Compito di Economia Politica 1 MZ
Prof. Michele Moretto
30 Giugno 2014

N.B. **DOVETE SCEGLIRE SOLO 4 QUESITI, ALTRIMENTI VERRA' CANCELLATO QUELLO CON IL PUNTEGGIO MAGGIORE.**

Le spiegazioni richieste o quelle che si ritiene utile dare non devono superare le 3 righe.

1. (6 Punti) Un individuo ha un reddito di $R = 300$ e preferenze descritte dall funzione di utilità $U(x_1, x_2) = x_1^2 x_2$

   (a) Calcolate il paniere ottimale per il consumatore con prezzi generici p_1 e p_2.

   (b) Determinare il paniere ottimale nel caso $p_1 = 2$ e $p_2 = 5$ e come varia la scelta ottimale se p_2 passa a 4

   (c) Scomporre la variazione della domanda in effetto redditto ed effetto sostituzione scegliendo tra il metodo di Slutsky (variazione di costo) o il medoto di Hicks (variazione compensativa). (Uno solo!!)

2. (4 Punti). Le preferenze del sig. Jin si manifestano su panieri di beni costituiti da riso e pane. Di due panieri qualsiasi il Sig. Rossi preferisce sempre quello con più elevato contenuto calorico. Il riso ha un contenuto calorico di 3.500 calorie per Kg, mentre il pane contiene 2.500 calorie per Kg. Supponendo che il prezzo del riso sia di 7.000 Renminbi al Kg e il prezzo del pane 2.500 Renminbi al Kg, determinare la scelta ottimale del sig Jin ne caso ilsuo reddito fosse di 40.000. Come cambia la sua scelta se desidera sempre una quantità pari di entrambi i beni?

3. (8 Punti). Si consideri un modello di duopolio alla Cournot con costi fissi "potenzialmente" positivi e costi variabili nulli. L'impresa $i = 1, 2$ produce la quantità q_i sostenendo dei costi fissi $F \geq 0$ solo se $q_i > 0$. L'offerta aggregata è $Q = q_1 + q_2$ e la funzione inversa di domanda è $p = 1 - Q$. Supponendo che in caso di indifferenza le imprese preferiscano non produrre determinare tutti gli equilibri di Nash del gioco al variare di F in $(0, 1/4)$

4. (10 Punti) La tecnologia di un'impresa i è descritta dalla funzione di produzione $F(n_i) = \sqrt{n_i}$, dove n_i è il numero di lavoratori assunti dall'impresa i. Nell'industria ci sono K imprese tutte uguali in concorrenza e un solo sindacato monopolista. Il sindacato conta 1000 lavoratori iscritti che hanno una funzione di utilità pari a $U(w) = \sqrt{w}$ dove w è il salario percepito da ogni lavoratore.

   (a) Sapendo che il governo paga un sussidio di disoccupazione di $\bar{w} = 4$, determinare il numero di lavoratori occupati nell'industria (sugg calcolate domanda e offerta aggregata).

   (b) Determiare poi il salario di equilibrio (sugg. assumete che 1000 sia maggiore del numero di occupati).

   (c) Come cambia il salario di equilibrio al variare del numero delle imprese?

5. (6 Punti). Un'impresa possiede due impianti per produrre lo stesso bene. Il primo impianto produce con una funzione di costo $C(y_1) = 3y_1^2$, il secondo con una funzione di costo pari a $C(y_2) = y_2^2$, dove y_1 e y_2 sono le quantità prodotte dai due impianti.

   (a) Nell'ipotesi di minimizzazione dei costi, qual è la funzione di costo totale dell'impresa?

   (b) Spiegate graficamente in che rapporto sta la funzione di costo totale con quelle dei singoli impianti.

Soluzioni

Esercizio n.1

a,b) la scelta ottimale con $p_1 = 2$ e $p_2 = 5$ è $x_1 = 100$ e $x_2 = 20$.

