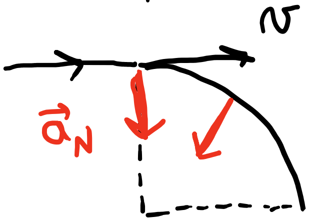
TUTORATO 2 CANALE 1

1.37 Un'automobile affronta una curva circolare di raggio $R = 25$ m. Calcolare la velocità massima dell'auto v_{max} se le ruote possono tollerare un'accelerazione centripeta massima $a_N = 7$ m/s² senza slittare.

$R = 0{,}25$ m



$v_{max} = ?$ sapendo che a centripeta massima è

$a_{N\,max} = 7\,m/s^2$

$$a_N = \frac{v^2}{R} \rightarrow v_{max} = \sqrt{a_{N\,max} \cdot R} = 13{,}23\ m/s$$

1.43 Un punto si muove lungo un'orbita circolare di raggio $R = 0.2$ m con velocità angolare costante $\omega_0 = 15$ rad/s. A partire dall'istante $t = 0$ fino all'istante $t_1 = 16$ s la sua accelerazione angolare vale $\alpha = -0.1\,t$ rad/s²; per $t \geq t_1$ α resta costante al valore -1.6 rad/s² fino a che il punto si ferma. Calcolare: a) il modulo dell'accelerazione a del punto nell'istante t_1, b) in quale istante il punto si ferma.

$R = 0{,}2$ m

$\omega_0 = 15$ rad/s

- tra $t = 0$ e $t_1 = 16$ s $\quad \alpha = -0{,}1\,t$ rad/s²
- per $t \geq t_1$ $\quad \alpha = -1{,}6$ rad/s² fino a fermarsi

a) $|\vec{a}(t = t_1)| = ?$

Richiami: analogia tra

$\vartheta(t) \leftrightarrow x(t)$

$\omega(t) \leftrightarrow v(t)$

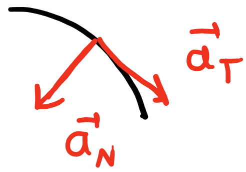
$\alpha(t) \leftrightarrow a(t)$

$$\begin{cases} \omega(t) = \frac{d\vartheta}{dt}(t) \\ \alpha(t) = \frac{d\omega}{dt}(t) \end{cases}$$

integrando

$$\begin{cases} \vartheta(t) = \vartheta_0 + \int_0^t \omega(t)\,dt \\ \omega(t) = \omega_0 + \int_0^t \alpha(t)\,dt \end{cases} \quad (*)$$

$$\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$$



- $a_T = \alpha R$

$a_T(t=t_1) = \alpha(t=t_1)\, R = -0{,}32 \ rad/s^2$

$a_N = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \quad \Rightarrow$ mi serve $\omega(t=t_1) = ?$

(*) $\omega(t) = \omega_0 + \int_0^t \alpha(t)\,dt = \omega_0 + \int_0^t -0{,}1\, t \ dt$

$= \omega_0 - 0{,}1 \ \frac{t^2}{2}$

$\Rightarrow \omega(t=t_1) = \omega_0 - 0{,}1 \ t_1^2/2 = 2{,}2 \ rad/s$

$a_N(t_1) = [\omega(t_1)]^2 R = 0{,}968 \ m/s^2$

$|\vec{a}| = (a_N^2 + a_T^2)^{1/2} = 1{,}02 \ m/s^2$

b) istante in cui si ferma?

chiamiamo t^* questo istante.

Tra $[t_1, t^*]$ c'è un'acc. angolare $\alpha = -1{,}6 \ \frac{rad}{s^2}$ costante.

(*) $\omega(t) = \omega(t_1) + \int_{t_1}^t \alpha(t)\,dt \qquad (\alpha = cost.)$

$= \omega(t_1) + \alpha\,(t - t_1)$

se si ferma per $t = t^* \ \Rightarrow \ v(t^*) = 0$

$\Rightarrow \omega(t^*) = 0$ ovviamente.

