

Teoria dei Giochi (cenni)

Introduzione

- Una situazione di interazione strategica nella quale chi deve decidere tiene conto della reazione dell'avversario si chiama gioco
- Moltissime situazioni sono giochi:
 - oligopolio / takeovers / R&S / aste
 - battaglia delle Midway
 - scacchi
 - sport
- In un gioco il payoff di ogni giocatore dipende dalle scelte di tutti i giocatori
- L'obiettivo della teoria dei giochi è prevedere l'esito del gioco

Forma estesa I

- Un gioco si rappresenta attraverso un albero decisionale, in cui si indicano
 - i giocatori,
 - chi ha la mossa
 - cosa può fare chi ha la mossa
 - cosa sa chi ha la mossa riguardo lo svolgimento passato del gioco (set informativo)
 - quali sono i payoff
- La rappresentazione ad albero prende il nome di forma estesa del gioco

Forma estesa II

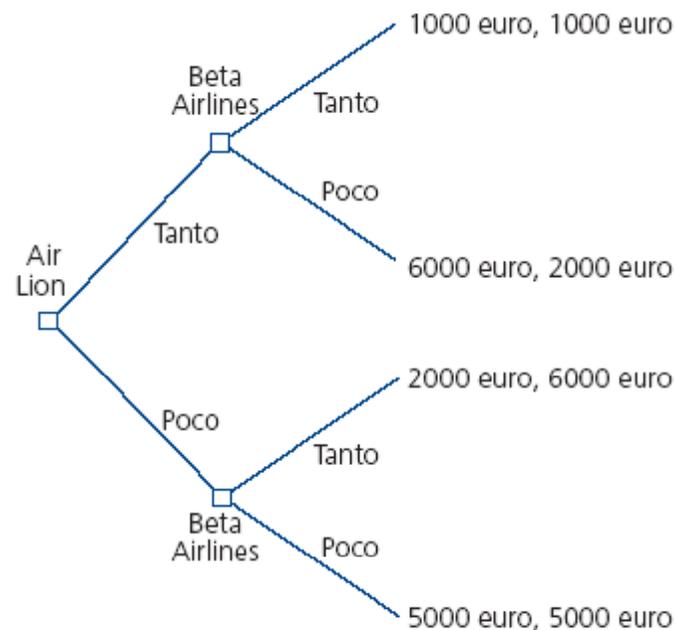


FIGURA 16.3 Un gioco in cui solo la Beta Airlines ha una strategia dominante

Due coppie di strategie soddisfano la condizione di Nash in questo gioco. La prima coppia è costituita dalle strategie *produrre "tanto"* (per la Air Lion) e *se la Air Lion produce "tanto", io produrrò "poco"* e *se la Air Lion produce "poco", io produrrò "tanto"* (per la Beta Airlines). La seconda è formata dalle strategie *produrre "poco"* (per la Air Lion) e *produrre "tanto" qualunque cosa faccia la Air Lion* (per la Beta Airlines). Tuttavia, solo la prima coppia di strategie soddisfa anche la condizione di credibilità; infatti la minaccia della Beta Airlines di produrre "tanto", nel caso la Air Lion scegliesse "tanto", non è credibile. Quindi solo la prima coppia di strategie dà origine a un equilibrio perfetto.

Informazione I

- Un gioco si dice a informazione perfetta se ogni set informativo di ogni giocatore è composto di un solo nodo dell'albero (ovvero ogni giocatore in ogni istante sa perfettamente cosa è accaduto prima)
- Un gioco si dice a informazione imperfetta se almeno un giocatore ha un set informativo composto da più di un nodo (ovvero almeno un giocatore ad un certo punto non sa perfettamente la storia precedente)

