

Compito di Fisica II
Chimica Industriale
Padova - Dipartimento di Fisica - 30 Gennaio 2009

Problema 1

Si consideri una distribuzione di carica sferica $\rho_n = a_n r^n$, per $r \leq R$, e $\rho_n = 0$, per $r > R$, con n intero non negativo e a_n una costante.

1. Si determini il campo elettrico in tutto lo spazio.
2. Si determini il potenziale elettrico in tutto lo spazio, richiedendo che questo sia nullo nell'origine.
3. Si considerino due copie identiche della sfera carica descritta i cui centri distino $R' = 1m$. Si determini a_n in modo tale che il modulo del campo elettrico sul punto distante $r = R/3$ dal centro di una delle due sfere e sito sulla congiungente i loro centri, valga $10^{-6} N/C$, sapendo che $R = 0.25m$.
4. Si consideri ora una particella di carica q pari alla carica totale di ognuna delle due sfere, distante R' dai centri delle due sfere. Determinare, in tutto lo spazio, campo e potenziale elettrici generati da questo sistema di cariche.

Problema 2

Si consideri una lunga sbarra conduttrice cilindrica di raggio R in cui è presente una sottile fessura perpendicolare all'asse del cilindro che lo divide in due parti sconnesse. La sbarra è attraversata da una corrente di conduzione $i = \alpha t$, con α una costante. È noto che al tempo $t = 0$ non vi è alcuna carica presente sulle facce del taglio.

1. Determinare il modulo della carica sulle facce del taglio al tempo $t \geq 0$.
2. Determinare il campo elettrico nell'intercapedine al tempo $t \geq 0$.
3. Determinare il campo magnetico all'interno dell'intercapedine per $r < R$.
4. Determinare il campo magnetico all'interno della sbarra.

Problema 2

1. $q = \int_0^t \alpha t' dt' = \alpha t^2/2$.
2. Il campo elettrico nella fessura è quello di un condensatore piano, ovvero $E = \sigma/\epsilon_0$ (che è dovuto al contributo delle due pareti). Questo lo si può ricavare direttamente applicando la legge di Gauss considerando con attenzione i contributi da tutti e quattro i lati delle due superfici piane che intervengono calcolando i flussi attraverso superfici chiuse.

Essendo $\sigma = q/\pi R^2$, si ha

$$E = \frac{\alpha t^2}{2\pi\epsilon_0 R^2} .$$

3. Si consideri l'equazione di Ampère-Maxwell

$$\oint_{\mathcal{C}_r} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{\partial \Phi_{S_r}(E)}{\partial t} \right) ,$$

dove S_r è una superficie il cui contorno corrisponde a $\mathcal{C}_r$, che nel caso in esame conviene identificare con il cerchio di raggio r . Essendo il campo elettrico indipendente dalla posizione ed ortogonale alle facce della fessura, si ha

$$\Phi_{S_r}(E) = \pi r^2 E = \frac{\alpha t^2 r^2}{2\epsilon_0 R^2} .$$

Quindi, considerando che la corrente di conduzione è nulla all'interno della fessura, si ha

$$2\pi r B = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\pi r^2 \frac{\alpha t^2}{2\pi\epsilon_0 R^2} \right) ,$$

cioè

$$B = \frac{\mu_0 \alpha t}{2\pi R^2} r .$$

4. All'interno della sbarra non c'è corrente di spostamento. Inoltre la corrente all'interno del cilindro di raggio $r \leq R$ è pari a $i\pi r^2/(\pi R^2)$, con $i = \alpha t$ la corrente totale che scorre nel cilindro. Applicando la legge di Ampère, cioè la precedente senza il termine dovuto alla corrente di spostamento, si ha

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} i \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{\mu_0 \alpha t}{2\pi R^2} r ,$$

coincidente, come deve essere, con il campo magnetico all'interno della fessura.