ESERCITAZIONI ECONOMIA POLITICA I - 5

1. Teoria del consumatore

1.1. **Esercizio 1.**

Si consideri un consumatore le cui preferenze sono rappresentate dalla seguente funzione di utilità:

$$U = xy + x + y$$

- Si calcoli il saggio marginale di sostituzione fra y e x.

  Il MRS può essere calcolato come rapporto fra le utilità marginali dei due beni. Cioè:

  $$\text{MRS} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

  $$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = y + 1 \qquad MU_x = \frac{\partial U}{\partial y} = x + 1$$

  Allora:

  $$\text{MRS} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{y+1}{x+1}$$

- Si calcoli la generica curva di indifferenza e il vincolo di bilancio nel caso in cui il reddito a disposizione del consumatore sia $I = 5$ e i prezzi dei due beni siano $p_x = 2$ e $p_y = 1$.

  $$\bar{U} = xy + x + y \qquad \text{con} \qquad \bar{U}\text{: costante}$$

  e ciò implica che:

  $$MU_x \cdot dx + MU_y \cdot dy = 0 \qquad \text{o alternativamente} \qquad \frac{MU_x}{MU_y} = -\frac{dy}{dx}$$

  Il vincolo di bilancio sarà dato da: $2x + y = 5$.

- Si determini la scelta ottimale del consumatore.

  Utilizzando il metodo di Lagrange:

  $$\mathcal{L} = xy + x + y - \lambda(2x + y - 5)$$

  $$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = y + 1 - 2\lambda = 0$$
  $$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = x + 1 - \lambda = 0$$
  $$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 2x + y - 5 = 0$$

  Dalla seconda equazione del sistema possiamo attenere il valore di λ e dalla terza il valore di y. Sostituendo nella prima otteniamo il paniere ottimo di consumo: $x = 1$ e $y = 3$.

Alternativamente possiamo partire uguagliando MRS e il rapporto tra i prezzi e formando quindi un sistema con il vincolo di bilancio (2 incognite e 2 equazioni). Precisamente:

$$\mathsf{MRS} = \frac{x+1}{y+1} = \frac{1}{2}$$
$$5 = 2x + y$$

Riscrivendo la prima equazione, otteniamo:

$$2x - y + 1 = 0$$
$$2x + y - 5 = 0$$

Ottenendo così gli stessi risultati per il paniere ottimale di consumo.

- Come cambia il paniere di consumo ottimale se sia i prezzi che il reddito aumentano del 10%?

La funzione di domanda e quindi il consumo ottimale dipendono dai prezzi e dal reddito. Si vi è un aumento percentuale uguale per queste variabili l'insieme dei beni disponibili non varia e di conseguenza anche il paniere dei beni ottimale rimane invariato (la domanda è una funzione omogenea di grado zero).

1.2. **Esercizio 2.** Una vostra amica ha un contratto di lavoro per due anni. Nel primo anno il suo reddito è di €10.000 e nel secondo di €20.000. Questo contratto le permette di aprire un conto corrente bancario e quindi di prestare o prendere a prestito denaro al tasso di interesse del 7%.

- Rappresentare il suo vincolo di bilancio intertemporale sulle possibilità di consumare durante i due anni.

a: valore attuale delle dotazioni (intercetta orizzontale)

$$I_0 + \frac{I_1}{1+i} = 10.000 + \frac{20.000}{1,07} = 28.691$$

b: intercetta verticale

$$I_1 + I_0(1+i) = 20.000 + 10.700 = 30.700$$

c: paniere delle dotazioni corrispondente al punto $(10.000, 20.000)$

d: l'inclinazione del vincolo di bilancio sarà pari a: $-(1+i)$

si veda la figura 1.

- Se il tasso di interesse salisse al 9% come cambia il vincolo di bilancio?

Un aumento del tasso di interesse aumenterà l'inclinazione del vincolo di bilancio (retta rossa nella figura 1). Il paniere delle dotazioni farà sempre parte del vincolo. Infine è possibile calcolare i nuovi valori per l'intercetta orizzontale e verticale.

- Che effetto avrà questa variazione del tasso sul suo risparmio?