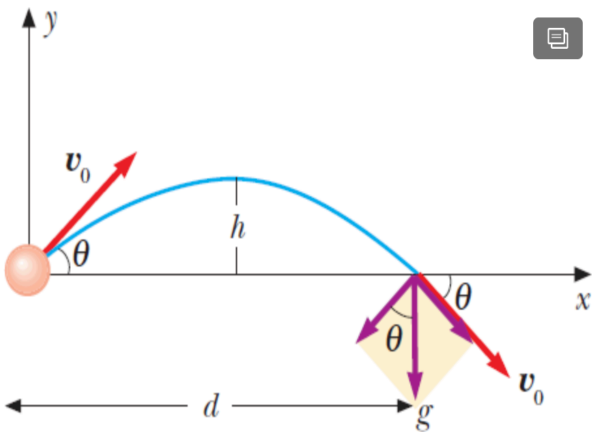
$0 = \omega(t^*) = \omega(t_1) + \alpha\,(t^* - t_1)$

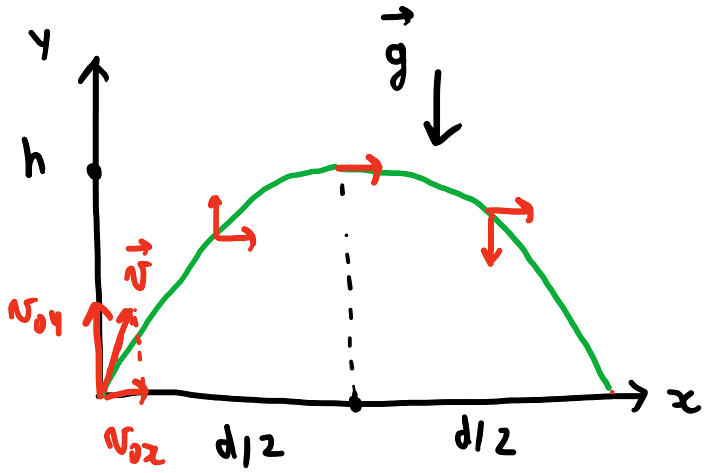
$$\Rightarrow \quad t^* - t_1 = -\frac{w(t_1)}{\alpha} \quad \Rightarrow$$

$$t^* = t_1 - \frac{w(t_1)}{\alpha} = 17,38 \ s$$

1.48 Un giocatore di golf lancia una palla a una distanza d = 75 m. L'altezza massima raggiunta dalla palla nella sua traiettoria vale h = 20 m; si assume che il terreno sia piano e si trascura la resistenza dell'aria. Calcolare: a) le componenti orizzontale e verticale della velocità iniziale v_0 della palla, b) le componenti normale e tangenziale dell'accelerazione della palla nell'istante dell'impatto con il suolo.

$v_{0x}, v_{0y} = ?$





$$\boxed{a_x = 0} \Rightarrow v_x = \text{cost.}$$

t_c : tempo caduta $\rightarrow x(t) = v_{0x} t$

$$x(t_c) = \boxed{v_{0x} t_c = d} \qquad (*)$$

$$\boxed{a_y = -9,81 \ m/s^2} \Rightarrow$$ lungo l'asse y abbiamo un moto unif. decelerato

$$y(t) = v_{0y} t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$[v_y(y)]^2 = v_{0y}^2 + 2a(y - y_0)$$ ← v (spazio)

per $y = h$ sappiamo che $v_y = 0$

$$0 = v_{0y}^2 + 2ah \rightarrow v_{0y} = \sqrt{-2ah} \underset{a=-g}{=} 19,809 \text{ m/s}$$

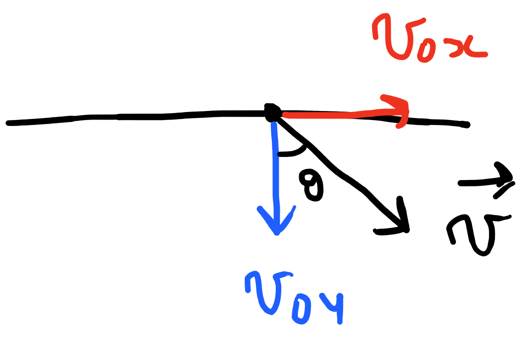
$$0 = y(t_c) = v_{0y} t_c + \frac{1}{2} a t_c^2$$

