Serie storiche a.a. 2026/27

Esercitazione n.3

Focus su: funzione di autocorrelazione globale e parziale, ACF e PACF di modelli ARMA, comportamento degli stimatori

1. Generare serie storiche di lunghezza n=100 ed n=1000 da un GWN(0,1.5). Per esse tracciare i correlogrammi globali e parziali e specificare il valore di limiti delle bande di Bartlett. Commentare.
2. Sulla serie WN di lunghezza 100 applicare una m.m. aritmetica semplice a 5 termini e, per essa, calcolare la funzione di autocorrelazione. Commentare.
3. Generare una serie storica di lunghezza *n=5000, 500 e 50* dal processo

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t \sim GWN(0,1)$$

   con (phi_1, phi_2) =(0.5, 0.3), (0.25, 0.15), (0.65, 0.35) e partendo dalle condizioni iniziali phi_1=phi_2=0.1. Per ciascuna serie calcolare l'ACF e la PACF esplicitando i rispettivi intervalli di confidenza.
4. Si considerino i seguenti modelli della classe ARMA:
   - AR(2) con phi1=0.5, phi2=0.3 e sigma2=1;
   - MA(1) con thrta1=0.6 e sigma2=1;
   - MA(2) con theta1=0.5, theta2=0.4 e sigma2=1;
   - ARMA(1,1) con phi1=0.5, theta1=+0.5/-0.5 e sigma2=1.

   Per ciascuno di essi:
   - tracciare il grafico dell'ACF e della PACF teoriche
   - generare serie storiche di lunghezza n=100 ed n=1000 e osservare le ACF e PACF campionarie, confrontandole con quelle teoriche.
5. Tramite simulazione Monte Carlo, e nel caso di un ARMA(1,1) con phi1=0.5, theta1=-0.5 e sigma2=1.2, verificare che gli stimatori della varianza del processo e dell'autocorrelazione al ritardo 1 sono non distorti. Provare con n=200 e con n=1000.
6. Generare una serie di lunghezza n=500 da una ARMA(1,1) con phi1=0.6, theta1=0.5 e sigma2=0.8^2 e calcolare i primi 3 coefficienti di autocorrelazione parziale, P1, P2, e P3 con e senza l'utilizzo del comando `pacf`.