Informazione II

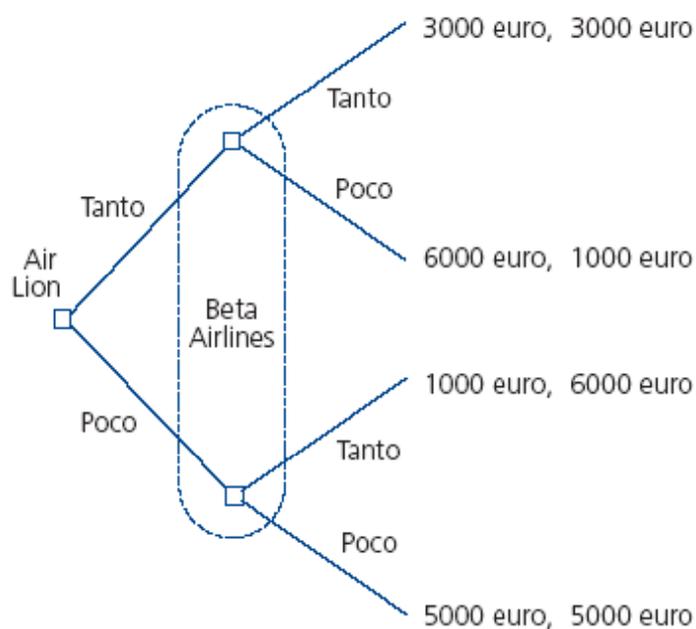


FIGURA 16.8 Il dilemma a cui si trovano di fronte i duopolisti

Se la Air Lion e la Beta Airlines devono scegliere il loro volume di produzione contemporaneamente, la linea tratteggiata che circonda i due nodi decisionali relativi alla Beta Airlines sta a indicare che l'impresa non sa in quale dei due punti si trovi, quando tocca a essa decidere. Poiché *produrre "tanto"* è la strategia dominante per entrambe le imprese, l'unico equilibrio possibile per questo gioco si ha quando tutte e due le compagnie aeree scelgono un volume di produzione elevato.

Strategia

- Def: una strategia è una regola che indica al giocatore cosa fare in corrispondenza di ogni set informativo in cui ha diritto alla mossa
 - formalmente la strategia è una funzione che associa ad ogni set informativo la mossa/azione che il giocatore deve compiere
- Nota: strategia \neq azione
- Il vettore delle strategie adottate dai giocatori si definisce profilo strategico

Forma normale I

- Ogni gioco può essere rappresentato in forma normale, indicando semplicemente
 - i giocatori
 - tutte le strategie di ogni giocatore
 - i payoff corrispondenti a ogni profilo strategico
- Spesso la forma normale si rappresenta tramite una matrice che
 - riporta sulle righe le strategie del giocatore A
 - riporta sulle colonne le strategie del giocatore B
 - riporta in ogni cella i payoff corrispondenti

Forma normale II

■ Nota:

■ la strategia TT significa:

- gioca T se il giocatore A ha giocato T
- gioca T se il giocatore A ha giocato P

■ la strategia TP significa:

- gioca T se il giocatore A ha giocato T
- gioca P se il giocatore A ha giocato P

