

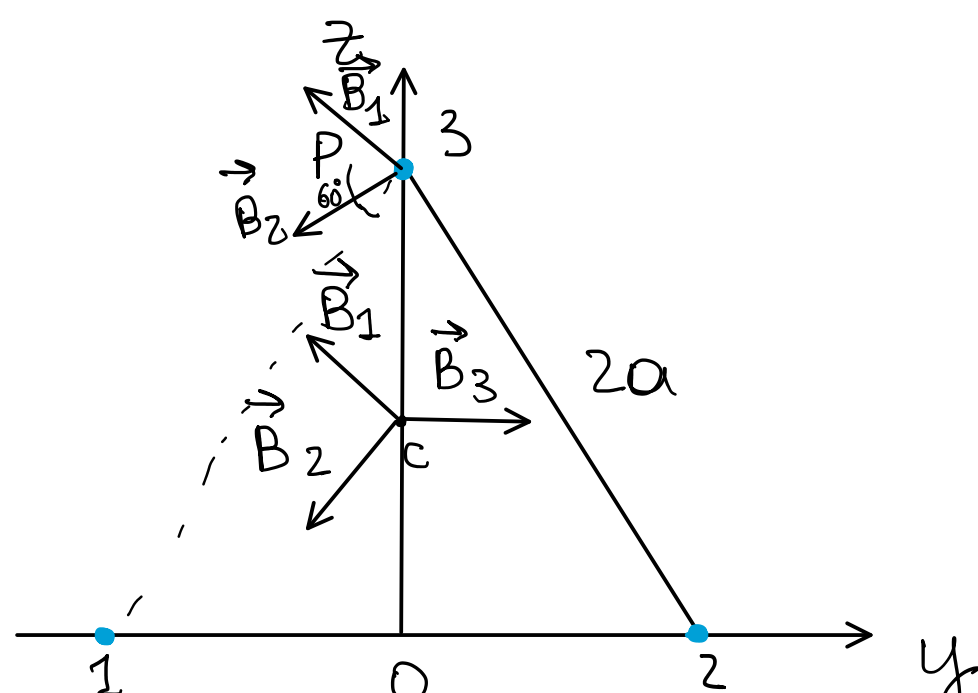
## Lezione 6

domenica 10 maggio 2026

20:21

- Tre lunghi fili conduttori sono tra loro paralleli e disposti ai vertici di un triangolo equilatero di lato  $2a = 40$  cm. Essi sono percorsi dalla stessa corrente  $i = 20$  A concorde con l'asse  $x$ . Calcolare:

- il campo magnetico  $\mathbf{B}_C$  nel centro  $C$  del triangolo
- la forza  $\mathbf{F}_l$  per unità di lunghezza sul filo disposto in  $P$



Soluzione

$$a) \quad B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \quad B_1 = B_2 = B_3 \quad \Rightarrow \quad \vec{B}_C = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = 0$$

$$b) \quad B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi 2a} = \frac{\mu_0 i}{4\pi a}$$

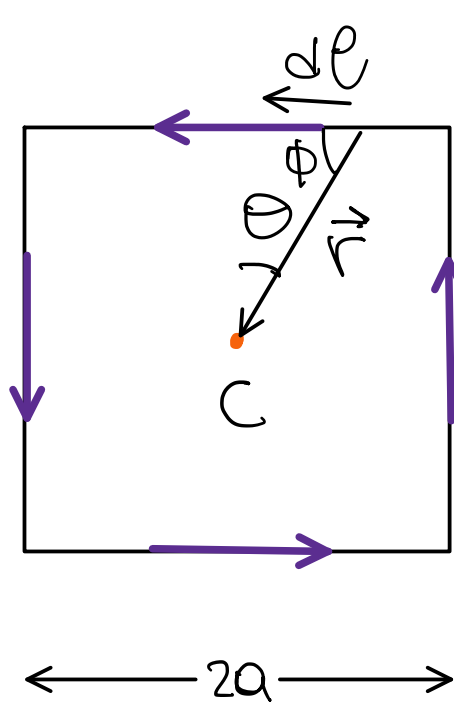
$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \left( -\cos 30^\circ \hat{y} + \sin 30^\circ \hat{z} \right) = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \hat{y} + \frac{1}{2} \hat{z} \right)$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \left( -\cos 30^\circ \hat{y} - \sin 30^\circ \hat{z} \right) = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \hat{y} - \frac{1}{2} \hat{z} \right)$$