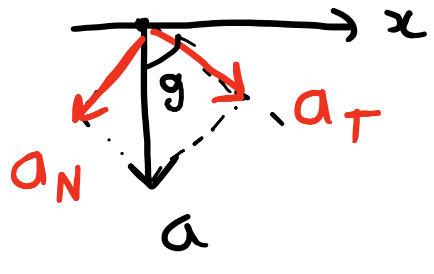
$$t_c \left(v_{0y} + \frac{1}{2} a t_c \right) = 0 \iff t_c = 0 \quad V$$

$$t_c = - \frac{2 v_{0y}}{a} \underset{a=-g}{=} 4,0385 \text{ s}$$

(*) → $v_{0x} = \frac{d}{t_c} = 18,5711$ m/s

(b) a_T, a_N all'impatto



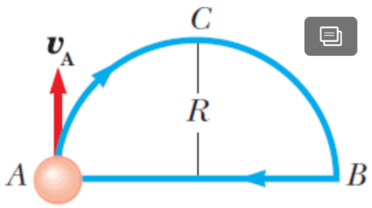


$$\tan\theta = \frac{v_{0x}}{v_{0y}} \rightarrow \theta = 0,753 \text{ rad}$$

$$a_N = a \sin\theta \underset{|a|=|g|}{=} 6,708 \text{ m/s}^2$$

$$a_T = a \cos\theta = 7,158 \text{ m/s}^2$$

1.41 Un punto P si muove di moto uniformemente accelerato lungo una semicirconferenza ACB, di raggio R = 0.6 m. A e B sono gli estremi della semicirconferenza e C il punto centrale sulla stessa. In A la velocità di P, è v_A = 0.8 m/s, in B la sua velocità è nulla. Da B il punto torna in A con moto rettilineo uniformemente accelerato. Il tempo t_{ACB} è eguale al tempo t_{BA} impiegato percorrendo il diametro da B ad A. Calcolare: a) l'accelerazione tangenziale nel tratto ACB, b) il tempo t_{ACB} impiegato da A a B, c) l'accelerazione in C, d) l'accelerazione lungo il diametro BA.



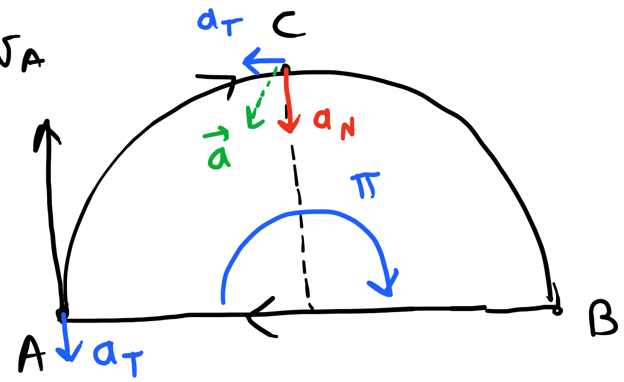
$R = 0,6$ m

$v_A = 0,8$ m/s

$v_B = 0$

$t_{ACB} = t_{BA}$

entrambi tratti sono moti uniformemente accelerati.



a) a_T tratto ACB

$$v(x)^2 = v_0^2 + 2ax$$

l'analoga con $\vartheta \longleftrightarrow x$ è la seguente

$$\omega(\vartheta)^2 = \omega_0 + 2\alpha\vartheta$$

$$\underbrace{\omega(\vartheta=\pi)^2}_{=0} = \underbrace{\omega_0^2}_{\frac{v_A}{R}} + 2\alpha\pi \Rightarrow \alpha = -\frac{\omega_0^2}{2\pi} = -0,2829 \ \frac{rad}{s^2}$$

$$\Rightarrow a_T = \alpha R = -0,1698 \ \frac{m}{s^2}$$

b) $t_{ACB} = ?$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$

$$0 = \omega(t_{ACB}) = \omega_0 + \alpha t_{ACB} \Rightarrow t_{ACB} = -\frac{\omega_0}{\alpha} = 4,7131 \ s$$

c) $\vec{a}$ in C = ?