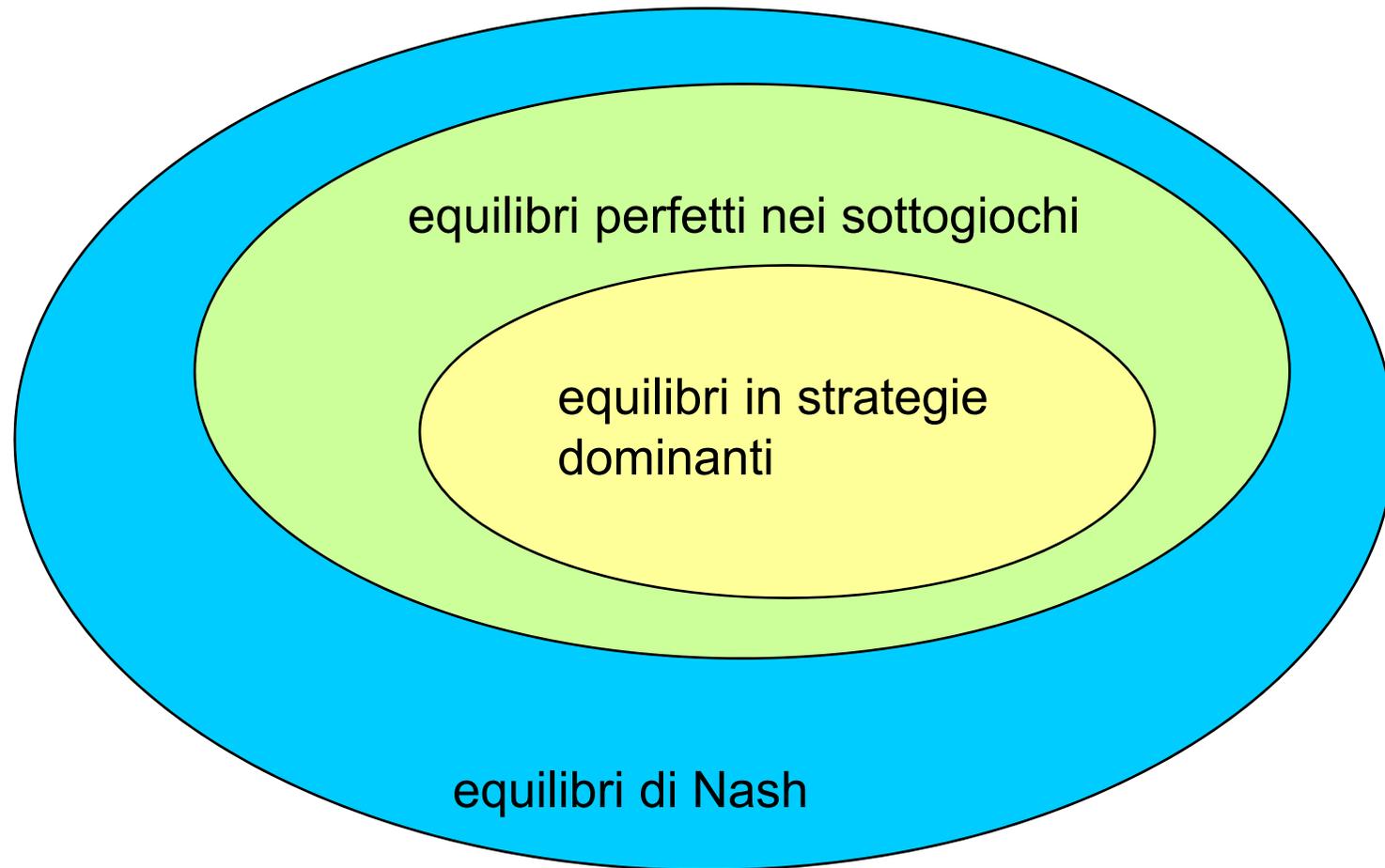
■ etc

		B			
		TT	TP	PT	PP
A	T	1000, 1000	1000, 1000	6000, 2000	6000, 2000
	P	2000, 6000	5000, 5000	2000, 6000	5000, 5000

Equilibrio I

- Esistono varie definizioni di equilibrio / vari concetti di equilibrio, ordinati secondo la forza/debolezza dei requisiti (di ragionevolezza) da soddisfare
- Noi consideriamo tre concetti di equilibrio
 - equilibrio di Nash (requisiti meno stringenti)
 - equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi
 - equilibrio in strategie dominanti (requisiti più stringenti)
- Più stringenti sono i requisiti, più verosimile è che un profilo strategico che li soddisfa sia l'esito del gioco

Equilibrio II



Equilibrio di Nash I

- Def: un profilo di strategie $(\mathbf{s}_A^*, \mathbf{s}_B^*)$ è un equilibrio di Nash se
 - \mathbf{s}_A^* è risposta ottima a \mathbf{s}_B^*
 - \mathbf{s}_B^* è risposta ottima a \mathbf{s}_A^*
- Nota: il concetto di equilibrio è una definizione da verificare per ogni possibile profilo strategico

Equilibrio di Nash II

■ Es:

- **(T,TT)** non è equilibrio di Nash
- **(P,TP)** non è equilibrio di Nash
- **(P,PP)** non è equilibrio di Nash
- **(T,PT)** è equilibrio di Nash
- **(P,TT)** è equilibrio di Nash
- etc.