$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -\frac{\sqrt{3}}{4} \frac{\mu_0 i}{\pi a} \hat{y} = -1.73 \cdot 10^{-5} \text{ T } \hat{y}$$

$$F_l = i |\vec{B}_P| = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{\mu_0 i^2}{\pi a} = 3.46 \cdot 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad \text{verso il basso}$$

- Calcolare il campo magnetico  $\mathbf{B}_C$  prodotto da una corrente  $i$  che percorre una spira quadrata di lato  $2a$



$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{|d\vec{\ell} \times \vec{r}|}{r^2}$$

Campo magnetico solo di un lato

$$r = \frac{a}{\cos \theta}$$

$$\ell = a \tan \theta \quad d\ell = a \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$|d\vec{\ell} \times \vec{r}| = d\ell \sin \phi = d\ell \cos \theta$$

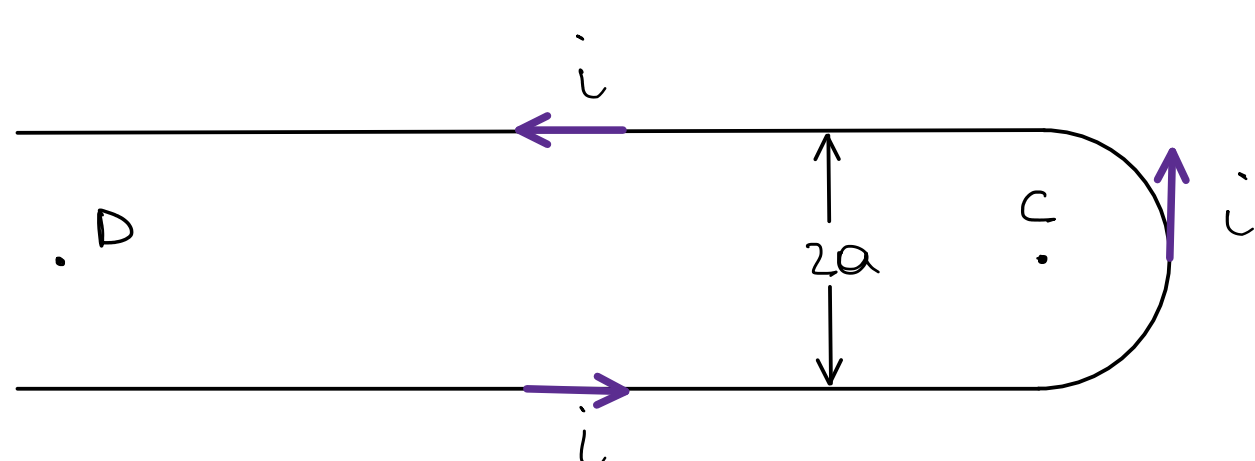
$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta \cos \theta}{\left(\frac{a}{\cos \theta}\right)^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \cos \theta d\theta$$

$$B_{\text{lato}} = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \left[ \sin \theta \right]_{-\pi/4}^{\pi/4} = \frac{\mu_0 i \sqrt{2}}{4\pi a}$$

$$B_{\text{tot}} = 4 B_{\text{lato}} = \frac{\mu_0 i}{\pi a} \sqrt{2} = 5.66 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

- Un filo conduttore piegato a U ha la distanza tra i fili  $2a = 2$  cm ed è percorso dalla corrente  $i = 0.5$  A. Calcolare

- il campo magnetico  $\mathbf{B}_C$  nel punto  $C$
- il campo magnetico  $\mathbf{B}_D$  in un punto  $D$ , molto lontano dal tratto di filo curvo, di cui si trascura l'effetto



$$a) \quad \text{Fili semi infiniti} \quad B_{\text{filo}} = \frac{\mu_0 i}{4\pi a}$$

$$B_{\text{arco}} = \frac{\mu_0 i}{4a}$$

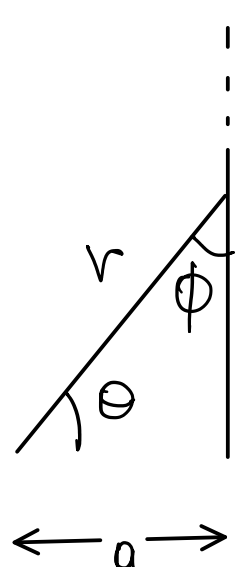
$$B_C = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} + \frac{\mu_0 i}{4a} = \frac{\mu_0 i}{2a} \left( \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \right) = 2.57 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