L'aumento del tasso di interesse, se il consumatore è un mutuatario, lo renderà più povero implicando un minor consumo oggi e di conseguenza un maggior risparmio. Se il consumatore è un risparmiatore è difficile prevedere quali saranno le scelte su consumo e risparmio. In particolare, dovremo tener presente due possibili effetti: uno di reddito e uno di sostituzione. Seguendo l'effetto di reddito il risparmiatore diventerà pi ricco consumando di pi (il consumo presente è assunto come bene normale) e diminuendo il risparmio. Al contrario l'effetto di sostituzione spingerà in direzione opposta: con l'aumento del tasso di interesse il risparmio è ora più conveniente (è cambiato il costo-opportunità tra consumo presente e consumo futuro) e il risparmiatore deciderà di incrementare il risparmio diminuendo invece il consumo presente.

- Supponete ora che questa vostra amica possa aprire un conto bancario ma solo per depositare i suoi risparmi al tasso del 9% ma non possa prendere a prestito denaro. Come diventa il suo vincolo di bilancio in questo caso?

In tal caso il consumo corrente non potrà essere superiore a €10.000. Il vincolo di bilancio intertemporale sarà dato da una linea spezzata (linea tratteggiata rossa e linea continua rossa nelle figura 1).

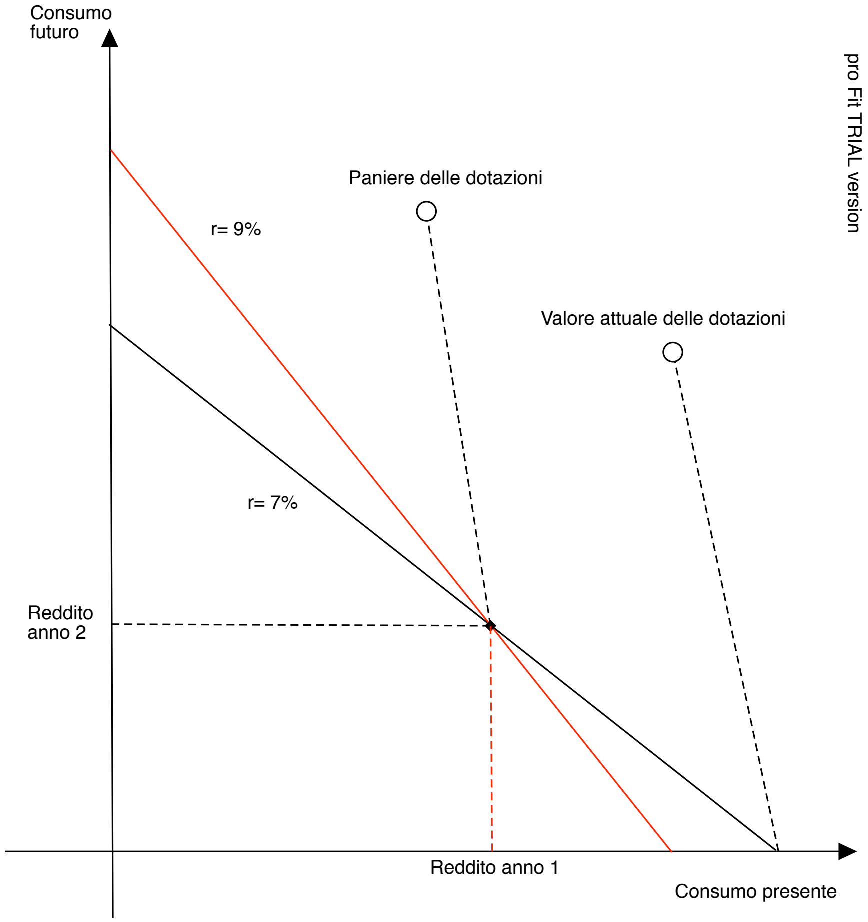

Figura 1. Vincolo di bilancio intertemporale

1.3. **esercizio 3.** Due imprese producono un prodotto omogeneo e competono in un mercato caratterizzato da una curva inversa di domanda pari a:

$$p = 80 - 2Q \qquad \text{dove,} \qquad Q = q_1 + q_2$$

Le due imprese adottano la stessa tecnologia data dalla funzione di costo totale:

$$C = 20q_i \qquad \text{con,} \qquad i = 1, 2$$

- Determinare le curve di reazione delle due imprese, quantità prodotte e il prezzo di equilibrio se le imprese competono alla Cournot.

