

Compito di Fisica II
Chimica Industriale
Padova - Dipartimento di Fisica - 18 Giugno 2008

Problema 1

Si consideri una particella di massa m e carica $q < 0$ vincolata lungo l'asse di un sottile anello di raggio a ed uniformemente carico, con densità di carica $\lambda > 0$.

1. Si determini il campo elettrico generato dall'anello lungo tutto l'asse dell'anello.
2. Sia x la distanza della particella dal centro dell'anello. Si determini la pulsazione delle oscillazioni che la particella può compiere nel limite $x \ll a$.
3. Si determini l'equazione del moto della particella nel limite $x \gg a$.

Problema 2

Si considerino due fili paralleli, ciascuno di raggio a , i cui centri distano d , percorsi dalla stessa corrente i ma in direzioni opposte.

1. Si calcoli il campo d'induzione magnetica $\mathbf{B}$ generato dai fili nei punti dell'asse congiungente i centri dei due fili.
2. Si determini l'espressione del campo elettrico necessario affinché una particella carica inizialmente posta in un punto dell'asse congiungente i centri dei due fili, con velocità v perpendicolare a $\mathbf{B}$, non subisca, in quell'istante, alcuna accelerazione.
3. Si calcoli il flusso di $\mathbf{B}$ attraverso lo spazio separante la coppia dei fili per una porzione di lunghezza l .

Soluzioni

Problema 1

1. Il campo elettrico lungo l'asse è

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi a \lambda x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} .$$

2. Nel limite $x \ll a$ si ha

$$E = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{\lambda x}{a^2} ,$$

e la forza a cui è sottoposta la particella è

$$F = qE = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{q\lambda x}{a^2} ,$$

quindi

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{q\lambda x}{a^2} ,$$

che può esser vista come l'equazione dell'oscillatore armonico con costante elastica

$$k = -\frac{q\lambda}{2\epsilon_0 a^2} .$$

La pulsazione richiesta risulta quindi

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{-\frac{q\lambda}{2\epsilon_0 a^2 m}} .$$

3. Nel limite $x \gg a$ il campo elettrico diventa $E = \lambda a / 2\epsilon_0 x^2$, e l'equazione del moto risulta

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{q\lambda a}{2\epsilon_0 x^2} .$$

Problema 2

1. Poiché le correnti hanno direzione opposta, i campi magnetici sull'asse hanno direzione concorde, quindi

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi} [1/x + 1/(d-x)] .$$

2. $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$, quindi $E = -vB$.

- 3.

$$\Phi(B) = \int_a^{d-a} B l dx = \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \int_a^{d-a} [1/x + 1/(d-x)] dx = \frac{\mu_0 i l}{\pi} \ln \frac{d-a}{a} .$$