- Entrambi i fili uscenti

$$B_D = 2 B_{\text{filo}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \cdot 2 = \frac{\mu_0 i}{\pi a} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Campo magnetico metà filo

$$B = \int_0^\infty \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\ell \sin \phi}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos \theta}{a^2} \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta =$$



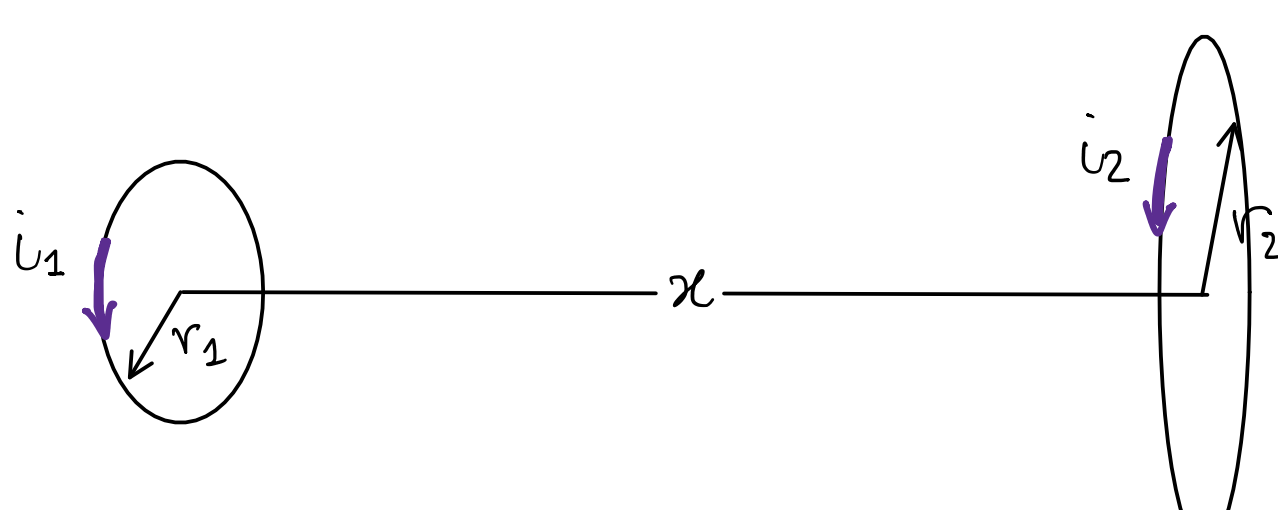
$$r = \frac{a}{\cos \theta}$$

$$\ell = a \tan \theta \quad d\ell = \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \left[ \sin \theta \right]_0^{\pi/2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi a}$$

- Due piccole spire, di raggio  $r_1 = 1$  cm e  $r_2 = 2$  cm, poste in due piani paralleli a distanza  $x = 10$  cm tra i loro centri, sono percorse rispettivamente dalle correnti  $i_1 = 0.1$  A e  $i_2 = 0.2$  A. Nell'ipotesi che le due spire possano essere considerate come due dipoli magnetici, calcolare:

- l'energia potenziale  $U_m$
- la forza  $F$  con cui interagiscono



$$a) \quad m = i \cdot S \quad S = \pi r^2$$

$$m_1 = i_1 \cdot \pi r_1^2$$

$$m_2 = i_2 \cdot \pi r_2^2$$

$$U_m = -\vec{m}_2 \cdot \vec{B}_1$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{m}_1}{x^3}$$

$$B(x) = \frac{\mu_0 i R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow U_m = \frac{\mu_0 m_1 m_2}{2\pi x^3} = 1.58 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

$$b) \quad F = -\frac{dU_m}{dx} = \frac{3\mu_0 m_1 m_2}{2\pi x^4} = 4.74 \cdot 10^{-11} \text{ N}$$