Funzione di profitto dell'impresa 1:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= p \cdot q_1 - c \\ &= [80 - 2(q_1 + q_2)] \cdot q_1 - 20q_1 \\ &= 80q_1 - 2q_1^2 - 2q_1q_2 \end{aligned}$$

Per determinare la funzione di reazione massimizziamo la funzione di profitto rispetto alla quantità prodotta:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 0 \qquad \text{allora,} \qquad 60 - 4q_1 - 2q_2 = 0$$

e la funzione di reazione sarà:

$$q_1(q_2) = \frac{60 - 2q_1}{4} = 15 - \frac{1}{2}q_2$$

Analogamente per la seconda impresa:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= p \cdot q_1 - c \\ &= [80 - 2(q_1 + q_2)] \cdot q_2 - 20q_2 \\ &= 80q_2 - 2q_2^2 - 2q_1q_2 \end{aligned}$$

e la funzione di reazione dell'impresa 2 sarà:

$$q_2(q_1) = \frac{60 - 2q_2}{4} = 15 - \frac{1}{2}q_1$$

Mettendo a sistema le due funzioni di reazione (sostituisco la seconda nella prima):

$$q_1 = 15 - \frac{1}{2}\left[15 - \frac{1}{2} \cdot q_1\right]$$

da cui ottengo:

$$q_1 = \frac{15}{2} \cdot \frac{4}{3} = 10 \qquad \text{e di conseguenza} \qquad q_2 = 10$$

Il prezzo nella competizione alla Cournot sarà: $p = 80 - 2 \cdot (20) = 40$.

- Determinare il prezzo di equilibrio se le due imprese competono alla Bertrand.

La condizione nel caso di competizione alla Bertrand è: $MC = p$. Quindi utilizzando funzione di costo totale e domanda inversa possiamo scrivere:

$$20 = 80 - 2Q \qquad \text{da cui} \qquad Q = 30 \qquad \text{(quantità di mercato con Bertrand)}$$

Ogni impresa produrrà 15 unità e il prezzo sarà pari a: $p = 80 - 60 = 20$. Il profitto per ogni impresa sarà nullo.

1.4. **esercizio 4.** Si consideri un mercato servito da due imprese, A e B, che competono nelle quantità; la A è il *leader* e la B è il *follower* nel senso di Stackelberg. Si determini l'equilibrio se la domanda di mercato è:

$$p = 100 - 3Q$$

e ciascuna impresa ha funzione di costo:

$$c = 4q + 5$$

$$\begin{aligned}
\max \Pi_A &= p \cdot q_A - c \\
&= [100 - 3(q_A + q_B)] \cdot q_A - 4q_A - 5 \\
&= 100q_A - 3q_A^2 - 3q_A q_B - 4q_A - 5 \\
&= 96q_A - 3q_A^2 - 3q_A q_B - 5
\end{aligned}$$

Massimizzeremo inserendo la funzione di reazione del *follower*. Dovremo quindi ricavare la funzione di profitto dell'impresa B e massimizzare per determinare la funzione di reazione:

$$\begin{aligned}
\max \Pi_B &= p \cdot q_B - c \\
&= [100 - 3(q_A + q_B)] \cdot q_B - 4q_B - 5 \\
&= 96q_B - 3q_B^2 - 3q_A q_B - 5
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Pi_B}{\partial q_B} = 0 \qquad \text{e quindi,} \qquad q_B(q_A) = 16 - \frac{1}{2}q_A$$

Quindi sostituendo nella funzione di profitto del *leader*:

$$\begin{aligned}
\Pi_A = 96q_A - 3q_A^2 - 3q_a \cdot \left(16 - \frac{1}{2}q_A\right) - 5 = \\
= 48q_A - \frac{3}{2}q_A^2 - 5
\end{aligned}$$

e massimizzando:

$$\frac{\Pi_A}{q_A} = 0 \qquad \text{cioè otterremo,} \qquad q_A = 16 \quad \text{e} \quad q_B = 8$$

Infine il prezzo: $p = 100 - 3 \cdot (16 + 8) = 28$.

1.5. **Esercizio 5.** Determinare l'equilibrio di Nash dai seguenti giochi. Commentate la differenza tra i due giochi.

TABELLA 1. Gioco 1

		B	
		L	R
A	T	7, 9	6, 10
	D	8, 8	11, 9

TABELLA 2. Gioco 2

		B	
		L	R
A	T	9, 9	1, 10
	D	10, 1	8, 8

Per il primo gioco (tab. 1) abbiamo che:

(i) Equilibrio di Nash: $e_1(D, R)$.
(ii) E' un equilibrio in strategie dominanti.
(iii) E' un equilibrio paretiano.

Per il secondo gioco (tab. 2) abbiamo che:

(i) Equilibrio di Nash: $e_2(D, R)$.
(ii) E' un equilibrio in strategie dominanti.
(iii) E' un equilibrio non pareto effciente.