

Lezione 10

1. Si consideri una distribuzione di carica sferica isolante di raggio $R = 20$ cm con una densità di carica volumetrica non uniforme che varia con la distanza r dal centro secondo la legge:

$$\rho(r) = B \cdot r \quad \text{per } r \leq R$$

mentre $\rho(r) = 0$ per $r > R$. (B è una costante positiva)

- (a) Con che unità di misura esprimeresti B
- (b) Sapendo che la carica totale della sfera è $Q = 4$ nC, ricavare il valore numerico di B
- (c) Utilizzando la legge di Gauss, determinare l'espressione del campo elettrico $E(r)$ in tutto lo spazio
- (d) Calcolare il potenziale elettrostatico $V(r)$ nella regione interna alla sfera, assumendo che $V(\infty) = 0$

a) la densità volumetrica di carica ρ si misura in C/m^3 . Dalla relazione $\rho = Br$ si ottiene

$$[B] = \frac{[\rho]}{[r]} = \frac{C}{m^4}$$

b) la carica totale Q si ricava integrando la densità volumetrica sul volume della sfera utilizzando il guscio sferico infinitesimo $dV = 4\pi r^2 dr$

$$Q = \int_0^R \rho(r) \cdot 4\pi r^2 dr = 4\pi B \int_0^R r^3 dr = \pi B R^4$$

$$\Rightarrow B = \frac{Q}{\pi R^4} = 7.96 \cdot 10^{-7} \frac{C}{m^4}$$

c) legge di Gauss $\Phi(E) = E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$
 $\cdot \quad r \leq R$

$$Q_{int}(r) = \int_0^r B \cdot r' \cdot 4\pi (r')^2 dr' = \pi B r^4$$

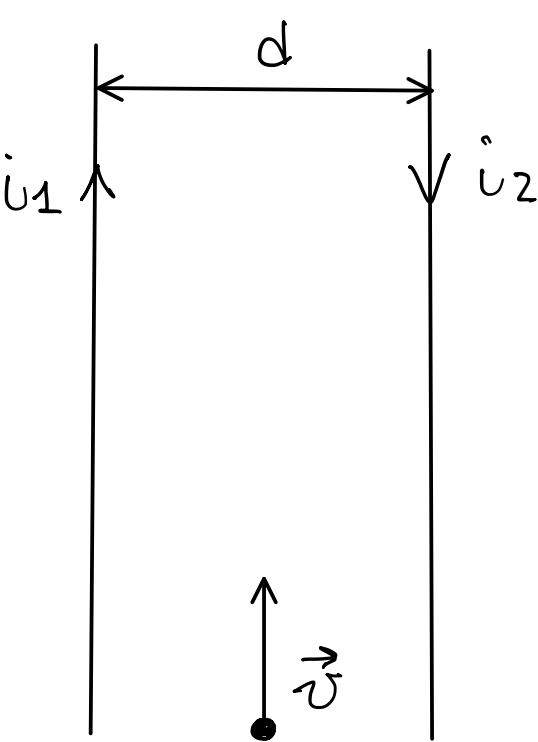
$$\Rightarrow E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

d)

$$V(r) = \int_r^\infty E(r') dr' = \int_r^R E_{int}(r') dr' + \int_R^\infty E_{est}(r') dr' =$$

$$= \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R} + \int_r^R \frac{B (r')^2}{4\epsilon_0} dr' = \frac{B}{12\epsilon_0} (R^3 - r^3) + \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R}$$

2. Due fili rettilinei, indefiniti e paralleli tra loro sono posti ad una distanza $d = 50$ cm. Il primo filo è percorso da una corrente stazionaria $i_1 = 3$ A e il secondo filo da una corrente $i_2 = 5$ A avente verso opposto rispetto a i_1 . Una particella carica $q = +2 \mu C$ transita esattamente nel punto medio tra i due fili muovendosi con velocità $v = 4 \cdot 10^5$ m/s lungo la traiettoria rettilinea parallela ai fili (con lo stesso verso di i_1).
- (a) Determinare il modulo, direzione e verso del campo magnetico totale B nel punto medio in cui transita la particella
 - (b) Calcolare il modulo e la direzione della forza di Lorentz F_L istantanea che agisce sulla particella il quel punto.



a) Dalla regola della mano destra entrambi i campi magnetici sono entranti

$$B_{tot} = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi \frac{d}{2}} + \frac{\mu_0 i_2}{2\pi \frac{d}{2}} = \frac{\mu_0}{\pi d} (i_1 + i_2) = 6.4 \cdot 10^{-6} T$$

b) $\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$ v e B sono perpendic.

$$\Rightarrow F_L = qvB_{tot} = 5.12 \cdot 10^{-6} N$$

Per la regola della mano destra la forza è diretta verso sinistra