		B			
		TT	TP	PT	PP
A	T	1000, 1000	1000, 1000	6000, 2000	6000, 2000
	P	2000, 6000	5000, 5000	2000, 6000	5000, 5000

Equilibrio perfetto I

- Def: un sottogioco è “una porzione dell’albero decisionale” che
 - inizia da un insieme informativo costituito da un solo nodo
 - comprende tutti i nodi successivi
- Def: un profilo di strategie è un equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi se è equilibrio di Nash e se le strategie che lo compongono formano un equilibrio di Nash (= sono “ottimali”) in ogni sottogioco

Equilibrio perfetto II

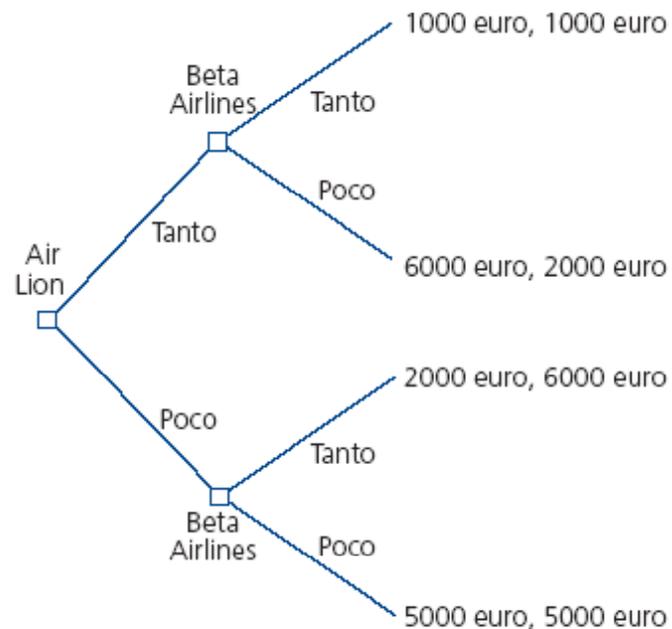


FIGURA 16.3 Un gioco in cui solo la Beta Airlines ha una strategia dominante

Due coppie di strategie soddisfano la condizione di Nash in questo gioco. La prima coppia è costituita dalle strategie produrre "tanto" (per la Air Lion) e se la Air Lion produce "tanto", io produrrò "poco" e se la Air Lion produce "poco", io produrrò "tanto" (per la Beta Airlines). La seconda è formata dalle strategie produrre "poco" (per la Air Lion) e produrre "tanto" qualunque cosa faccia la Air Lion (per la Beta Airlines). Tuttavia, solo la prima coppia di strategie soddisfa anche la condizione di credibilità; infatti la minaccia della Beta Airlines di produrre "tanto", nel caso la Air Lion scegliesse "tanto", non è credibile. Quindi solo la prima coppia di strategie dà origine a un equilibrio perfetto.

Equilibrio perfetto III

- Es:
 - **(P,TT)** non è un equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi perchè nel sottogioco che inizia dalla mossa **T** del giocatore **A** non sarebbe ottimale (razionale) per **B** giocare **T**, come prescritto dalla strategia.
 - **(T,PT)** è invece un equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi
- Nota: il concetto di perfezione nei sottogiochi ha a che fare con il concetto di credibilità della minaccia
 - **B** minaccia di giocare **T** (anche se **A** gioca **T**) per indurre **A** giocare **P**. Ma questa minaccia non è credibile. Se **A** giocasse **T** (= andasse a mettere alla prova la minaccia), a **B** non converrebbe giocare **T**, non sarebbe cioè ottimale seguire la strategia **TT**

Equilibrio in strategie dominanti I

- Def: una strategia è dominante se offre un payoff almeno pari a quello di qualsiasi altra strategia, qualunque strategia segua l'avversario
- Es: **PT** è dominante per **B**
- Def: un profilo strategico è in strategie dominanti se la strategia adottata da ogni giocatore è dominante