$a_T = -0,1698 \; m/s$

$a_N = [\omega(\theta = \frac{\pi}{2})]^2 R$

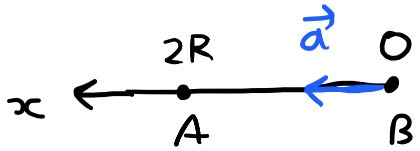
$$[\omega(\theta = \tfrac{\pi}{2})]^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega\left(\frac{\pi}{2}\right) = (\ldots)^{1/2} = 0,9429 \; \frac{rad}{s}$$

$a_N = 0,5334 \; m/s^2$

$\Rightarrow |\vec{a}| = (a_N^2 + a_T^2)^{1/2} = 0,5598 \; m/s^2$

d) accelerazione lungo BA sapendo che $t_{BA} = t_{ACB}$

eq. del moto : $x(t) = \underbrace{v_0}_{= 0} t + \frac{1}{2} a t^2$



$x(t = t_{BA}) = 0 + \frac{1}{2} a t_{BA}^2$

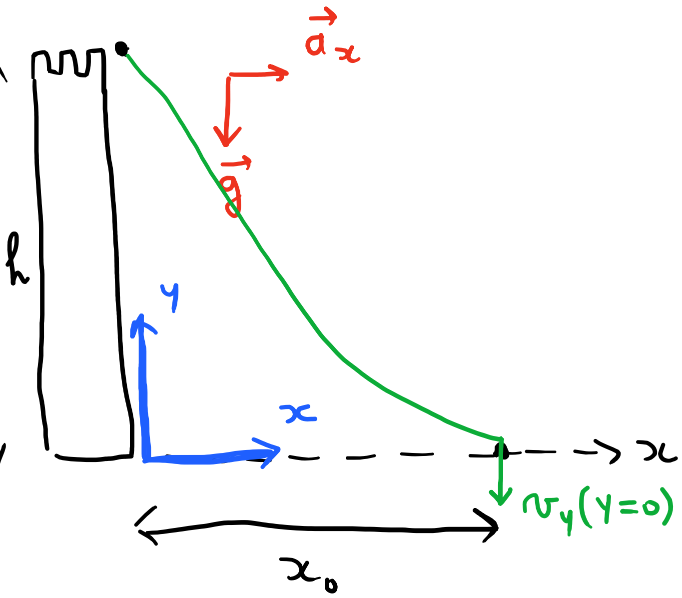
$\underbrace{x(t = t_{BA})}_{= 2R}$

$$\Rightarrow a = \frac{4R}{t_{BA}^2} = 0,1080 \; m/s^2$$

1.51 Un oggetto viene lasciato cadere da una torre alta 30 m. Durante la caduta, a causa di un forte vento, subisce un'accelerazione costante orizzontale, direzione dell'asse x, $a = 15\ m/s^2$. Calcolare, all'istante in cui l'oggetto arriva al suolo: a) il tempo t_0 impiegato per toccare il suolo, b) la distanza x_0 dalla base della torre, c) le componenti della velocità e il suo modulo, d) l'angolo θ di incidenza al suolo, rispetto all'asse orizzontale.

$h = 30\ m$

$a_x = 15\ m/s^2$



a) t_0 istante in cui tocca terra.

moto lungo l'asse y

$y(t) = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a t^2$

dove $y_0 = h$

$v_{0y} = 0$

$a = -9{,}81\ m/s^2$

dovremmo risolvere un'eq di secondo grado.

Conviene usare $v_y(y)^2 = v_{0y}^2 + 2a(y - y_0)$

$\Rightarrow v_y(y=0) = (2a(0-h))^{1/2} = 24{,}2611\ m/s$

$v_y(t) = v_{0y} + at \Rightarrow \begin{matrix} t = t_0 \\ y = 0 \end{matrix} \quad v_y(t_0) = a t_0$

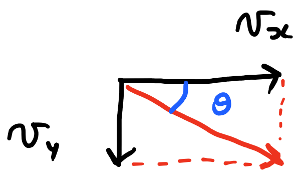
$\Rightarrow t_0 = \frac{v_y(t_0)}{a} = 2{,}4731\ s$

b) $x_0 = ?$

$x(t) = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a t^2$

$x(t_0) = 0 + 0 + \frac{1}{2} a t_0^2 = 45{,}8717\ m$

c) $v_x(t_0), v_y(t_0), |\vec{v}(t_0)|, \theta = ?$



$v_x(t_0) = v_{0x} + at = 37{,}0965\ m/s$

$|v(t_0)| = (v_x(t_0)^2 + v_y(t_0)^2)^{1/2} = 44{,}3255\ m/s$

$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} \rightarrow \theta = 0{,}5792\ rad = 33{,}19°$