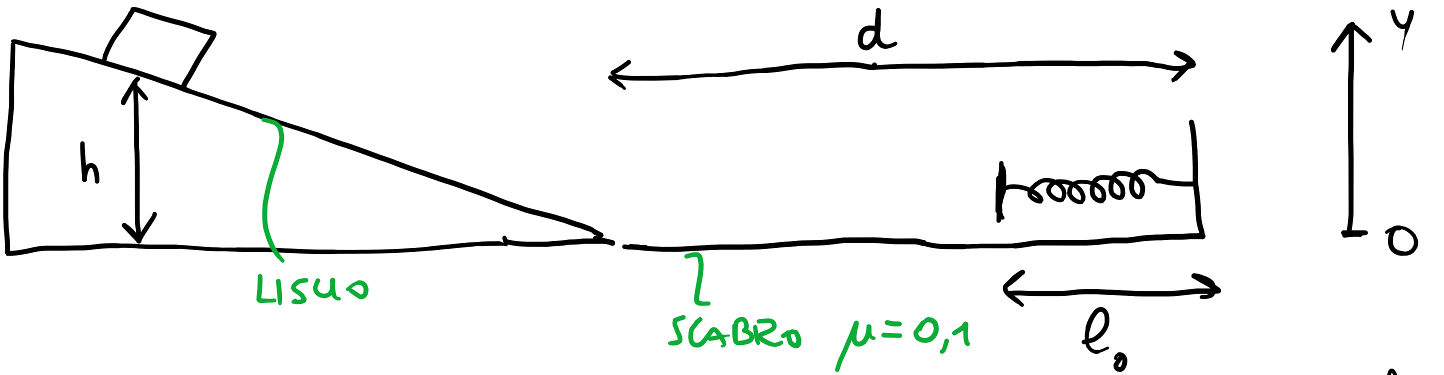
$m = 0{,}02 \text{ Kg}$

$$\begin{cases} l_0 = 0{,}10 \text{ m} \\ K = 2 \text{ N/m} \end{cases}$$

$d = 0{,}40 \text{ m}$

$v_0 = 0 \text{ m/s}$

$h = ?$ in modo che la massa possa toccare la parete del vincolo.



Facciamo il bilancio di energia dal punto iniziale al punto finale. Supponendo che tocchi il vincolo con velocità nulla.

$$W = W_c + W_{nc} = \Delta E_K = \frac{1}{2} m \left(\overset{0}{\overset{\parallel}{v_0^2}} - \overset{0}{\overset{\parallel}{v_f^2}} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \quad -\Delta E_p - F_{att}\, d = 0$$

$$+ mg(0-h) + \frac{1}{2} K \Delta x^2 + mg\mu d = 0$$

$$h = \frac{1}{mg} \left(\frac{1}{2} K l_0^2 + mg\mu d \right) = 0{,}091 \text{ m}$$