Equilibrio in strategie dominanti II

- Nota: non sempre esiste una strategia dominante → non sempre esiste un equilibrio in strategie dominanti
 - nel nostro esempio non c'è un equilibrio in strategie dominanti perché **A** non dispone di una strategia dominante
- Nota: un equilibrio in strategie dominanti è anche un equilibrio perfetto nei sottogiochi perché una strategia dominante deve sempre dare il massimo payoff

Dilemma del prigioniero I

- Un esempio di equilibrio in strategie dominanti è il dilemma del prigioniero

		GIOCATORE B	
		Strategia 1	Strategia 2
GIOCATORE A	Strategia 1	A1, B1	A1, B2
	Strategia 2	A2, B1	A2, B2

FIGURA 16.10 Matrice delle vincite

		Ivano	
		Confessa	Non confessa
Stefano	Confessa	-24, -24	0, -36
	Non confessa	-36, 0	-12, -12

FIGURA 16.11 Matrice del dilemma del prigioniero
Confessare è una strategia dominante per entrambi.

Dilemma del prigioniero II

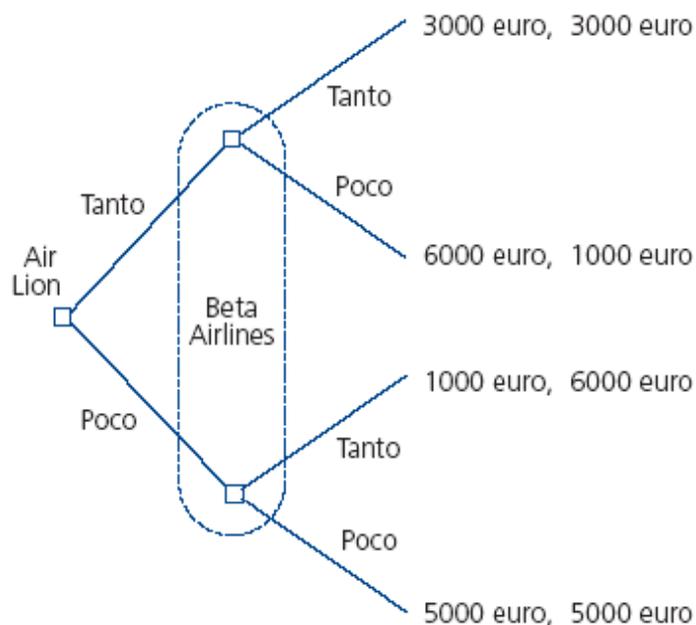


FIGURA 16.8 Il dilemma a cui si trovano di fronte i duopolisti

Se la Air Lion e la Beta Airlines devono scegliere il loro volume di produzione contemporaneamente, la linea tratteggiata che circonda i due nodi decisionali relativi alla Beta Airlines sta a indicare che l'impresa non sa in quale dei due punti si trovi, quando tocca a essa decidere. Poiché *produrre "tanto"* è la strategia dominante per entrambe le imprese, l'unico equilibrio possibile per questo gioco si ha quando tutte e due le compagnie aeree scelgono un volume di produzione elevato.

Esercizio: Rappresentare questo gioco in forma normale e verificare che si tratta del dilemma del prigioniero

Dilemma del prigioniero

- E' un gioco a informazione imperfetta
- La matrice associata alla forma normale è 2×2
- Entrambi i giocatori hanno una strategia dominante (confessare)
- Ottengono il risultato socialmente peggiore

Chicken game I

- Un gioco può avere equilibri di Nash multipli egualmente “ragionevoli”
- Il gioco del pollo (= del vigliacco) ha due equilibri di Nash
 - in ogni equilibrio un giocatore “cede” e l’altro vince

		Jim	
		Sterza	Non sterza
Hal	Sterza	0, 0	-10, 10
	Non sterza	10, -10	-1000, -1000

FIGURA 16.14 Matrice del “game of chicken”
In questo gioco l’equilibrio di Nash non è unico:
vi sono due soluzioni possibili.