Con i prezzi $p_1 = 2$ e $p_2 = 4$, il vettore diventa $x_1 = 100$ e $x_2 = 25$. Quindi $\Delta x_1 = 0$ e $\Delta x_2 = +5$

c) Metodo di Slutsky (variazione di costo), ci si domanda in corrispondenza dei nuovi prezzi, quale sarebbe la scelta ottimale se si avesse un reddito (teorico), tale da consentire l'acquisto del vecchio paniere. Se il prezzo $p_2 = 4$ basta un reddito pari a:

$$100 \cdot 2 + 20 \cdot 4 = 280$$

ossia la variazione di reddito è $\Delta R = x_2 p_2 = -20$. Con $p_1 = 2$ e $p_2 = 4$, e $R = 280$ la scelta ottimale diventa $x_1' = 280/3$ e $x_2' = 70/3$. Quindi:

$$\Delta x_1 = 0 \ , \ \Delta^s x_1 = -20/3, \ \Delta^e x_1 = +20/3$$

$$\Delta x_2 = +5 \ , \ \Delta^s x_2 = 3.33, \ \Delta^e x_2 = +1.67$$

Metodo di Hicks (variazione compensativa). La variazione di reddito necessaria per consentire al consumatore di ottenere la stessa utilità. $U(100, 20) = 200.000$

$$x_1^2 x_2 = 200.000$$

$$SMS = 2x_2/x_1 = 1/2$$

da cui si riacavano $x_1' = 92.8$ e $x_2' = 23.2$ e $R' = 278.5$. Quindi

$$\Delta x_1 = 0 \ , \ \Delta^s x_1 = -7.17, \ \Delta^e x_1 = +7.17$$

$$\Delta x_2 = +5 \ , \ \Delta^s x_2 = +3.21, \ \Delta^e x_2 = +1.79$$

Esercizio 2

a) I beni sono perfetti sostituti, quindi curve di indifferenza lineari. Soluzione ad angolo. L'individuo preferisce sempre maggiori calorie, quinsi se il prezzo del riso è 7000, una caloria ottenuta tramite il riso costa 7000/3500=2, mentre una coloria ottenuta con il pane costa 2500/2500=1 Conviene pertanto spendere tutto il reddito in pane. 40.000/2500= 16kg di Pane che equivalgono a 40.000 calorie.

b) banale!

Esercizio 3

Modello a la Cournot, $\pi_1 = (1 - q_1 - q_2)q_1 - F$, simmetrico quindi $q_1 = q_2 = 1/3$. Profitti $\pi_{1,2} = 1/9 - F$. Se una sola imprese porduce da monopolista $\pi^m = (1 - q)q - F$, quindi $q^m = 1/2$, profitti $\pi^m = 1/4 - F$

Se $F \in (0, 1/9)$, l'unico equilibrio è (1/3,1/3) Dilemma del prigioniero. Se $F \in (1/9, 1/4)$ ci sono due equilibri (0,1/2) e (1/2,0), Chiken game.

Esercizio 4

a) Domanda di lavoro aggregata: Ogni impresa max il profitto:

$$\pi(n_i) = \sqrt{n_i} - wn_i$$

dalla max si ottiene:

$$\frac{1}{2\sqrt{n}} = w \quad \rightarrow n_i(w) = \frac{1}{4w^2}$$

La Domanda aggregata è quindi:

$$n^d(w) = \frac{K}{4w^2}$$

Offerta aggregata. Il sindacato ha 1000 iscritti e si comporta da monopolista. Quindi per lui è indifferente decidere quanti lavoratori offrire o il salario

b) La funzione obiettivo del sindacato è massimizzare il beneficio degli iscritti. Scritta in termini di salario diventa:

$$\begin{aligned} V(w) &= n^d(w)\sqrt{w} + [1000 - n^d(w)]\sqrt{4} \\ &= \frac{K}{4w^2}\sqrt{w} + [1000 - \frac{K}{4w^2}]\sqrt{4} \end{aligned}$$

dalla max rispetto a w si ottiene

$$V'(w) = K\left(-\frac{3w^{-5/2}}{8} + w^{-3}\right) = 0$$

c) Salario indipendente dal numero delle imprese.

Esercizio 5

Il problema è

$$\begin{aligned} C(y) &= \min 3y_1^2 + y_2^2 \\ s.t. \quad y_1 + y_2 &= y \end{aligned}$$

Costruisco la funzione di Lagrange:

$$L = 3y_1^2 + y_2^2 - \lambda[y_1 + y_2 - y]$$

Le FOC sono

$$6y_1 = \lambda, \quad 2y_2 = \lambda \quad \rightarrow 3y_1 = y_2$$

$$y_1 = \frac{1}{4}y, \quad y_2 = \frac{3}{4}y$$

Quindi

$$C(y) = 3(\frac{1}{4}y)^2 + (\frac{3}{4}y)^2 = \left[\frac{3}{16} + \frac{9}{16}\right] y^2 = \frac{6}{8}y^2$$

è l'inviluppo delle singole funzioni.

NB si poteva anche massimizzare il profitto di un'impresa con due impianti come fatto a lezione e il risultato ovviamente rimane lo stesso.