

HOMEWORK

Principles of Microeconomics

Prof. Michele Moretto

May 2015

A) Camilla e' diventata grande e deve decidere cosa fare nella vita. Se studiera' per diventare una statistica ricevera' un reddito annuo certo di 30.000 \$. Se invece studiera' per diventare pediatra, guadagnera' 60.000 \$ all'anno se ci sara' un bum delle nascite altrimenti solo 20.000 \$ se ci sara' una crisi delle nascite. La probabilita' di avere un bum delle nascite e' pari a $3/4$ mentre la probabilita' di una crisi delle nascite e' pari a $1/4$. La funzione di utilita' di VNM di Camilla e' $U = 500 - \frac{100}{c}$, dove c e' la sua spesa annua in beni di consumo.

1. Dire in che relazione rispetto al rischio si trova Camilla.
2. Si assuma ora che un'impresa di analisi demografiche abbia elaborato delle previsioni sull'andamento futuro delle nascite. Determinare quanto sarebbe disposta Camilla a pagare per conoscere queste previsioni.

B) Tre individui hanno rispettivamente le seguenti funzioni di utilita' (di von Neumann-Morgenstern):

$$U_1 = \sqrt{x}, \quad U_2 = x, \quad U_3 = x^2$$

1. Qual e' l'atteggiamento nei confronti del rischio dei tre agenti?
2. Si supponga che i tre agenti abbiano lo stesso reddito $Y = 9$. Qualora fossero posti di fronte alla prospettiva di partecipare ad un'operazione commerciale rischiosa in cui si puo' ottenere un reddito di 3 o 15 con probabilita' $1/2$, qual e' il massimo prezzo che ciascuno di essi sarebbe disposto a pagare per partecipare all'operazione?

C) Il reddito di un individuo e' incerto e puo' assumere il valore $y_1 = 144$ se si verifica lo stato 1 e $y_2 = 36$ se si verifica lo stato 2. I due stati sono equiprobabili. Una compagnia assicurativa offre la seguente polizza: l'individuo paga il premio $P = 60$ e riceve un'indennita' pari a $R = 108$ nel caso si verifichi lo stato 2.

1. Quali sono le prospettive (o lotterie) a disposizione dell'individuo?
2. Se l'individuo e' neutrale al rischio accettera' di assicurarsi?
3. Se la funzione di utilita' di von Neumann- Morgenstern dell'individuo e' $u(x) = \sqrt{x}$, quale sara' la sua decisione?
4. Un contratto assicurativo si dice *attuarialmente equo* se il premio e' uguale all'indennita' attesa. Calcolare il premio attuarialmente equo e dire se un individuo neutrale al rischio o avverso al rischio e' disposto a pagarlo.
5. Calcolate il risk premium nel caso 4)

Risultati:

A)

1) Without information, the lottery can be represented as:

a) As Statistician her income is 30000, with $U = 496.67$ for sure

b) As Pediatrician her income is 60000 ($U=498.33$) with probability 0.75, and 20000 ($U= 495$) with probability 0.25

$$E(U) = 0.75(498.33) + 0.25(495) = 497.5$$

2) With information about the probability of boom of births in advance the lottery is

Boom of births with probability 0.75, then the income is

$$\textit{Statistician} : 30000 - p$$

$$\textit{Pediatrician} : 60000 - p$$

No boom of births with probability 0.25, then the income is

$$\textit{Statistician} : 30000 - p$$

$$\textit{Pediatrician} : 20000 - p$$

where p is the price of the information.

Then Camilla will be indifferent between having the information or not if:

$$497.5 = 0.75 \left[500 - \frac{100}{60000 - p} \right] + 0.25 \left[500 - \frac{100}{30000 - p} \right]$$

from which $p = 6972.30$.

B)

$U_1 = \sqrt{x}$ risk adverse

$U_2 = x$ risk neutral

$U_3 = x^2$ risk lover

Let's assume b as the amount that the three agents are willing to pay to participate to the business. This is given by the solution to the following indifference conditions

$$\sqrt{9} = \frac{1}{2}\sqrt{9 + 3 - b} + \frac{1}{2}\sqrt{9 + 15 - b}$$

Solution is: $\{[b = 8.0]\}$

$$9 = \frac{1}{2}(9 + 3 - b) + \frac{1}{2}(9 + 15 - b)$$

Solution is: $\{[b = 9.0]\}$

$$9^2 = \frac{1}{2}(9 + 3 - b)^2 + \frac{1}{2}(9 + 15 - b)^2$$

Solution is: $\{[b = 11.292]\}$

C)

The lotteries are

1) L_1 P

$U(144)$ with probability 0.5

$U(36)$ with probability 0.5

Or in alternative: L_2

$U(144 - P)$ with probability 0.5

$U(36 - P + R)$ with probability 0.5

2) Risk neutral

$$E(U(L_1)) = 0.5(144) + 0.5(36) = 90$$

$$E(U(L_2)) = 0.5(144 - 60) + 0.5(36 - 60 + 108) = 84$$

He does not accept!

3) With $U = \sqrt{x}$ we obtain

$$E(U(L_1)) = 0.5(\sqrt{144}) + 0.5(\sqrt{36}) = 9$$

$$E(U(L_2)) = 0.5(\sqrt{144 - 60}) + 0.5(\sqrt{36 - 60 + 108}) = 9.165$$

He accepts

4) A premium is actuarially fair if $P = 0.5(144 - 36) = 54.0$ Then:

$$E(U(L_1)) = 0.5(144) + 0.5(36) = 90$$

$$E(U(L_2)) = 0.5(144 - 54) + 0.5(36 - 54 + 108) = 90$$

He is indifferent

With $U=\sqrt{x}$ we obtain

$$\begin{aligned}E(U(L_1)) &= 0.5(\sqrt{144}) + 0.5(\sqrt{36}) = 9 \\E(U(L_2)) &= 0.5(\sqrt{144 - 54}) + 0.5(\sqrt{36 - 54 + 108}) = 9.5\end{aligned}$$

5) Let's indicate with r the risk premium. For the risk neutral agent the risk premium is zero. For the risk adverse agent is given by

$$\begin{aligned}E(U(L)) &= U(E(L - r)) \\0.5(\sqrt{144}) + 0.5(\sqrt{36}) &= \sqrt{0.5(144) + 0.5(36) - r}\end{aligned}$$

Solution is: $\{[r = 9.0]\}$