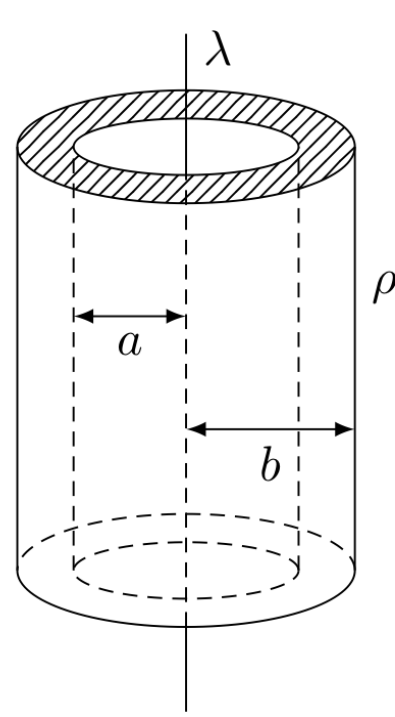


ESERCIZI SULLA LEGGE DI GAUSS

ESERCIZIO 1

Su un filo sottile è presente una carica uniforme $\lambda = -2 \text{ nC/cm}$. All'esterno del filo, coassiale ad esso, è posto un guscio cilindrico di lunghezza infinita e carico uniformemente, di raggio interno $a = 1 \text{ cm}$ e raggio esterno $b = 3 \text{ cm}$. Calcolare la densità di carica volumetrica ρ del guscio cilindrico sapendo che il campo totale all'esterno è nullo.



Soluzione

Dati

$$\lambda = -2 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}$$

$$a = 0.01 \text{ m}$$

$$b = 0.03 \text{ m}$$

Prendiamo superficie cilindrica coassiale

Flusso attraverso le basi è nullo

Flusso attraverso superficie laterale

↳ nullo perché vogliamo $\vec{E} = 0$ all'esterno

⇒ Dal Teorema di Gauss $Q_{\text{int}} = 0$

⇒ Bisogna calcolare carica interna e azzerarla

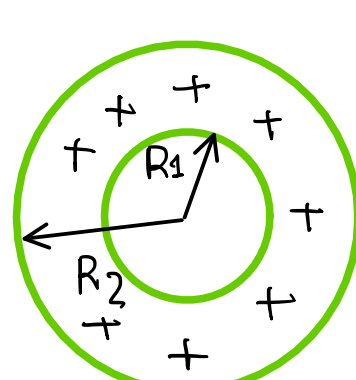
$$Q_{\text{filo}} = \lambda h \quad Q_{\text{gc}} = \rho \pi h (b^2 - a^2)$$

$$0 = Q_{\text{int}} = Q_{\text{filo}} + Q_{\text{gc}} \Rightarrow Q_{\text{gc}} = -Q_{\text{filo}}$$

$$\rho = -\frac{\lambda}{\pi(b^2 - a^2)} = 7.96 \cdot 10^{-5} \frac{\text{C}}{\text{m}^3}$$

ESERCIZIO 2

Tra due superfici sferiche concentriche di raggio $R_1 = 10 \text{ cm}$ e $R_2 = 20 \text{ cm}$ è distribuita una carica elettrica con densità $\rho = 26.58 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^3$. Determinare l'espressione del campo elettrostatico $E(r)$ in funzione della distanza r dal centro del sistema.



Soluzione

$$r < R_1$$

Teorema di Gauss per una sfera di raggio $r < R_1$

$$\Rightarrow \phi(\vec{E}) = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0} = 0 \quad \text{perché non c'è carica all'interno di } R_1$$

$$\Rightarrow \phi(\vec{E}) = E \cdot 4\pi r^2 \Rightarrow E = 0$$

$$R_1 < r < R_2$$

Teorema di Gauss per una sfera di raggio $R_1 < r < R_2$

$$\Rightarrow \phi(E) = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0} = \frac{\rho}{\epsilon_0} V_{\text{in}} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi (r^3 - R_1^3)$$

||

$$E \cdot 4\pi r^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{r^3 - R_1^3}{r^2}$$

$$r > R_2$$

Teorema di Gauss per una sfera di raggio $r > R_2$

$$\Rightarrow \phi(E) = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi (R_2^3 - R_1^3) \rho$$

||

$$Q_{\text{in}} = 3.34 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$\phi(E) = 4\pi r^2 E$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{\text{in}}}{r^2}$$

ESERCIZIO 3

Un nucleo di uranio ha una forma sferica di raggio $R = 0.8 \cdot 10^{-14} \text{ m}$ e una carica Ze con $Z = 92$. Calcolare:

a) la forza elettrostatica F su un protone che si trova sulla superficie del nucleo

b) l'energia cinetica E_k acquistata dal protone quando si allontana definitivamente dal nucleo

Soluzione

a) Dal Teorema di Gauss e dal problema precedente sappiamo che se $r \geq R$ possiamo trattare il nucleo come una carica puntiforme

$$\Rightarrow \phi(E) = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0} = \frac{Ze}{\epsilon_0}$$

||

$$4\pi R^2 E$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{R^2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{R^2} = 331 \text{ N}$$

b) Questo valore è pari all'energia potenziale del protone nel nucleo

$$E_k = E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{R} = FR = 2.65 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 16.5 \text{ MeV}$$